



Iloczyn i iloraz potęg o takich samych wykładnikach

Materiał zawiera filmy, ćwiczenia interaktywne.

Filmy: iloczyn oraz iloraz potęg o tych samych wykładnikach

Iloczyn i iloraz potęg o takich samych wykładnikach

Przy obliczaniu wartości wyrażeń w których występują potęgi możemy wykorzystywać prawa działań na potęgach. W tym materiale poznasz i zastosujesz w ćwiczeniach twierdzenie o mnożeniu i dzieleniu potęg o różnych podstawach, ale takich samych wykładnikach.

Twierdzenie: Działania na potęgach

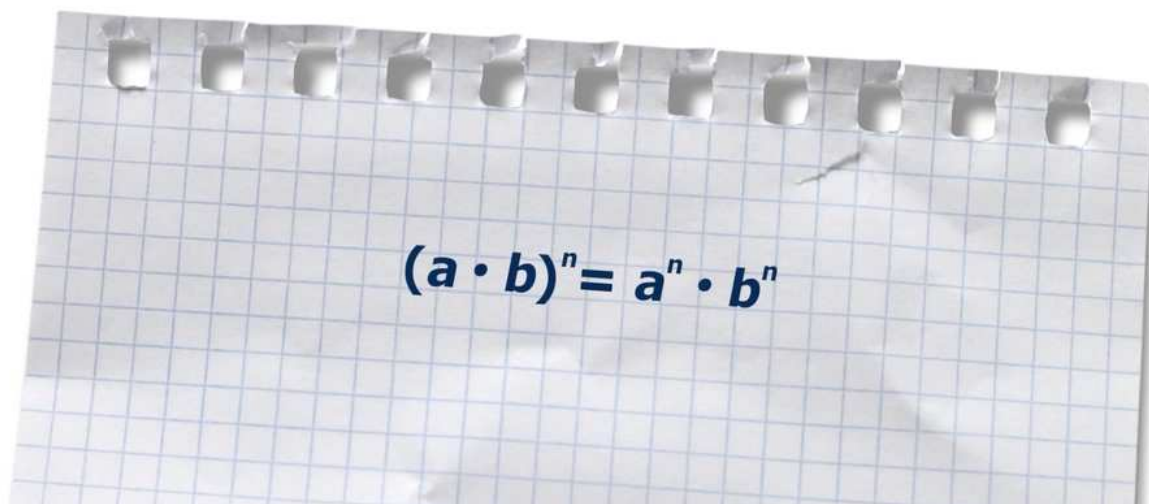
- **Iloczyn potęg o takich samych wykładnikach**

Dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b oraz dowolnej liczby całkowitej dodatniej n prawdziwa jest równość

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n.$$



Dla dowolnych liczb a i b oraz dowolnej liczby całkowitej dodatniej n , n -ta potęga iloczynu jest równa iloczynowi n -tych potęg tych liczb.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RezW70esmTg3O>

Liczby_Działania na potęgach_atrapa_animacja_iloczyn_poteg_wykl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia wzór na n -tą potęgę iloczynu liczb a i b .

- **Iloraz potęg o takich samych wykładnikach**

Dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b , gdzie $b \neq 0$ oraz dowolnej liczby całkowitej dodatniej n prawdziwa jest równość

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n.$$



Dla dowolnej liczby a , dowolnej liczby b różnej od zera oraz dowolnej liczby całkowitej dodatniej n , n -ta potęga ilorazu jest równa ilorazowi n -tych potęg tych liczb.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R40vqbTHcL3bn>

Liczby_Dzialania na potegach_atrapa_animacja_iloraz_poteg_wykl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia wzór na n -tą potęgę ilorazu liczb a i b .

Ćwiczenie 1



Oblicz w pamięci. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $2^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 =$
- $3^3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^3 =$
- $(-4)^3 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^3 =$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot (-8)^2 =$
- $(-0,1)^3 \cdot (10)^3 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Zapisz bez użycia nawiasów. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $(xy)^2 =$
- $(3x)^3 =$
- $\left(\frac{1}{2}xy\right)^4 =$
- $(0,2x^2)^2 =$
- $\left(2x^3 \cdot \frac{1}{3}y\right)^3 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 2^4 =$
- $\cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 9^2 =$
- $\cdot (1,5)^3 \cdot 2^3 =$
- $\cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot 10^2 =$
- $\cdot \left(\frac{3}{4}\right)^6 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^6 =$
- $\cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(1\frac{1}{5}\right)^3 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Określ znak każdego z wyrażeń. Przyporządkuj wyrażenie do odpowiedniej grupy.

