



Punkty o współrzędnych wymiernych

Materiał składa się z sekcji: "Zbiory punktów w układzie współrzędnych".

Materiał zawiera ilustracje (fotografie, obrazy, rysunki), ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Zawartość tekstowa - ciekawostka (układ współrzędnych w przestrzeni), przykłady (zbiory punktów w układzie współrzędnych).

Ćwiczenia - zaznaczanie w układzie współrzędnych punktów o danych własnościach.

Punkty o współrzędnych wymiernych

W tym materiale zawarte są informacje na temat punktów o współrzędnych wymiernych. Analizując zawarte tu przykłady, poznasz interpretację geometryczną takich punktów.

Ciekawostka

- Odpowiednikiem układu współrzędnych na płaszczyźnie jest układ współrzędnych w przestrzeni. Za jego pomocą można opisać na przykład ruch samolotu.

Ciekawostka

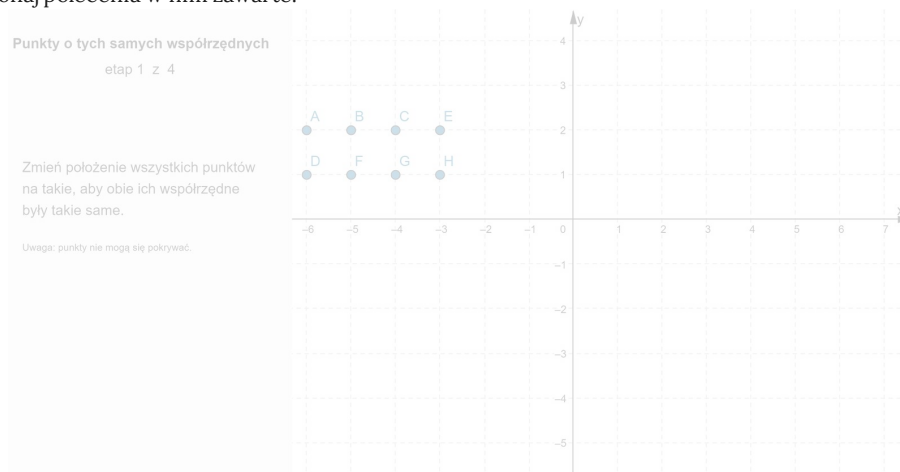
- Układ współrzędnych w przestrzeni składa się z trzech wzajemnie prostopadłych osi liczbowych X , Y , Z . Położenie punktu w przestrzeni określa trójka liczb (x, y, z) .

Zbiory punktów w układzie współrzędnych

W układzie współrzędnych można zaznaczać nie tylko poszczególne punkty, ale zbiory punktów, tworzące proste czy półpłaszczyzny.

Przykład 1

Uruchom aplet i wykonaj polecenia w nim zawarte.

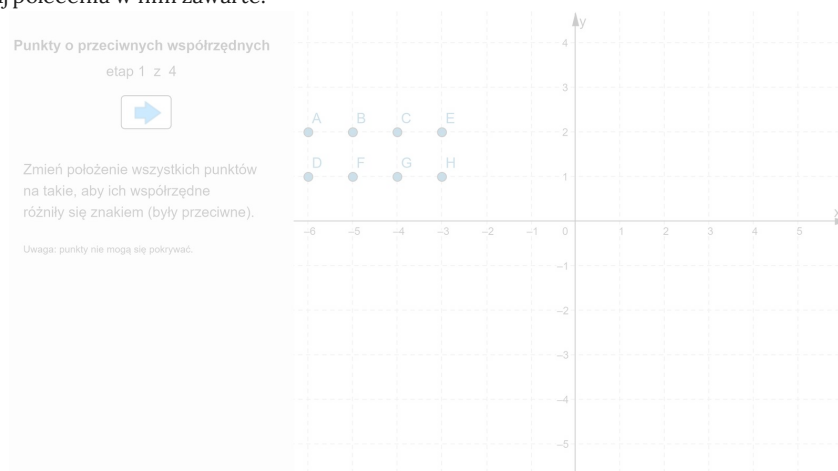


Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P10uLoYYA>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2

Uruchom aplet i wykonaj polecenia w nim zawarte.

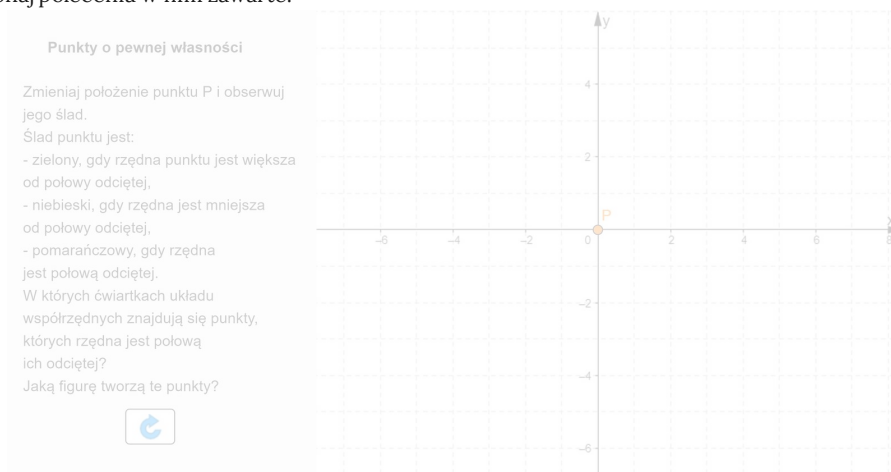


Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P10uLoYYA>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 3

Uruchom aplet i wykonaj polecenia w nim zawarte.



