



Jednostki objętości. Objętość graniastosłupa

Materiał składa się z sekcji: "Jednostki objętości. Zamiana jednostek", "Objętość graniastosłupa".

Materiał zawiera ilustracje (fotografie, obrazy, rysunki), filmy, ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Filmy - bryły w 3D - wprowadzenie do obliczania objętości brył.

Zawartość tekstowa - jednostki objętości i pojemności, objętość graniastosłupa.

Przykłady - zamiana jednostek objętości i pojemności, obliczanie objętości graniastosłupów, również w sytuacjach praktycznych.

Ćwiczenia - zamiana jednostek objętości, obliczanie objętości graniastosłupów.

Jednostki objętości. Objętość graniastostupa

Jednostki objętości. Zamiana jednostek

Przykład 1



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RmsncYQwnCpPJ>

Objetosc figury_Jednostki objetosci_atrapa_animacj_718

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja 3D pokazuje krążące jednakowe sześciany, które łączą się w prostopadłościan złożony z dwudziestu czterech sześcianów.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R4CGt7Jt5bVnu>

Objetosc figury_Jednostki objetosci_atrapa_animacj_717

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja 3D pokazuje krążące jednakowe sześciany, które łączą się w duże sześciany – jeden złożony z ośmiu sześciątów oraz drugi złożony z dwudziestu siedmiu sześciątów.

Przykład 2



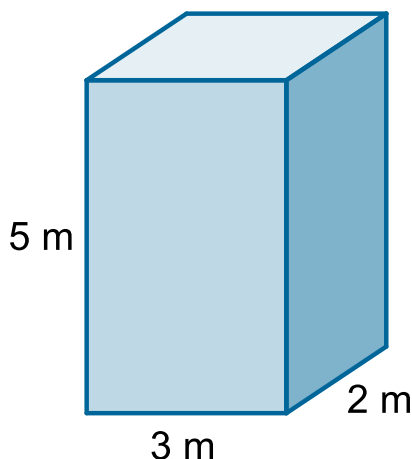
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Multimedialny Park Fontann w Warszawie tworzą dwie fontanny, z których tryska prawie 30 tysięcy litrów wody na minutę.

Dzięki laserom w strumieniach wody oświetlanej kolorowym światłem pojawiają się bajkowe animacje.

Woda tryskająca z fontann w ciągu minuty napełniłaby prostopadłościan o wymiarach 3 m i 2 m i 5 m.

W jaki sposób można to obliczyć?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Jeden liter to 1 decymetr sześcienny, więc $30000 \text{ l} = 30000 \text{ dm}^3$.

Zamieniamy teraz dm^3 na m^3 .

$$1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m},$$

stąd

$$(1 \text{ dm})^3 = (0,1 \text{ m})^3 = 0,001 \text{ m}^3, \text{ czyli } 30000 \text{ dm}^3 = 30000 \cdot 0,001 \text{ m}^3 = 30 \text{ m}^3.$$

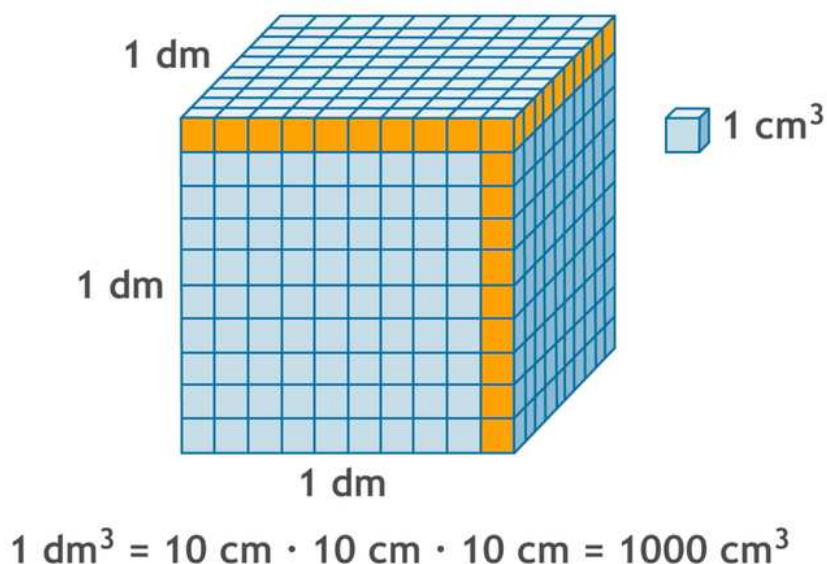
Obliczamy objętość prostopadłościanu.

$$V = 3 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} = 30 \text{ m}^3.$$

Najczęściej stosowane jednostki objętości to km^3 , m^3 , dm^3 , cm^3 .

