

Działania na potęgach o wykładniku całkowitym.

Część I

Ćwiczenia interaktywne na obliczanie wartości wyrażenia, w którym występują potęgi o wykładniku całkowitym. Zadania zawierają także wyrażenia algebraiczne z potęgami o wykładniku całkowitym. Zawiera zadania o niezbyt dużym stopniu trudności, w tym zadania interaktywne.

Interaktywne ćwiczenia rachunkowe z wykorzystaniem praw działań na potęgach o wykładniku całkowitym. W zadaniach występują także wyrażenia algebraiczne. Zasób zawiera zadania o stopniowalnej trudności, w tym zadania interaktywne.

Ćwiczenia interaktywne na obliczanie wartości wyrażenia arytmetycznego z wykorzystaniem działań na potęgach. Zadania zawierają działania na potęgach na wyrażeniach algebraicznych. Stosowanie zasady wzrastającej trudności zadań. Zadania różnego typu, w tym zadania interaktywne.

Działania na potęgach o wykładniku całkowitym.

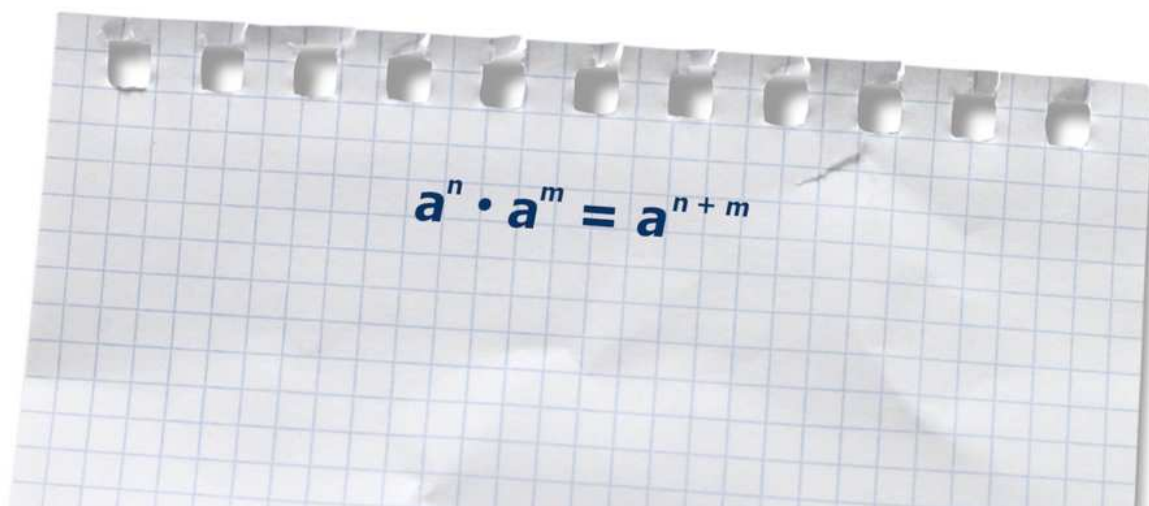
Część I

Materiał ten poświęcony jest działaniom na potęgach o wykładnikach całkowitych. Poznasz wzory wykorzystywane przy podstawowych działaniach na potęgach. Rozwiązując ćwiczenia zawarte w tym materiale, nauczysz się jak mnożyć, dzielić i potęgować potęgi o takich samych podstawach.

Ważne!



Aby pomnożyć dwie potęgi o takich samych podstawach różnych od zera i wykładnikach naturalnych, dodajemy ich wykładniki, a podstawę pozostawiamy bez zmiany.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1Z1tjwk482bF>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób mnożymy potęgi o takich samych podstawach.

Ćwiczenie 1



Oblicz w pamięci, a następnie uzupełnij luki odpowiednimi liczbami. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz brakującą liczbę dla każdej równości.

- $2^{-2} \cdot 2^{-1} =$
- $3^{-3} \cdot 3^0 =$
- $(-3)^{-2} \cdot (-3) =$
- $(\frac{1}{4})^{-3} \cdot (\frac{1}{4})^3 =$
- $(-0,2)^{-2} \cdot (-0,2)^3 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Oblicz iloczyn potęg o takich samych podstawach, a następnie połącz w pary z poprawnym wynikiem.