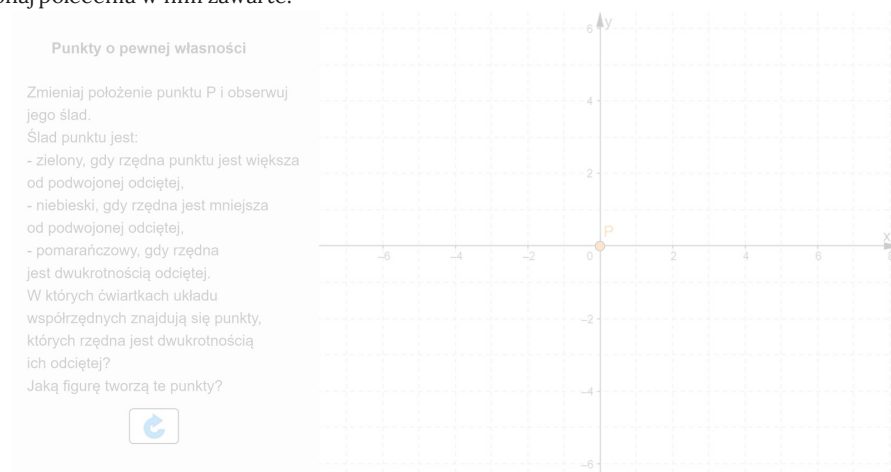
Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P10uLoYYA>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Punkty, których druga współrzędna jest połową pierwszej współrzędnej, leżą na prostej. Są to wszystkie punkty $P = (x, y)$ takie, że $y = \frac{1}{2}x$ i x jest dowolną liczbą rzeczywistą.

Przykład 4

Uruchom aplet i wykonaj polecenia w nim zawarte.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P10uLoYYA>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

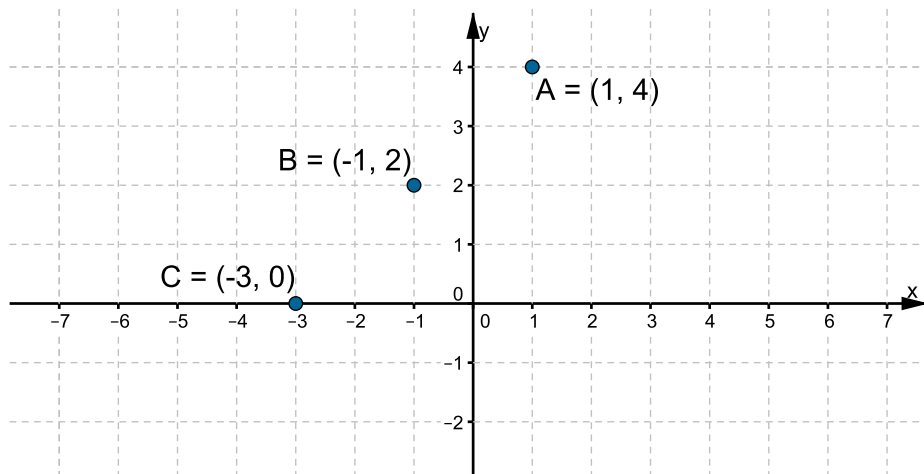
Takie punkty mogą się znaleźć tylko w pierwszej, drugiej i trzeciej ćwiartce układu współrzędnych. Wszystkie takie punkty tworzą prostą.

Przykład 5

Zaznaczmy w układzie współrzędnych trzy punkty o współrzędnych $(x, x + 3)$, gdzie x jest dowolną liczbą rzeczywistą.

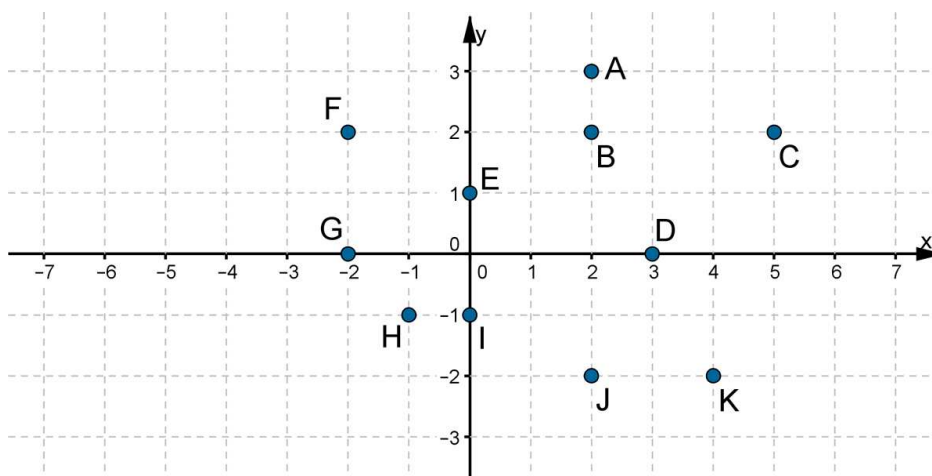
Zapis $(x, x + 3)$ oznacza, że pierwsza współrzędna punktu jest dowolna, a druga jest o 3 większa od pierwszej.

