



Związek energii potencjalnej grawitacji z pracą lub zmianą energii kinetycznej

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



## Związek energii potencjalnej grawitacji z pracą lub zmianą energii kinetycznej

### Czy to nie ciekawe?

Czy wiesz, że satelita krążący dookoła Ziemi nie wykonuje czynności samej w sobie? Zastanawiałeś się kiedyś, jak to jest, że Księżyc krąży dookoła Ziemi, mimo że nie posiada silnika, który by go napędzał? W niniejszym materiale przeanalizujemy, jak zmienia się energia ciała znajdującego się w przestrzeni kosmicznej i jaki ma to wpływ na jego ruch.

#### Twoje cele

Zapoznanie z treścią materiału sprawi, że:

- przeanalizujesz, jak zmienia się energia potencjalna ciała przy jego poruszaniu się w polu grawitacyjnym,
- zapiszesz zasadę zachowania energii dla ciała poruszającego się w przestrzeni kosmicznej,
- zastosujesz poznane informacje do rozwiązywania zadań rachunkowych.

# Przeczytaj

---

## Warto przeczytać

Rozpatrując ruch satelity dookoła planety lub ruch planety dookoła Słońca możemy zauważyć, że jeśli orbita, po której krążą ma kształt okręgu, to wartość **siły grawitacyjnej** działającej pomiędzy ciałami nie ulega zmianie. Ciała poruszające się pod wpływem siły grawitacyjnej nie wymagają żadnego zasilania. Jeśli jednak chcielibyśmy zwiększyć promień orbity, po której ciało się porusza, wykonanie pracy byłoby koniecznością. Praca w sensie fizycznym definiowana jest jako iloczyn działającej siły  $F$ , przesunięcia  $\Delta r$  oraz cosinusa kąta pomiędzy nimi:

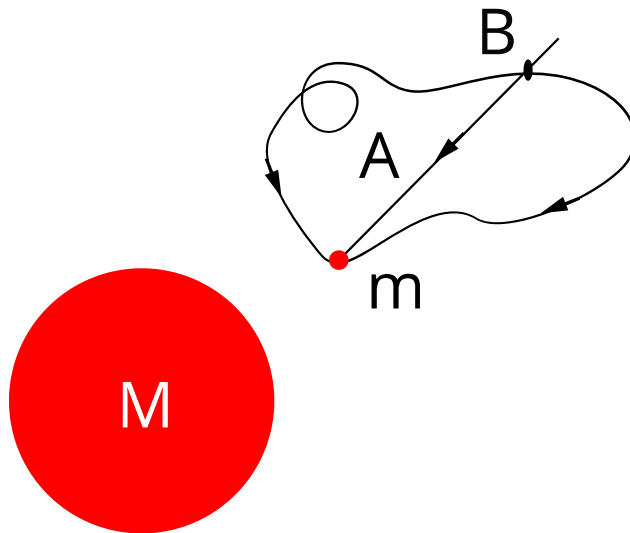
$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} \cdot \cos \angle(\vec{F}, \Delta \vec{r})$$

Dla **poła grawitacyjnego** nie możemy jednak jej wyznaczyć z powyższego wzoru, bo dotyczy on stałej wartości działającej siły, co nie jest tutaj spełnione. Jak zatem wyznaczyć pracę wykonaną przez siły zewnętrzne (w przypadku, gdy mamy do czynienia z brakiem oporów ruchu i zmian energii kinetycznej)? Przy przesuwaniu ciała o masie  $m$  z punktu odległego od masy centralnej (będącej źródłem pola grawitacyjnego)  $M$  o  $r_1$  do punktu znajdującego się w odległości  $r_2$  możemy zapisać, że praca  $W$  równa jest zmianie energii potencjalnej przenoszonego ciała:

$$W = \Delta E_p$$

$$W = E_{p_2} - E_{p_1} = -G \frac{mM}{r_2} - \left( -G \frac{mM}{r_1} \right) = GmM \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Z powyższego widać, że wartość pracy nie zależy od długości toru ruchu, a jedynie od położenia punktu początkowego i końcowego. Jeśli więc wykonujemy pracę po torze zamkniętym – czyli wracamy do punktu, z którego rozpoczęliśmy ruch – praca ma wartość zerową (Rys. 1.).

