



Zadania tekstowe prowadzące do rozwiązywania nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Film samouczek
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Zadania tekstowe prowadzące do rozwiązywania nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą

Źródło: Artem Beliaikin, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Rozwiązując nierówności postępujemy analogicznie, jak podczas rozwiązywania równań. Zapisujemy coraz prostsze nierówności równoważne, czyli takie, które mają taki sam zbiór rozwiązań. W tym celu możemy do obu stron nierówności dodać lub od obu stron odjąć tę samą liczbę. Możemy również obie strony nierówności pomnożyć lub podzielić przez tę samą liczbę różną od zera. Oczywiście należy pamiętać o tym, że przy dzieleniu obu stron nierówności przez liczbę ujemną należy zmienić znak nierówności na przeciwny.

Rozwiązywanie nierówności jest bardzo pomocne w analizowaniu problemów z różnych dziedzin życia.

Twoje cele

- Uzupełnisz wyrażeniami algebraicznymi dane w tekście, opisujące warunki zadania.
- Wybierzesz nierówności opisujące dany problem przedstawiony w zadaniu.

- Zapiszesz i rozwiążesz nierówności opisujące dane zależności.

Przeczytaj

Przykład 1

Janek, wyjeżdżając na wycieczkę dostał pewną kwotę kieszonkowego. Pierwszego dnia wydał połowę tej kwoty, drugiego dnia trzecią część tego, co mu się zostało. Trzeciego dnia zauważył, że ma w portfelu nie więcej niż 20 zł.

Jaka jest maksymalna kwota kieszonkowego, którą mógł otrzymać Janek?

Rozwiązanie:

Przeprowadzimy najpierw analizę zadania:

x – kwota kieszonkowego Jacka,

$\frac{1}{2}x$ – kwota pieniędzy, które Jacek wydał pierwszego dnia,

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}x$ – kwota pieniędzy, które Jacek wydał drugiego dnia,

20 zł – maksymalna kwota, jaka została Jankowi w portfelu trzeciego dnia.

Zapiszemy teraz nierówność opisującą sytuację w zadaniu.

$$x - \frac{x}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}x \leq 20$$

$$x - \frac{x}{2} - \frac{x}{6} \leq 20$$

Sprowadzamy ułamki do wspólnego mianownika i przekształcamy nierówności metodą nierówności równoważnych.

$$\frac{6x}{6} - \frac{3x}{6} - \frac{x}{6} \leq 20$$

$$\frac{2}{6}x \leq 20$$

$$\frac{1}{3}x \leq 20$$

$$x \leq 60$$

Czyli maksymalna kwota kieszonkowego Jacka to 60 zł.

Przykład 2

Zosia na wycieczce wydała czwartą część swojego kieszonkowego i jeszcze 35 zł. Zostało jej nie więcej niż 55 zł.

Ile pieniędzy kieszonkowego mogła mieć Zosia?

Rozwiązanie:

Niech:

x – oznacza kwotę pieniędzy kieszonkowego Zosi,

$\frac{1}{4}x + 35$ – pieniądze wydane przez Zosię na wycieczce.

Zatem możemy ułożyć nierówność, którą rozwiążemy metodą [nierówności równoważnych](#).

$$x - \left(\frac{1}{4}x + 35\right) \leq 55$$

$$x - \frac{1}{4}x - 35 \leq 55$$

$$\frac{3}{4}x \leq 90 \quad | : \frac{3}{4}$$

$$x \leq 120$$

Oznacza to, że Zosia miała nie więcej niż 120 zł kieszonkowego. Nie mogła jednak wydać więcej pieniędzy, niż wynosiło jej kieszonkowe. Należy zatem zapisać jeszcze nierówność:

$$x \geq \frac{1}{4}x + 35$$

$$x - \frac{1}{4}x \geq 35$$

$$\frac{3}{4}x \geq 35 \quad | : \frac{3}{4}$$

$$x \geq 46\frac{2}{3}$$

Zatem Zosia miała nie mniej niż $46\frac{2}{3}$ zł i nie więcej niż 120 zł kieszonkowego.

Przykład 3

Niedaleko muzeum znajdują się dwa parkingi. Na parkingu A za pierwszą godzinę parkowania pobiera się opłatę 6 zł, a za każdą następną godzinę 3,40 zł. Na parkingu B za pierwszą godzinę płaci się 4 zł i 4,20 zł za każdą następną godzinę. Ile co najmniej godzin parkował samochód na parkingu A , jeżeli wiadomo, że za tę samą liczbę godzin na parkingu B zapłaciłby więcej?

Rozwiązanie:

Niech:

6 zł – opłata stała za pierwszą godzinę postoju na parkingu A ,

3,40 zł – opłata za każdą godzinę postoju na parkingu A , poza pierwszą godziną,

4 zł – opłata stała za pierwszą godzinę postoju na parkingu B ,

4,20 zł – opłata za każdą godzinę postoju na parkingu B , poza pierwszą godziną,

n – liczba godzin postoju samochodu na parkingu A , za które zapłacono 3,40 zł za godzinę.

Zapiszemy nierówność opisującą warunki zadania.

$$6 + 3,40 \cdot n < 4 + 4,20 \cdot n$$

Rozwiążemy nierówność metodą nierówności równoważnych. Przenosimy niewiadome na lewą stronę, a liczby na prawą stronę nierówności.