- Jeśli pierwsza współrzędna punktu A będzie równa 1, to druga jest równa $1 + 3 = 4$.
Zapisujemy: $x = 1, y = 1 + 3 = 4$. Wtedy $A = (1, 4)$.
- Jeśli pierwsza współrzędna punktu B będzie równa -1 , to druga jest równa $-1 + 3 = 2$.
Zapisujemy $x = -1, y = -1 + 3 = 2$. Wtedy $B = (-1, 2)$.
- Jeśli pierwsza współrzędna punktu C będzie równa -3 , to druga jest równa $-3 + 3 = 0$.
Zapisujemy $x = -3, y = -3 + 3 = 0$. Wtedy $C = (-3, 0)$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wykorzystaj powyższe informacje i uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie nazwy punktów lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Punkty o równych pierwszych współrzędnych:
- Punkty o równych drugich współrzędnych:
- Punkty, których współrzędnych są liczbami przeciwnymi:
- Punkty, których pierwsza współrzędna jest równa -2 :

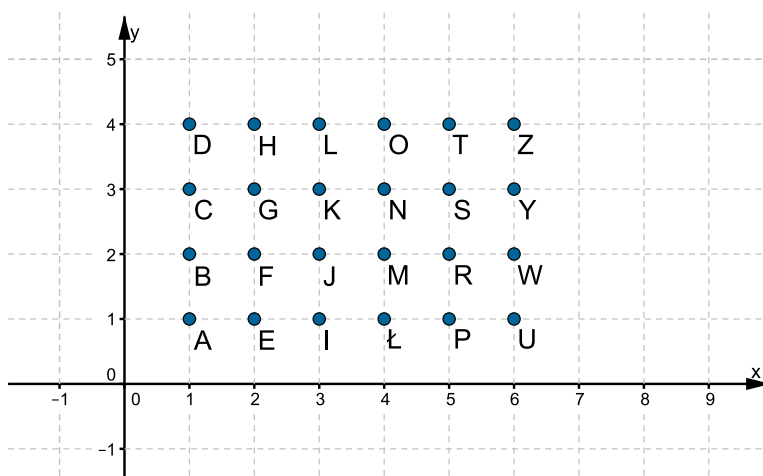
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Odszyfruj sentencję, którą przypisuje się francuskiemu filozofowi Kartezjuszowi.

(1, 3), (4, 4), (2, 3), (3, 1), (5, 4), (4, 4), (2, 1), (5, 2), (2, 3), (4, 4), (5, 3), (6, 1), (4, 2).

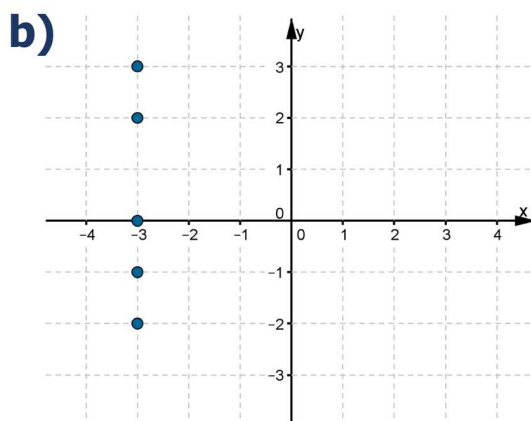
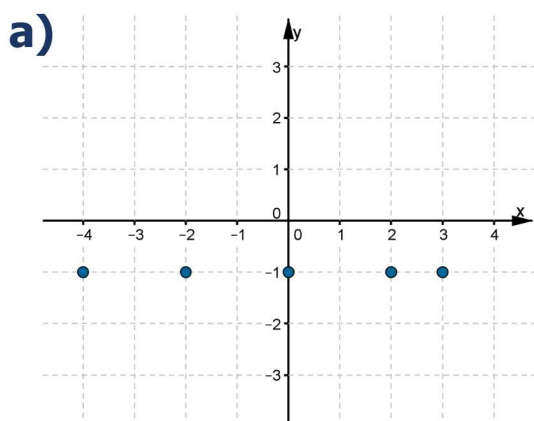


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Zapisz za pomocą wzoru zależność między współrzędnymi punktów zaznaczonych w układzie współrzędnych.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

a) Wszystkie punkty leżą na prostej = .

b) Wszystkie punkty leżą na prostej = .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Które z poniższych punktów mają rzędną będącą połową odciętej?