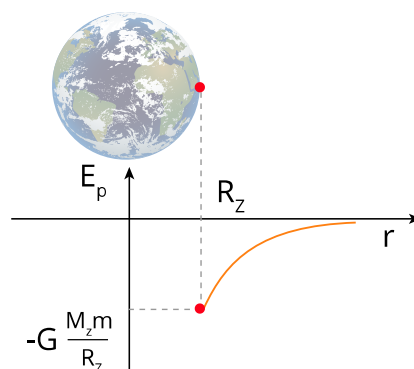


Rys. 1. Praca w polu zachowawczym po torze zamkniętym ma wartość zero

Powróćmy do przypadku satelity krążącego dookoła planety lub planety okrążającej Słońce. Czy energia potencjalna jest jedyną energią, jaką ciało posiada? Oczywiście, że nie. Krąży ono po orbicie, zatem ma pewną, określoną prędkość. Wiemy, że z prędkością związana jest energia kinetyczna. Energia całkowita planety lub satelity jest więc sumą energii kinetycznej i potencjalnej:

$$E = E_p + E_k$$

$$E = -G \frac{mM}{r} + \frac{mv^2}{2}$$

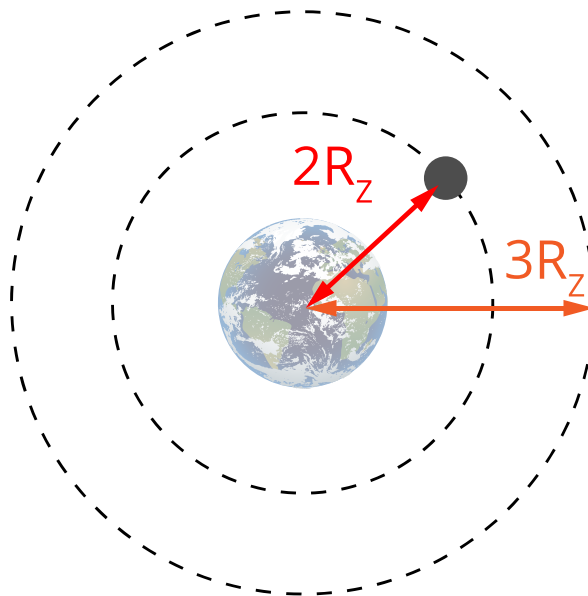


Rys. 2. Wykres zależności energii potencjalnej grawitacji od odległości

Jak widać na wykresie zależności energii potencjalnej od odległości  $E_p(r)$  (Rys. 2.): gdy odległość rośnie nieograniczenie, energia potencjalna przyjmuje wartość dowolnie bliską zeru, gdyż siła grawitacji dąży do zera. Natomiast, jeśli odległość między ciałami się zwiększa, to zmiana energii potencjalnej grawitacji jest większa od zera, i na odwrót.

Jeżeli założymy, że na ciało nie działają siły zewnętrzne, oprócz siły grawitacji centrum przyciągania, czyli przyjmiemy, że układ jest odosobniony, możemy skorzystać z zasady zachowania energii mechanicznej. Mówi ona, że suma ta jest wartością stałą, zatem wzrost wartości **energii potencjalnej grawitacji** odbywa się kosztem energii kinetycznej i na odwrót – w momencie, gdy energia kinetyczna wzrasta o określoną wartość, energia potencjalna maleje dokładnie o taką samą wartość. Jeśli mamy więc do czynienia z orbitą kołową, wartość prędkości się nie zmienia. Gdy orbita ma kształt elipsy (jak stwierdził Kepler), w momencie, gdy ciało znajduje się w **peryhelium** (czyli punkcie na orbicie, w którym odległość pomiędzy planetą a Słońcem jest najmniejsza) – ciało porusza się z większą wartością prędkości niż w **aphelium** (czyli punkcie na orbicie, w którym odległość między planetą a Słońcem jest największa).

Aby lepiej to zrozumieć, przyjrzyjmy się następującemu przykładowi: przenieśmy ciało o masie  $m$  z orbity kołowej o promieniu  $r$  równym dwukrotności promienia Ziemi  $R_Z$  na orbitę o promieniu  $r'$  równą  $3R_Z$  (Rys. 3.).