$x^{-4} \cdot x^0 \cdot x^2$	$\frac{1}{x^2}$
$x^{-5} \cdot x^7 \cdot x^{-3}$	$\frac{1}{x^3}$
$x^{-3} \cdot x^{-2} \cdot x^2$	$\frac{1}{x^5}$
$x^{-3} \cdot x^4 \cdot x^{-5}$	$\frac{1}{x^4}$
$x^0 \cdot x \cdot x^{-6}$	$\frac{1}{x}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Oblicz w pamięci, a następnie uzupełnij luki odpowiednimi liczbami. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz brakującą liczbę dla każdej równości.

- $1^6 \cdot 1^{-8} =$
- $2^{-1} \cdot 2^{-2} =$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} =$
- $4^2 \cdot 4^{-1} =$
- $(0,2)^{-2} \cdot (0,2)^0 =$
- $10^{-3} \cdot 10^2 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Oblicz iloczyn potęg o takich samych podstawach, a następnie połącz w pary z poprawnym wynikiem.

$$2^2 \cdot 2^{-4}$$

$$2^4$$

$$2^0 \cdot 2^{-5}$$

$$2^{-5}$$

$$2^2 \cdot 2^{-2}$$

$$2^{-2}$$

$$2^{-1} \cdot 2^{-2}$$

$$2^{-3}$$

$$2^{-2} \cdot 2$$

$$2^0$$

$$2^6 \cdot 2^{-2}$$

$$2^{-6}$$

$$2^{-3} \cdot 2^{-3}$$

$$2^{-1}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Oblicz iloczyny potęg o takich samych podstawach, a następnie połącz w pary wyrażenia dające ten sam wynik.

$$x^1 \cdot x^{-3}$$

$$x^1 \cdot x^{-6}$$

$$x^{-6} \cdot x^{-2}$$

$$x^{-1} \cdot x^{-3}$$

$$x^{-2} \cdot x^3$$

$$x^4 \cdot x^{-3}$$

$$x^{-5} \cdot x^0$$

$$x^{-9} \cdot x$$

$$x^{-5} \cdot x$$

$$x^{-3} \cdot x^{-3}$$

$$x^5 \cdot x^{-2}$$

$$x^0 \cdot x^3$$

$$x^{-4} \cdot x^{-2}$$

$$x^{-8} \cdot x^6$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Oblicz wykładnik potęgi, który należy wpisać w miejsce litery x aby równość była prawdziwa. Uzupełnij poniższe zdania, wpisując w luki odpowiednie liczby.

- Równość $2^3 \cdot 2^{-5} = 2^x$ jest prawdziwa dla $x =$.
- Równość $2,3^{-2} \cdot 2,3^{-3} \cdot 2,3^4 = 2,3^x$ jest prawdziwa dla $x =$.
- Równość $(-3)^{-4} \cdot (-3)^6 \cdot (-3)^{-8} = (-3)^x$ jest prawdziwa dla $x =$.
- Równość $(-\frac{1}{3})^7 \cdot (-\frac{1}{3})^{-3} \cdot (-\frac{1}{3}) = (-\frac{1}{3})^x$ jest prawdziwa dla $x =$.
- Równość $3^{14} \cdot 3 \cdot 3^{-2} = 3^x$ jest prawdziwa dla $x =$.
- Równość $10^{-4} \cdot 10 = 10^x$ jest prawdziwa dla $x =$.
- Równość $2^{-a} \cdot 2^{-a} = 2^x$ jest prawdziwa dla $x =$.
- Równość $(-1)^a \cdot (-1)^{-b} \cdot (-1)^c = (-1)^x$ jest prawdziwa dla $x =$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Oblicz wykładnik potęgi, który należy wpisać w miejsce znaku $\square$, aby równość była prawdziwa. Uzupełnij poniższe zdania, wpisując w luki odpowiednie liczby.