☐ $D(-3, -6)$

☐ $C(-2, 4)$

☐ $A(4, 8)$

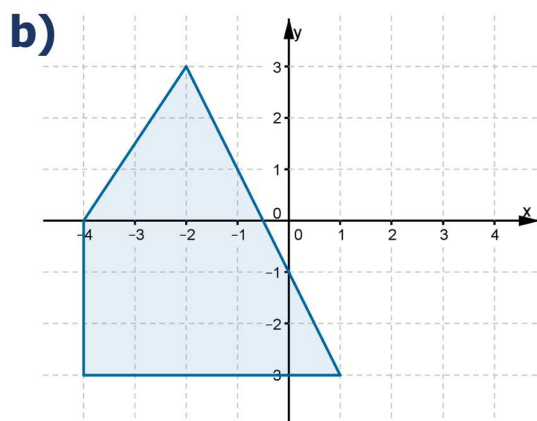
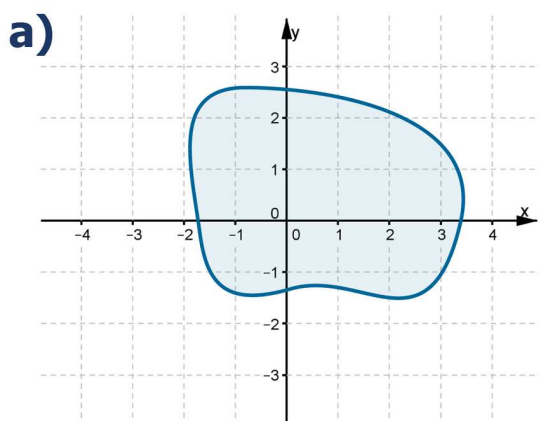
☐ $B(8, 4)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Ile punktów, których obie współrzędne są liczbami całkowitymi, należy do wyróżnionego obszaru?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



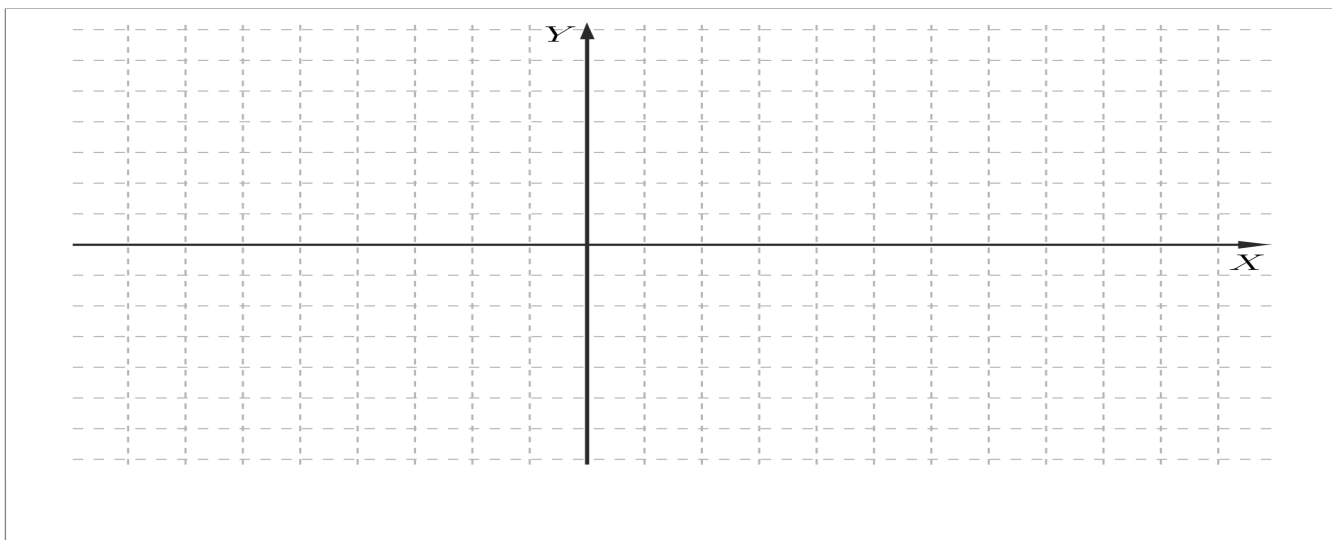
Umieść podane punkty w odpowiednich miejscach układu współrzędnych. W której ćwiartce układu współrzędnych znajduje się największa liczba punktów, a w której najmniejsza?