Rys. 3. Ilustracja do przykładu, w którym ciało o masie  $m$  zostaje przeniesione z orbity o promieniu  $r = 2R_Z$  na orbitę o promieniu  $r' = 3R_Z$

Na początku należy zauważyć, że ciało poruszając się po orbicie ma energię całkowitą równą sumie energii kinetycznej i potencjalnej:

$$E = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} - G \frac{mM}{r}$$

Skąd jednak wziąć wartość prędkości  $v$ ? Można zauważyć, że siła grawitacyjna pełni tutaj rolę siły dośrodkowej, zatem:

$$F_d = F_g$$

$$\frac{mv^2}{r} = G \frac{mM}{r^2}$$

Z tego wynika, że:

$$v^2 = \frac{GM}{r},$$

czyli energia całkowita na orbicie  $r$  ma wartość:

$$E_1 = G \frac{mM}{2r} - G \frac{mM}{r} = -G \frac{mM}{2r} = -G \frac{mM}{4R_Z}$$

zaś na orbicie  $r'$ :

$$E_2 = G \frac{mM}{2r'} - G \frac{mM}{r'} = -G \frac{mM}{2r'} = -G \frac{mM}{6R_Z}$$

Praca potrzebna do przeniesienia ciała z orbity  $r$  na  $r'$  równa jest więc zmianie tej energii:

$$W = \Delta E = E_2 - E_1$$

$$W = -G \frac{mM}{6R_Z} - \left( -G \frac{mM}{4R_Z} \right) = G \frac{mM}{12R_Z}$$

## Słowniczek

### Aphelium

(ang. *aphelion*) – punkt leżący na orbicie, po której krąży planeta lub inny obiekt obiegający Słońce; punkt leżący najdalej od Słońca.

### Energia potencjalna grawitacji

(ang. *potential energy of gravity*) – energia układu ciał oddziałujących ze sobą grawitacyjnie, zależna od masy ciał i odległości między ich środkami.

### Peryhelium

(ang. *perihelion*) – punkt leżący na orbicie, po której krąży planeta lub inny obiekt obiegający Słońce, leżący najbliżej Słońca.

### **Pole grawitacyjne**

(ang. *gravitational field*) – modyfikacja własności przestrzeni sprawiająca, że na każde ciało o masie  $m$ , umieszczone w pobliżu masy będącej źródłem pola, działa siła grawitacyjna.

### **Siła grawitacyjna**

(ang. *force of gravity*) – oddziaływanie o charakterze przyciągającym istniejące pomiędzy ciałami posiadającymi masę, zależne od iloczynu mas i kwadratu odległości pomiędzy ich środkami.

# Film samouczek

---

## Związek energii potencjalnej grawitacji z pracą lub zmianą energii kinetycznej

Niniejszy film pozwoli Ci zrozumieć, jak zmienia się energia całkowita ciała wraz ze wzrostem jego odległości od źródła pola grawitacyjnego.

### Polecenie 1

Zastanów się, jaka będzie wartość prędkości ciała na orbicie  $r//$ .

### Polecenie 2

Wykazano, że energia wymagana do wyniesienia satelity na niską orbitę Ziemi (zmiana energii potencjalnej) jest tylko niewielką częścią energii kinetycznej, potrzebnej do utrzymania go na orbicie. Czy jest to także prawdą, dla orbit o większych promieniach? Czy przy wzroście długości promienia orbity istnieje zależność między tym, jaka część energii kinetycznej zamienia się w energię potencjalną?

# Sprawdź się

---

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



# Dla nauczyciela

---

<b>Imię i nazwisko autora:</b>	Ewelina Kędzierska
<b>Przedmiot:</b>	Fizyka
<b>Temat zajęć:</b>	<b>Zmiana energii potencjalnej grawitacji i jej związek z wykonaną pracą lub zmianą energii kinetycznej ciała</b>
<b>Grupa docelowa:</b>	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
<b>Podstawa programowa:</b>	<p><b>Cele kształcenia – wymagania ogólne:</b></p> <p>I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p><b>Zakres rozszerzony</b></p> <p><b>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</b></p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem;</p> <p>6) tworzy teksty, tabele, diagramy lub wykresy, rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; właściwie skaluje, oznacza i dobiera zakresy osi;</p> <p>19) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu.</p> <p>IV. Grawitacja i elementy astronomii. Uczeń:</p> <p>7) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i stosuje zasadę zachowania energii do ruchu orbitalnego; posługuje się pojęciem drugiej prędkości kosmicznej (prędkości ucieczki).</p>