Pamiętamy o zmianie znaku na przeciwny.

$$3,4n - 4,2n < 4 - 6$$

$$-0,8n < -2$$

Dzielimy obie strony nierówności przez $(-0,8)$ i zmieniamy znak nierówności na przeciwny.

$$-0,8n < -2 \quad | : (-0,8)$$

$$n > \frac{-2}{-0,8}$$

$$n > 2,5$$

Ponieważ samochód zatrzymał się na parkingu *A* jeszcze przez pierwszą godzinę w cenie 6 zł, zatem

$$n + 1 > 3,5$$

Odpowiedź:

Samochód na parkingu *A* parkował co najmniej 4 godziny.

Słownik

nierówności równoważne

nierówności, które posiadają taki sam zbiór rozwiązań

Film samouczek

Polecenie 1

Przeanalizuj rozwiązania zadań przedstawionych w filmie samouczku. Zwróć uwagę na sposób zapisu danych w zadaniach oraz na metody zapisu i rozwiązywania nierówności podwójnych.




Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/Dugjj9NPT>

Film nawiązujący do treści materiału.

Polecenie 2

Długości boków prostokąta wyrażają się liczbami naturalnymi. Jeden z boków tego prostokąta jest o 3 cm krótszy od drugiego. Obwód prostokąta jest mniejszy od 30 cm. Jaka może być największa długość dłuższego boku tego prostokąta?

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



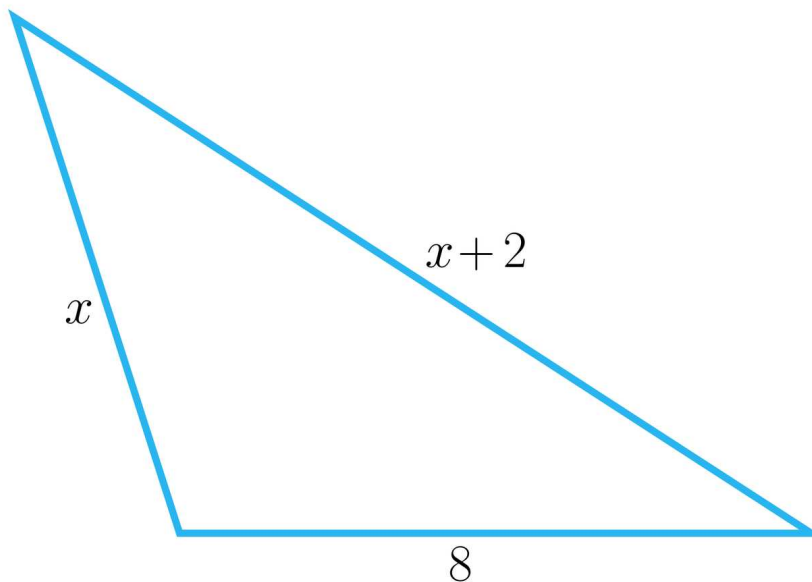
Różnica kwadratów dwóch kolejnych naturalnych liczb parzystych jest nie większa od 28.

Podaj wszystkie pary takich liczb.

Ćwiczenie 8



Dany jest trójkąt o bokach: 8 , x i $x + 2$. Bok $x + 2$ jest najdłuższym bokiem tego trójkąta. Dla jakich wartości zmiennej x trójkąt ten będzie rozwartokątny? Ułóż odpowiednią nierówność i rozwiąż ją.



Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Zadania tekstowe prowadzące do rozwiązywania nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- uzupełnia wyrażeniami algebraicznymi dane w tekście, opisujące warunki zadania
- wybiera nierówności opisujące dany problem przedstawiony w zadaniu
- zapisuje i rozwiązuje nierówności opisujące dane zależności
- dobiera model matematyczny do określonej sytuacji
- analizuje podane warunki i buduje na ich podstawie odpowiednie nierówności

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- dyskusja
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem ćwiczeń interaktywnych i filmu

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Wybrani wcześniej przez nauczyciela uczniowie podają przykłady prostych przykładów nierówności z życia codziennego. Pozostali odgadują szukane wielkości.

Faza realizacyjna:

1. Każdy uczeń otrzymuje od nauczyciela 5 przykładów różnych nierówności opisanych metodą słowną. Zadaniem uczniów jest ułożenie i rozwiązanie nierówności.
2. Uczniowie podzieleni na grupy 4 – 6 osobowe omawiają rezultaty swojej pracy i porównują wyniki. Tworzą wspólny plakat ilustrujący rozwiązania zadań.
3. Uczniowie oglądają film samouczek i omawiają ten film wraz z nauczycielem.
4. Uczniowie w parach lub indywidualnie wykonują ćwiczenia interaktywne wskazane przez nauczyciela. Wspólnie omawiają odpowiedzi.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące rozwiązywanych na lekcji typów zadań.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie dobierają się w pary. Każda osoba poszukuje w dostępnych źródłach wiedzy zadania do rozwiązania dla drugiej osoby, polegającego na ułożeniu i rozwiązaniu odpowiedniej nierówności.

Materiały pomocnicze:

Nierówności stopnia pierwszego

Wskazówki metodyczne:

Film samouczek może być wykorzystana przez chętnych uczniów do samodzielnego przygotowania prezentacji multimedialnej pokazującej kolejne etapy rozwiązania dowolnego zadania z treścią.