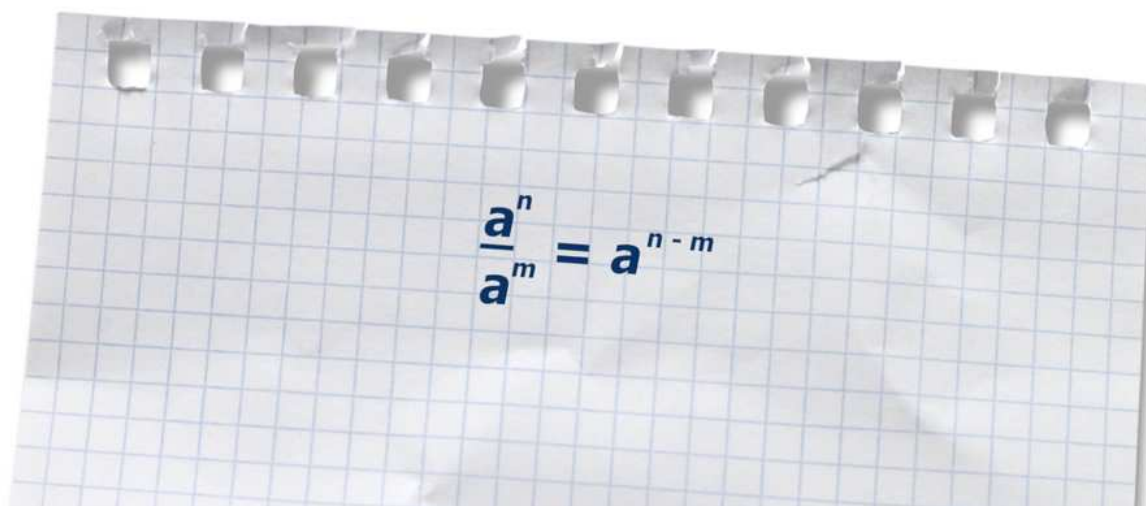
- Równość $x^{-3} \cdot x^{-3} = x^{\square}$ jest prawdziwa dla $\square =$.
- Równość $(-y)^{-2} \cdot (-y)^2 \cdot (-y) = (-y)^{\square}$ jest prawdziwa dla $\square =$.
- Równość $(2z)^{-6} \cdot (2z)^4 = (2z)^{\square}$ jest prawdziwa dla $\square =$.
- Równość $(3k)^0 \cdot 3k \cdot (3k)^{-2} = (3k)^{\square}$ jest prawdziwa dla $\square =$.
- Równość $z^{-a} \cdot z^{-a} \cdot z^a = z^{\square}$ jest prawdziwa dla $\square =$.
- Równość $p^{-a} \cdot p^b \cdot p^{-c} \cdot p = p^{\square}$ jest prawdziwa dla $\square =$.
- Równość $x^a \cdot x^{-2a} = x^{\square}$ jest prawdziwa dla $\square =$.
- Równość $a^2 \cdot a^{-x} \cdot a = a^{\square}$ jest prawdziwa dla $\square =$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!



Aby podzielić dwie potęgi o takich samych podstawach różnych od zera i wykładnikach naturalnych, odejmujemy ich wykładniki, a podstawę pozostawiamy bez zmiany.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1HUeWq4VRmFi>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób dzielimy potęgi o takich samych podstawach.

Ćwiczenie 8



Oblicz w pamięci, a następnie uzupełnij luki odpowiednimi liczbami. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz brakującą liczbę dla każdej równości.

- $2^{-3} : 2^{-2} =$
- $(-3)^{-2} : (-3)^2 =$
- $5^{-2} : 5^0 =$
- $0,2^{-7} : 0,2^{-5} =$
- $(-\frac{1}{4})^{-1} : (-\frac{1}{4}) =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Oblicz iloraz potęg o takich samych podstawach, a następnie połącz w pary z poprawnym wynikiem.

$x^{15} : x : x^{-2}$	$\frac{1}{x^3}$
$x^{-12} : x^4 : x^{-5}$	$\frac{1}{x^{11}}$
$x^{-3} : x^0$	x^{16}
$x^{-8} : x^7$	x^6
$x^4 : x^{-2}$	$\frac{1}{x^{15}}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Oblicz w pamięci, a następnie uzupełnij luki odpowiednimi liczbami. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz brakującą liczbę dla każdej równości.

- $1^{-12} : 1^{-8} =$
- $2^{-3} : 2^2 =$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} =$
- $4^{-8} : 4^{-8} =$
- $(0,2)^{-2} : (0,2)^0 =$
- $10^{-6} : 10^{-3} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Oblicz iloraz potęg o takich samych podstawach, a następnie połącz w pary z poprawnym wynikiem.

$$2^{-4} : 2$$

$$2^{-7}$$

$$2^{-8} : 2^{-2}$$

$$2^{-5}$$

$$2^5 : 2^{-1}$$

$$2^8$$

$$2^6 : 2^{-2}$$

$$2$$

$$2^{-6} : 2$$

$$2^6$$

$$2^{-4} : 2^{-5}$$

$$2^{-8}$$

$$2^{-8} : 2^0$$

$$2^{-6}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Oblicz ilorazy potęg o takich samych podstawach, a następnie połącz w pary wyrażenia dające ten sam wynik.