Wyrażenie ujemne

$$9^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot (-2)^3$$

$$2^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 4^3$$

$$-9^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2$$

$$(-2)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Wyrażenie dodatnie

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Połącz w pary wyrażania, które są sobie równe.

$-4x^2$

$-(2x^2)^2$

$4x^2$

$(2x)^3$

$-4x^4$

$(-2x^2)^2$

$4x^4$

$-(2x)^2$

$-8x^3$

$(-2x)^2$

$8x^3$

$-(2x)^3$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $2^3 \cdot 25^3 =$
- $12^2 \cdot (-5)^2 =$
- $(\frac{1}{2})^4 \cdot 8^4 =$
- $(2\frac{1}{2})^4 \cdot (-2)^4 =$
- $(-\frac{3}{2})^5 \cdot (-\frac{2}{3})^5 =$
- $(-0,01)^3 \cdot 10^3 =$
- $(\frac{1}{2})^4 \cdot 8^4 \cdot (\frac{1}{2})^4 =$
- $(0,75)^2 \cdot (1\frac{1}{3})^2 \cdot 2^2 =$

52^3

4^5

25^3

2^5

$-(\frac{1}{10})^5$

5^8

4^6

2^4

-5^4

1^5

2^2

$(-60)^2$

$-(\frac{1}{10})^3$

4^3

$(-60)^3$

2^4

2^6

4^4

5^4

$(-60)^5$

$-(\frac{1}{10})^4$

50^3

3^5

4^5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Połącz w pary wyrażenia równe.

$$(8a^3bab^2)^2$$

$$16a^6b^4$$

$$(4a^2b)^2$$

$$64a^3b^9$$

$$(4ab^3)^3$$

$$16a^4b^2$$

$$(2a^2b^2 \cdot 2a)^2$$

$$16a^4b^4$$

$$(2ab)^4$$

$$64(ab^9)^3$$

$$(2a^0b^9 \cdot 2ab^0)^3$$

$$64a^8b^6$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Oblicz w pamięci. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

$$\bullet \ 2^3 : (-2)^3 = \boxed{}$$

$$\bullet \ (-3)^2 : (-3)^2 = \boxed{}$$

$$\bullet \ \left(\frac{1}{5}\right)^1 : 5^1 = \boxed{}$$

$$\bullet \ (0,2)^5 : (0,4)^5 = \boxed{}$$

$$\bullet \ \left(-\frac{1}{2}\right)^2 : \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \boxed{}$$

- | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----------------|----|----|----|---|---|---|----------------|---|----------------|----------------|---|----------------|----------------|
| -3 | $\frac{1}{49}$ | -2 | -1 | -4 | 2 | 4 | 4 | $\frac{1}{25}$ | 3 | $\frac{1}{28}$ | $\frac{1}{32}$ | 1 | $\frac{1}{42}$ | $\frac{1}{16}$ |
|----|----------------|----|----|----|---|---|---|----------------|---|----------------|----------------|---|----------------|----------------|

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $2^4 : 2^4 =$
- $\left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{1}{9}\right)^3 =$
- $(4,5)^3 : (1,5)^3 =$
- $\left(\frac{5}{2}\right)^2 : 10^2 =$
- $\left(\frac{7}{6}\right)^4 : \left(2\frac{1}{3}\right)^4 =$
- $\left(1\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{5}{6}\right)^3 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Oblicz podane wyrażenia, a następnie uporządkuj je od najmniejszego do największego.

$$9^2 : (-9)^1$$



$$(-2)^5 : 2^1$$



$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^3$$



$$2^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^2$$



$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^3$$



$$(-3^2) : \left(-\frac{1}{3}\right)^2$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Połącz w pary wyrażania, które są sobie równe.

$$-\frac{4}{x^4}$$

$$\left(-\frac{2}{x^2}\right)^2$$

$$\frac{8}{x^3}$$

$$\left(-\frac{2}{x}\right)^2$$

$$-\frac{8}{x^3}$$

$$\left(\frac{2}{x}\right)^3$$

$$\frac{4}{x^4}$$

$$-\left(\frac{2}{x}\right)^2$$

$$\frac{4}{x^2}$$

$$-\left(\frac{2}{x}\right)^3$$

$$-\frac{4}{x^2}$$

$$-\left(\frac{2}{x^2}\right)^2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Przeciągnij i upuść odpowiednie wyrażenia tak, aby równości były prawdziwe.