Podane jest 10 punktów:

$$A = (2, 3), B = (3, 2), C = (0, -4),$$

$$D = (-4, 0), E = (-2, 4), F = (2, -4), G = (4, -2),$$

$$H = (-4, 2), I = (-5, -5), J = (5, 5).$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Narysuj układ współrzędnych, dobierając odpowiednią jednostkę, i zaznacz w nim punkty:

$$A = (20, 70)$$

$$B = (-30, 20)$$

$$C = (-40, 0)$$

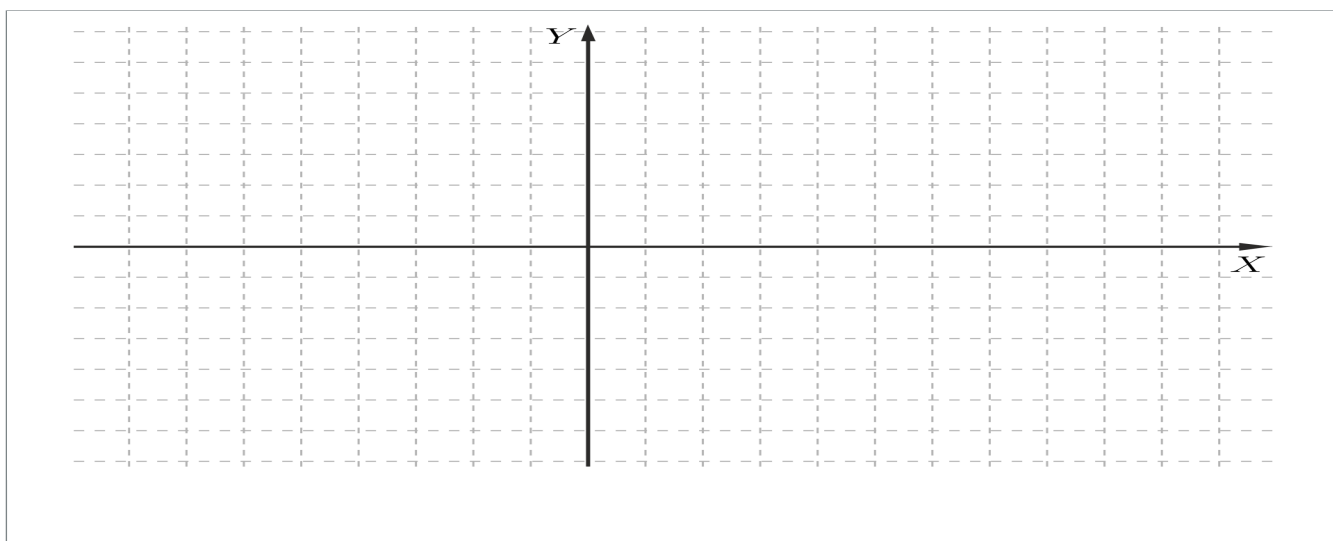
$$D = (0, -20)$$

$$E = (-60, -70)$$

$$F = (50, -50).$$

Wypisz punkty

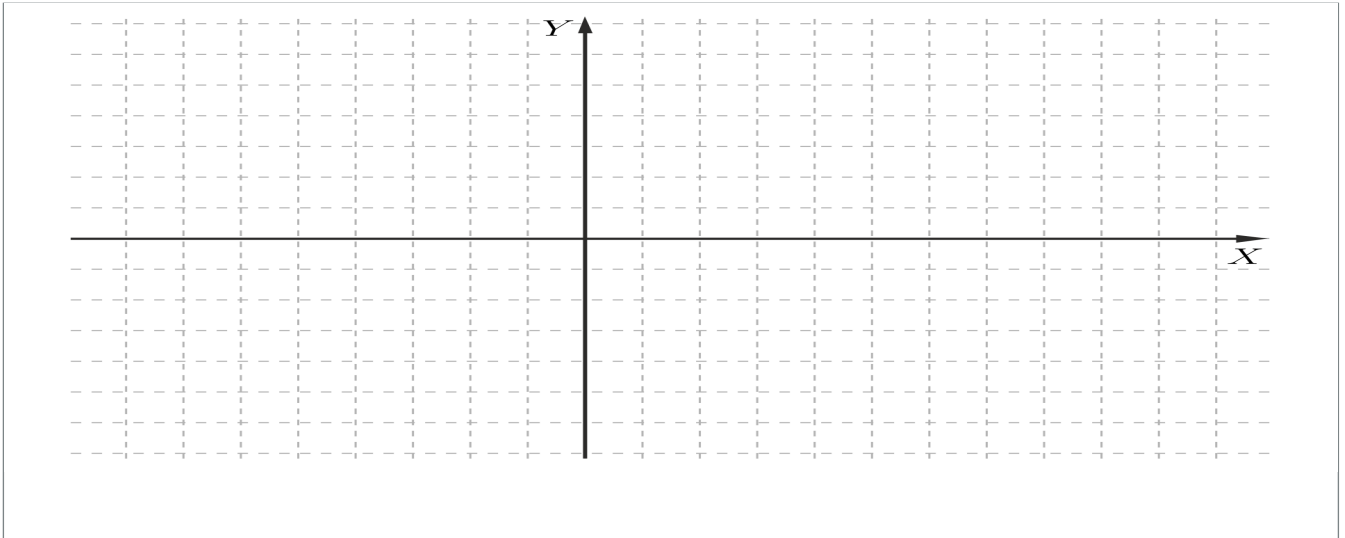
1. leżące na osi rzędnych
2. leżące na osi odciętych
3. których współrzędne są liczbami przeciwnymi
4. należące do I, II, III i IV ćwiartki układu współrzędnych