$$x^{-5} : x^0$$

$$x^{-3} : x$$

$$x^3 : x^{-3}$$

$$x^5 : x^{-1}$$

$$x^{-6} : x^{-2}$$

$$x^{-4} : x^{-7}$$

$$x^{10} : x$$

$$x^4 : x^{-3}$$

$$x^5 : x^2$$

$$x^{-8} : x^1$$

$$x^{-2} : x^7$$

$$x^1 : x^6$$

$$x^5 : x^{-2}$$

$$x^3 : x^{-6}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Oblicz iloczyny i ilorazy potęg o takich samych podstawach, a następnie połącz w pary wyrażenia dające ten sam wynik.

$$a^{-12} : a^{11}$$

$$a^9 \cdot a^{-7}$$

$$a^{-3} \cdot a^5$$

$$a^0 \cdot a^{10} : a^{19}$$

$$a^{-2} \cdot a^{-1}$$

$$a^{-1} \cdot a \cdot a$$

$$a^8 : a^5 \cdot a^{-2}$$

$$a^{-7} \cdot a^4 : a^{20}$$

$$a^3 : a^{-3}$$

$$a^6$$

$$a^{-8} \cdot a \cdot a^{-2}$$

$$a^{-5} : a^{-2}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Zapisz wyrażenia w postaci jednej potęgi. Kliknij w lukę, aby wyświetlić listę rozwijalną i wybierz poprawną odpowiedź.

• $4^{-5} + 4^{-5} + 4^{-5} + 4^{-5} =$

• $6^{-4} + 6^{-4} + 6^{-4} + 6^{-4} + 6^{-4} + 6^{-4} =$

• $3^{-2} + 3^{-2} + 3^{-2} + 3^{-2} + 3^{-2} + 3^{-2} + 3^{-2} + 3^{-2} + 3^{-2} =$

• $2^{-3} + 2^{-3} + 2^{-3} + 2^{-3} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Poniżej przedstawiono opisy działań oraz ich rozwiązania. Połącz w pary opis z odpowiadającym mu wynikiem.

jedna ósma liczby 2^{-7}

2^{-4}

szesnastokrotność liczby 2^{-2}

2^{-7}

czwartą część liczby 2^{-2}

2^2

czterokrotność liczby 2^{-4}

2^{-2}

dwukrotność liczby 2^{-6}

2^{-10}

połowa liczby 2^{-6}

2^{-5}

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Dokończ zdanie tak, aby było zdaniem prawdziwym. Wybierz poprawną odpowiedź.
Połowa liczby 2^{-20} wynosi

☐ 1^{-20} .

☐ 2^{-19} .

☐ 2^{-21} .

☐ 2^{-10} .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Dokończ zdanie tak, aby było zdaniem prawdziwym. Wybierz poprawną odpowiedź.
Iloczyn potęg x^{-8} i x^6 jest równy

☐ x^{-48} .

☐ x^{-14} .

☐ x^2 .

☐ x^{-2} .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Dokończ zdanie tak, aby było zdaniem prawdziwym. Wybierz poprawną odpowiedź.
Jeżeli $100 \cdot 10^{-3} : 10^{-2} \cdot 1000 = 10^n$, to

☐ $n = 9$.

☐ $n = 5$.

☐ $n = 4$.

☐ $n = 6$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ $81 : 3^{-3} \cdot 3 = 3^2$

☐ Iloczyn $2^{-3} \cdot 2^{20} \cdot 2^{-2}$ zapisany w postaci potęgi to 2^{-5} .

☐ Suma $2^{-2} + 2^{-2} + 2^{-2} + 2^{-2}$ zapisana w postaci jednej potęgi wynosi 2^0 .

☐ Czterokrotność liczby 2^{-3} to $\frac{1}{2}$.

☐ Wyrażenie $a^3 \cdot a^{-4} : a^6$ po uproszczeniu wynosi a^5 .

☐ $81 : 3^{-3} \cdot 3 = 3^8$

☐ Czterokrotność liczby 2^{-3} to 2.

☐ Wyrażenie $a^{12} \cdot a^{-4} : (a^5 \cdot a^{-3})$ po uproszczeniu wynosi a^6 .

☐ Suma $2^{-2} + 2^{-2}$ zapisana w postaci jednej potęgi wynosi 2^{-4} .

☐ Iloczyn $2^3 \cdot 2 \cdot 2^{-5} \cdot 2^0$ zapisany w postaci potęgi to 2^{-1} .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!