- $(x : y)^3 =$
- $(4 : x)^2 =$
- $(3x : y)^4 =$
- $(0,3 : x^2)^2 =$
- $(2x^2 : 3y)^3 =$

$$16 : x^2$$

$$81x^2 : y^2$$

$$81x^6 : y^6$$

$$8x^6 : 27y^3$$

$$16 : x^3$$

$$81x^4 : y^4$$

$$16 : x^4$$

$$x^2 : y^2$$

$$8x^8 : 27y^4$$

$$0,09 : x^6$$

$$0,09 : x^2$$

$$0,09 : x^4$$

$$8x^5 : 27y^2$$

$$x^4 : y^4$$

$$x^3 : y^3$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Uprość działania, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie potęgi lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $20^3 : 10^3 =$
- $25^2 : (-5)^2 =$
- $(\frac{1}{2})^4 : (\frac{1}{2})^4 =$
- $(-\frac{3}{2})^5 : (-\frac{3}{2})^5 =$
- $(2\frac{1}{2})^4 : (-\frac{1}{2})^4 =$
- $(-0,01)^3 : (0,1)^3 =$
- $(\frac{1}{2})^4 \cdot 8^4 : 2^4 =$
- $(0,75)^2 : (\frac{3}{4})^2 : 2^2 =$

2^4	$(\frac{1}{2})^3$	2^3	$-(\frac{4}{10})^3$	5^{20}	-5^4	2^7	4^5	2^9	1^4	-5^6	5^{10}
$(\frac{1}{2})^2$	10^4	1^5	5^4	5^2	$-(\frac{1}{10})^3$	10^5	2^4	$(\frac{1}{2})^4$	$-(\frac{2}{10})^3$	3^4	3^5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Połącz w pary wyrażenia równe sobie

$(4a : b^3)^3$	$a^2 : b^2$
$(4a^2 : 2b)^2$	$a^9 : b^3$
$(2a^3b^0 : 2a^0b)^3$	$64a^3 : b^9$
$(8a^3b : ab^2)^2$	$64a^4 : b^2$
$(2a^2b^2 : 2ab^3)^2$	$16a^4 : b^4$
$(2a : b)^4$	$4a^4 : b^2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

• $2^3 \cdot 4^3 \cdot \boxed{} = 16^3$

• $3^2 \cdot \boxed{} : 9^2 = 3^2$

• $25^5 : \boxed{} : 5^5 = 1^5$

• $32^4 : 2^4 : 4^4 : \boxed{} = 2^4$

• $4^2 \cdot 2^2 : 4^2 \cdot \boxed{} = 16^2$

• $27^5 \cdot 2^5 : 9^5 : \boxed{} = 2^5$

3⁵ 8⁵ 3⁶ 9³ 9² 3⁷ 5⁶ 5⁵ 8⁴ 2⁴ 8² 2³ 2⁵ 9⁴ 5⁷

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Ile wynosi iloraz $80^{15} : (-20)^{15}$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 4^{15}

☐ $(-4)^0$

☐ 40^{15}

☐ $(-4)^{15}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Wskaż wyrażenie równe $(3x^3y)^2$. Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $9x^3y^2$

☐ $3x^6y^2$

☐ $3x^5y^2$

☐ $9x^6y^2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Jaką postać ma wyrażenie $\left(\frac{9x^2y}{3xy^2}\right)^4$ zapisane bez użycia nawiasów? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $\frac{9^4x^8y^4}{3^4xy^8}$

☐ $\frac{3^4x^4}{y^4}$

☐ $\frac{3x^4}{y^4}$

☐ $\frac{9x^2y^4}{3xy^8}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Wyrażenie $(-2x^2y)^3$ po uproszczeniu wynosi $-8x^6y^3$.

☐ Iloraz $0,0001^5 : 0,001^5$ zapisany w postaci potęgi to $0,1^5$.

☐ Iloczyn $2^3 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 2^3$ zapisany w postaci potęgi to 6^{12} .

☐ Wyrażenie $\left(\frac{2a^3 \cdot b^2}{3b}\right)^2$ po uproszczeniu wynosi $\frac{2a^6b^2}{3}$.

☐ Iloraz $0,0001^5 : 0,001^5$ zapisany w postaci potęgi to $0,1^{10}$.

☐ Wyrażenie $\left(\frac{2a^3 \cdot b^2}{3b}\right)^2$ po uproszczeniu wynosi $\frac{4a^6b^2}{9}$.

☐ Wyrażenie $(-2x^2y)^3$ po uproszczeniu wynosi $8x^6y^3$.

☐ Iloczyn $2^3 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 2^3$ zapisany w postaci potęgi to 6^3 .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Jak zmieni się pole kwadratu o boku x cm, jeżeli jego bok zwiększymy czterokrotnie?
Uzupełnij odpowiedź, przeciągając w luki odpowiednie liczby i słowa lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Odpowiedź: Pole się -krotnie.

18

zwiększy

16

14

zmniejszy

12

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.