Ćwiczenie 8



Zaznacz w układzie współrzędnych taki punkt, którego suma współrzędnych jest równa 0. Zaznacz jeszcze 7 takich punktów. Jaka jest zależność między pierwszą a drugą współrzędną każdego z punktów?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Punkt P ma obie współrzędne różne od 0. Jeśli suma współrzędnych punktu P jest równa 0, to punkt leży

- ☐ w II lub w III ćwiartce układu współrzędnych
- ☐ w I lub w IV ćwiartce układu współrzędnych
- ☐ w I lub w II ćwiartce układu współrzędnych
- ☐ w II lub w IV ćwiartce układu współrzędnych

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Punkt $M = (x, y)$ leży na osi X i nie leży na osi Y . Wynika z tego, że

- ☐ $x \neq 0, y \neq 0$
- ☐ $x = 0, y \neq 0$
- ☐ $x \neq 0, y = 0$
- ☐ $x = 0, y = 0$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Wskaż zdanie prawdziwe.

- ☐ Współrzędne punktu $M = (-5, 6)$ są liczbami przeciwnymi.
- ☐ Pierwsza współrzędna punktu $U = (9, 01; -11)$ jest liczbą dodatnią.
- ☐ Punkt $F = (0, 5)$ leży na osi X .
- ☐ Punkt $P = (-1, 2)$ leży w III ćwiartce układu współrzędnych.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Narysuj układ współrzędnych i zaznacz w nim poniższe punkty.

$$A = (2, 3), B = (5, 0), C = (0, -3), D = (6, 1)$$

$$E = (-4, 4), F = (-3, 0), G = (-1, -2), H = (-3, -7)$$

$$I = (5, -2), J = (4, -4), K = (2, -6), L = (0, 0).$$

Połącz w pary punkty z odpowiednią własnością.

Suma współrzędnych jest liczbą nieujemną.

A, B, D, E, I, J, L

Suma współrzędnych jest liczbą niedodatnią.

C, E, F, G, H, J, K, L

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



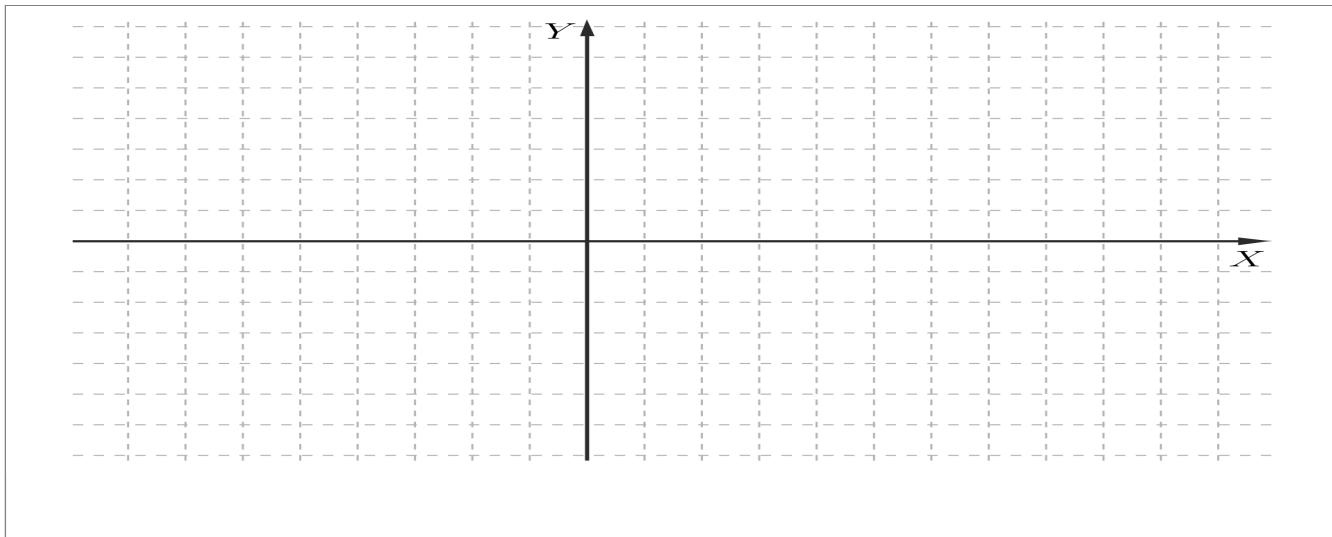
Zaznacz w układzie współrzędnych punkt $A = (x, y)$ taki, że