Aby wyznaczyć potęgę potęgi o danej podstawie i dwóch różnych wykładnikach całkowitych, mnożymy wykładniki ze sobą, a podstawę pozostawiamy bez zmiany.

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$
$$(6^5)^{-2} = 6^{5 \cdot (-2)} = 6^{-10}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi liczbami. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz brakującą liczbę dla każdej równości.

- $(1^4)^{-5} = \boxed{}$
- $((-1)^{-3})^6 = \boxed{}$
- $((-1)^{-3})^{-3} = \boxed{}$
- $((-3)^{-2})^2 = \boxed{}$
- $(2^2)^{-3} = \boxed{}$
- $\left(\left((-3)^{-5}\right)^0\right)^2 = \boxed{}$

- $\frac{1}{81}$

1

2

$-\frac{1}{64}$

-3

$\frac{1}{64}$

4

$\frac{1}{32}$

-2

$-\frac{1}{81}$

-4

1

3

$\frac{1}{16}$

1
- $\frac{1}{9}$

$\frac{1}{27}$

-1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21



Oblicz potęgę potęgi o danej podstawie, a następnie połącz w pary z poprawnym rozwiązaniem.

$$(2^{-4})^7$$

$$2^{-21}$$

$$(2^{-11})^{-2}$$

$$2^{22}$$

$$(2^{-2})^{13}$$

$$2^{24}$$

$$(2^{-8})^{-3}$$

$$2^{-26}$$

$$(2^3)^{-7}$$

$$2^{-28}$$

$$(2^{-5})^4$$

$$2^{-20}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 22



Oblicz potęgę potęgi o danej podstawie, a następnie połącz w pary z poprawnym rozwiązaniem.

$$(x^{-2})^{-11}$$

$$x^{-21}$$

$$(x^2)^{-15}$$

$$x^{-25}$$

$$(x^4)^{-6}$$

$$x^{-30}$$

$$(x^3)^{-7}$$

$$x^{-24}$$

$$(x^7)^{-4}$$

$$x^{-28}$$

$$(x^{-5})^5$$

$$x^{22}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 23



Zapisz w postaci jednej potęgi. Kliknij w lukę, aby wyświetlić rozwijaną listę i wybierz poprawną odpowiedź.

- $(4^{-3})^4 =$
- $(2^2)^{-5} =$
- $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-6}\right)^{-6} =$
- $\left((-7)^4\right)^{-8} =$
- $\left((5^{-3})^{-5}\right)^0 =$

$(-4)^{12}$

$(-4)^{-12}$

2^{-10}

5^{-15}

$(-2)^{10}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{36}$

7^{-32}

5^0

5^{15}

4^{-12}

7^{32}

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-36}$

$(-7)^{-32}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^6$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 24



Zapisz wyrażenie jako potęgę potęgi.

a. 4^{-8}

b. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-6}$

c. $(-3)^{-15}$

d. $(1,8)^{-11}$

e. $(-3)^{-24}$

f. -2^{-9}

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 25



Poniżej przedstawiono pewne wyrażenia oraz ich rozwiązania. Połącz w pary wyrażenie z poprawnym wynikiem.

$$\left((4^3)^0\right)^{-8}$$

$$8^{-10}$$

$$\left((2^4)^{-5}\right)^6$$

$$4^{-14}$$

$$(8^3)^{-8}$$

$$2^{24}$$

$$(2^{-5})^6$$

$$16^{-30}$$

$$(4^{-3})^{-4}$$

$$4^{-36}$$

$$(2^4)^{-7}$$

$$64^0$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 26



Dokończ zdanie tak, aby było zdaniem prawdziwym. Wybierz poprawną odpowiedź.

Wynikiem potęgowania $\left((-2)^3\right)^{-2}$ jest liczba

☐ $\frac{1}{64}$.

☐ -32 .

☐ -64 .

☐ $\frac{1}{32}$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 27



Dokończ zdanie tak, aby było zdaniem prawdziwym. Wybierz poprawną odpowiedź.
Wyrażenie $(a + b)^{-12}$ nie jest równe

☐ $\left((a + b)^{-6}\right)^2.$

☐ $\left((a + b)^{10}\right)^{-2}.$

☐ $\left((a + b)^3\right)^{-4}.$

☐ $\left((a + b)^4\right)^{-3}.$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 28



Jeżeli $c^{-9} = 27^3$, to ile wynosi c ? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $c = \frac{1}{3}$

☐ $c = 18$

☐ $c = 9$

☐ $c = 6$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.