<b>Kształtowane kompetencje kluczowe:</b>	<b>Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,</li> <li>• kompetencje cyfrowe,</li> <li>• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,</li> <li>• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.</li> </ul>
<b>Cele operacyjne:</b>	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. analizuje, jak zmienia się energia potencjalna ciała przy jego przemieszczaniu się w polu grawitacyjnym;</li> <li>2. opisuje, jak wygląda wykres zależności energii potencjalnej od odległości;</li> <li>3. stosuje zasadę zachowania energii dla ciała poruszającego się w przestrzeni kosmicznej;</li> <li>4. wykorzystuje poznane informacje do rozwiązywania zadań rachunkowych.</li> </ol>
<b>Strategie nauczania:</b>	formative feedback
<b>Metody nauczania:</b>	merytoryczna dyskusja wprowadzająca, obserwacja, rozmowa kierowana
<b>Formy zajęć:</b>	praca indywidualna, praca w parach
<b>Środki dydaktyczne:</b>	tablica multimedialna
<b>Materiały pomocnicze:</b>	-
<b>PRZEBIEG LEKCJI</b>	
<b>Faza wprowadzająca:</b>	
<p>Nauczyciel rozpoczyna lekcję poprzez zaciekawienie uczniów tematem. Następnie, zadaniem nauczyciela jest rozpoznanie wiedzy wyjściowej uczniów w kontekście realizowanego tematu oraz nawiązanie do tej wiedzy w merytorycznej dyskusji wprowadzającej (może to być także rozmowa kierowana na temat energii – należy przypomnieć, czym jest energia kinetyczna i potencjalna oraz zasada zachowania energii).</p>	
<b>Faza realizacyjna:</b>	

- Konstruowanie wiedzy z zakresu nowego tematu:
  - nauczyciel przypomina uczniom zasadę zachowania energii analizując przykład z podrzuceniem piłki bądź upuszczeniem jej z pewnej wysokości przy powierzchni Ziemi,
  - uczniowie słuchają nauczyciela,
  - nauczyciel przechodzi do zasady zachowania energii w sytuacji, gdy ciało oddala się od planety ku nieskończoności, a następnie wyróżnia w niej energię potencjalną,
  - uczniowie przypatrują się przeprowadzanym operacjom matematycznym, prosząc o wyjaśnienie kwestii problemowych lub niezrozumiałych (jeżeli takowe są),
  - nauczyciel prosi uczniów, by spróbowali określić, jak zmienia się energia potencjalna w zależności od odległości; prosi ich, by narysowali wykres zależności  $E_p(r)$ ,
  - uczniowie rysują wykres,
  - nauczyciel koryguje i naprowadza uczniów,
  - nauczyciel zachęca uczniów do zadawania pytań,
  - nauczyciel odpowiada na pytania uczniów, koryguje ich odpowiedzi, ewentualnie naprowadza na właściwy trop.
- Kolejny etap lekcji obejmuje rekonstruowanie wiedzy uczniów:
  - wskazany uczeń na podstawie informacji uzyskanych od nauczyciela rozwiązuje zadanie, w którym oblicza pracę wykonaną przez silniki promu kosmicznego podczas zmiany promienia orbity, po której prom ten się porusza,
  - pozostali uczniowie kontrolują poprawność wykonywanych operacji matematycznych i zgłaszają ewentualne błędy,
  - uczniowie samodzielnie rozwiązują dwa zadania z zestawu ćwiczeń,
  - nauczyciel sprawdza wyniki pracy uczniów, koryguje i naprowadza ich w razie potrzeby.

#### **Faza podsumowująca:**

Nauczyciel przeprowadza z uczniami rozmowę, podczas której omawiają rozwiązywane w trakcie lekcji zadania. Dodatkowo powinien sprowokować uczniów do wskazania problemów napotkanych w czasie samodzielnej pracy. Poprzez analizę wypowiedzi uczniów nauczyciel określa w jakim stopniu osiągnięte zostały wyznaczone cele.

#### **Praca domowa:**

Zadaniem uczniów jest zapoznanie się z filmem samouczkiem dołączonym do niniejszego materiału oraz Uczniowie utrwalają wiedzę i zdobyte umiejętności przez rozwiązywanie w domu zadań, których nie rozwiązali na lekcji.

**Wskazówki metodyczne  
opisujące różne  
zastosowania danego  
multimedium:**

Film samouczek może być wykorzystany do samodzielnej pracy ucznia na lekcji.