1. $x = 3, y = x - 2$

2. $x = -2, y = x - 1$

3. $x = 1, y = 2x$

4. $x = y, y = -3$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

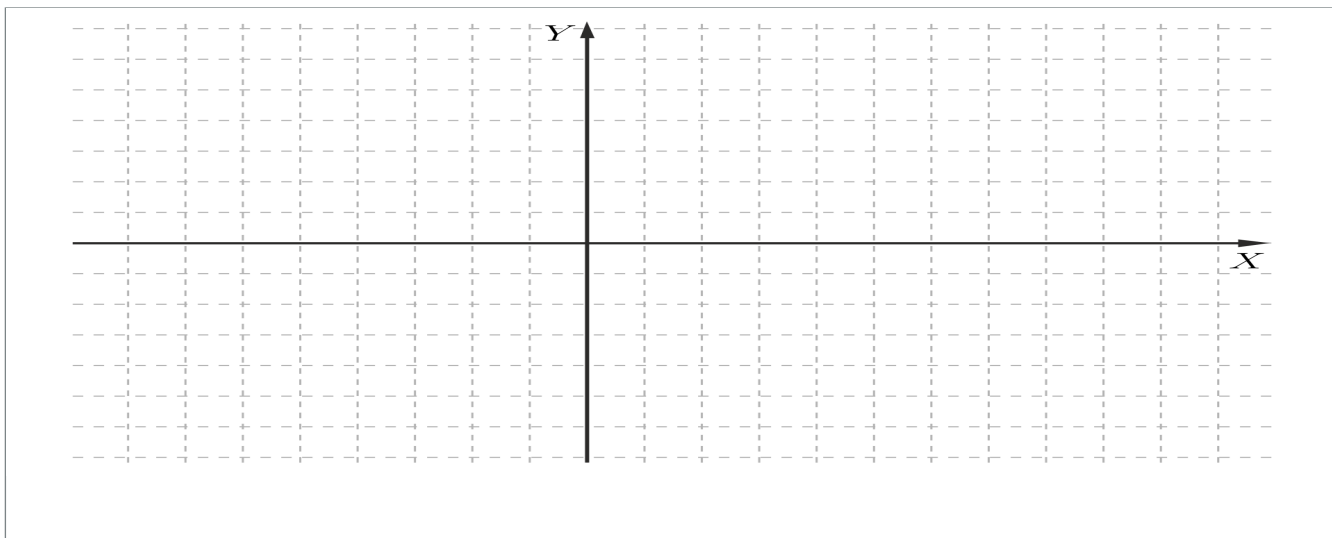


Zaznacz w układzie współrzędnych 5 punktów spełniających podany warunek. Na jakiej prostej leżą wszystkie te punkty?

1. Pierwsza współrzędna jest dwukrotnie mniejsza od drugiej.

2. Druga współrzędna jest równa 4.

3. Pierwsza współrzędna jest równa -3 .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Punkt $P = (-5, 6)$ przesunięto najpierw o 9 jednostek w lewo, wzdłuż osi X , a następnie tak otrzymany punkt przesunięto w górę o 7 jednostek, wzdłuż osi Y . Określ współrzędne otrzymanego punktu.

☐ $P = (-11, 15)$

☐ $P = (-14, 13)$

☐ $P = (-14, 15)$

☐ $P = (-12, 13)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Określ współrzędne środka S odcinka AB , gdy:

$A = (-6, -4), B = (4, 6)$

$S = (-1, 1)$

$A = (0, 5), B = (4, -3)$

$S = (2, 1)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

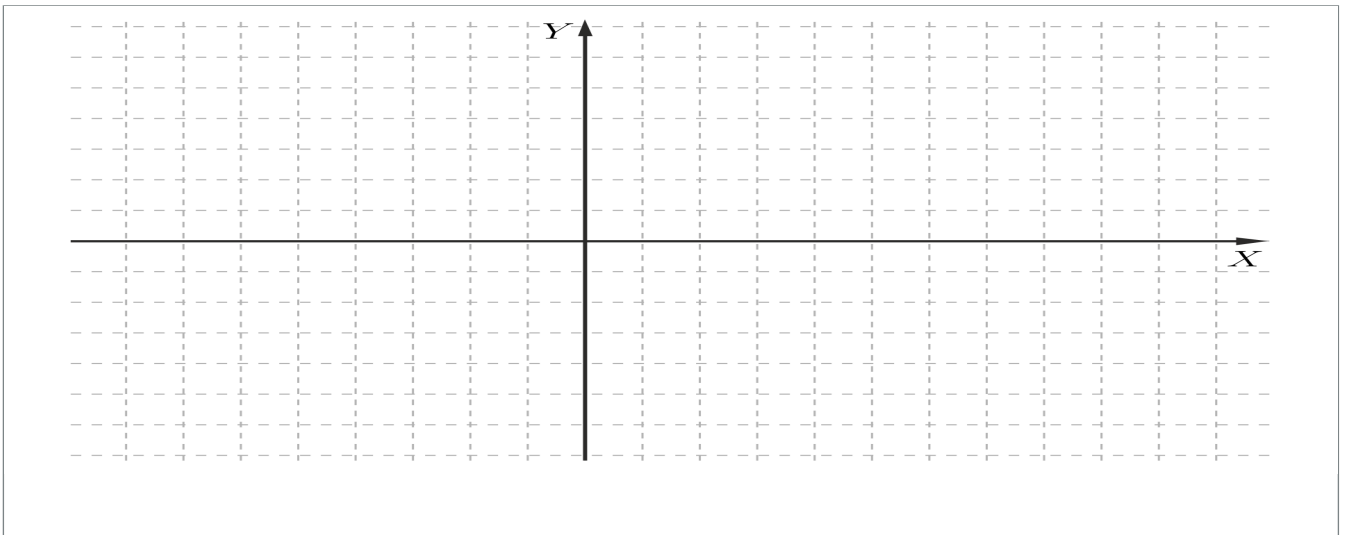
Ćwiczenie 17



Zaznacz w układzie współrzędnych zbiór punktów (x, y) , których współrzędne spełniają podany warunek.

1. $-2 \leq x \leq 3$ i $0 \leq y \leq 4$

2. $-0,5 \leq x \leq 3,5$ i $-1,5 \leq y \leq 5,5$

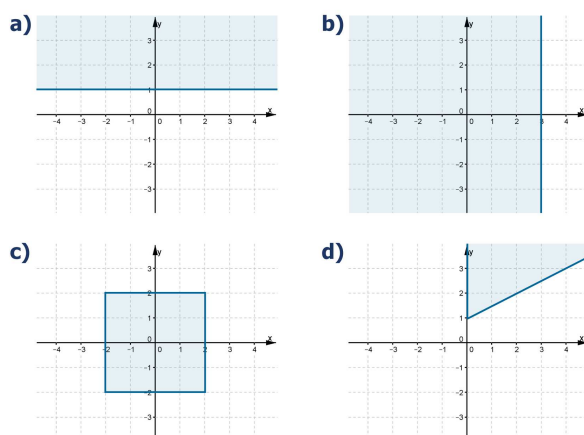


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Zapoznaj się z poniższym rysunkiem.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przyporządkuj warunek, jaki muszą spełniać współrzędne punktów należących do zaznaczonego obszaru.

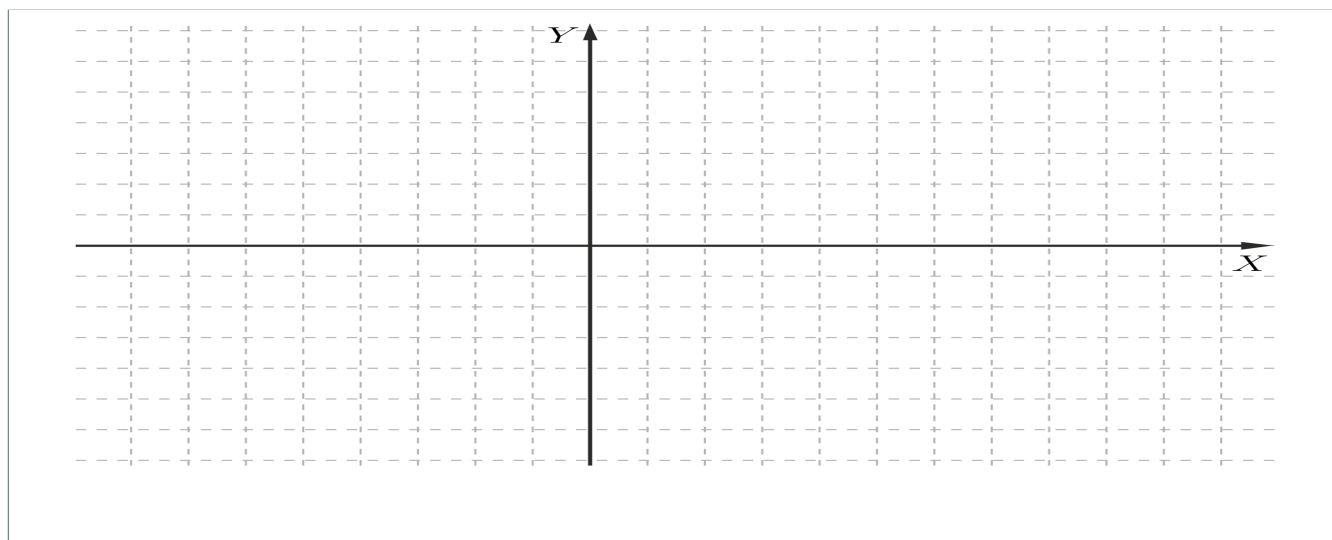
a)	$-2 \leq x \leq 2 \text{ i } -2 \leq y \leq 2$
b)	$x \leq 3$
c)	$x \geq 0 \text{ i } y \geq \frac{1}{2}x + 1$
d)	$y \geq 1$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Wyznacz współrzędne 3 punktów znajdujących się na odcinku AB , gdzie $A = (-4, 4)$, $B = (3, -3)$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



W którym z punktów $A = (0, 5; \frac{-1}{2})$, $B = (0, \frac{11}{9})$ czy $C = (\frac{3}{4}, -1)$ różnica między współrzędnymi jest największa? Zaznacz prawidłową odpowiedź

☐ B

☐ A

☐ C

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.