W wielu przypadkach zachodzi konieczność zamiany jednostek objętości. Korzystamy wtedy z zależności między jednostkami długości.

Przykład 3



Film dostępny pod adresem [/preview/resource/RdwjFC078tgAv](#)

Objetosc figury_Jednostki objetosci_atrapa_animacj_719

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy zamieniać jednostki objętości.

Przykład 4

- $1 \text{ km}^3 = 1 \text{ km} \cdot 1 \text{ km} \cdot 1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \cdot 1000 \text{ m} \cdot 1000 \text{ m} =$
 $= (10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^3) \text{ m}^3 = 10^9 \text{ m}^3$
- $1 \text{ m}^3 = 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 10 \text{ dm} \cdot 10 \text{ dm} \cdot 10 \text{ dm} = 1000 \text{ dm}^3 = 10^3 \text{ dm}^3$
- $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3 = 10^3 \text{ cm}^3$
- $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm} = 1000 \text{ mm}^3 = 10^3 \text{ mm}^3$
- $1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ dm}^3 = (10 \text{ dm})^3 = (10 \cdot 10 \text{ cm})^3 = 10^6 \text{ cm}^3$

Przykład 5

- $600 \text{ cm}^3 = 600 \cdot 0,000001 \text{ m}^3 = 0,0006 \text{ m}^3,$
- $5 \text{ cm}^3 = 5 \cdot 0,001 \text{ dm}^3 = 0,005 \text{ dm}^3.$

Ilość ciał sypkich lub płynów określa się w jednostkach pojemności: mililitr, litr, hektolitr.

Przykład 6

- $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3$
- $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3 = 0,001 \text{ l}$
- $1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$
- $75,8 \text{ l} = 75,8 \cdot 1 \text{ l} = 75,8 \cdot 0,01 \text{ hl} = 0,758 \text{ hl}$
- $2,3 \text{ hl} = 2,3 \cdot 1 \text{ hl} = 2,3 \cdot 100 \text{ l} = 230 \text{ l}$

Jednostki objętości	Jednostki pojemności
1 mm^3	
$1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$	1 ml
$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$	$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$
$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$	$1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$
$1 \text{ km}^3 = 1000000000 \text{ m}^3$	$1 \text{ l} = 0,01 \text{ hl}$
$1 \text{ cm}^3 = 0,000001 \text{ m}^3$	$1 \text{ ml} = 0,001 \text{ l}$
$1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$	$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ l}$
$1 \text{ m}^3 = 0,000000001 \text{ km}^3$	

Objętość graniastosłupa

Ważne!

Objętość graniastosłupa jest równa iloczynowi pola jego podstawy przez wysokość.

$$V = P_p \cdot H.$$

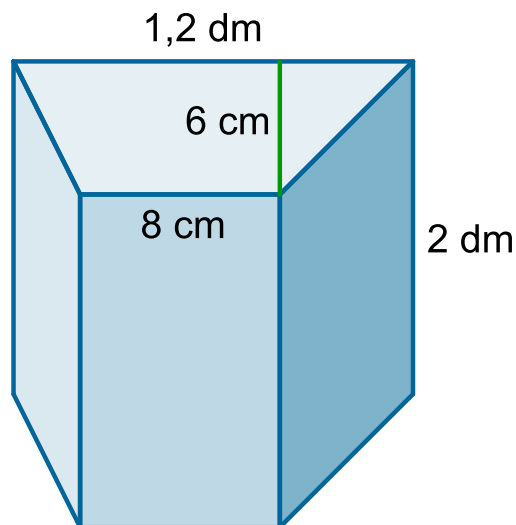
- V – objętość,
- P_p – pole podstawy,
- H – wysokość graniastosłupa.

Obliczając objętość graniastosłupa, należy pamiętać, aby wszystkie jego wymiary wyrażone były w tej samej jednostce.

Przykład 7

Podstawą graniastosłupa jest trapez o wysokości 6 cm, którego podstawy mają długości 1,2 dm i 8 cm. Wysokość graniastosłupa jest równa 2 dm.

Obliczmy objętość tego graniastosłupa.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zapisujemy wymiary podstawy i wysokość graniastosłupa w centymetrach.

$$1,2 \text{ dm} = 12 \text{ cm},$$

$$2 \text{ dm} = 20 \text{ cm}.$$

Obliczamy pole podstawy graniastosłupa – pole trapezu.

$$P_p = \frac{1}{2}(12 + 8) \cdot 6,$$

$$P_p = 60 \text{ cm}^2.$$

Obliczamy objętość graniastosłupa.

$$V = P_p \cdot H,$$

$$V = 60 \cdot 20,$$

$$V = 1200 \text{ cm}^3.$$

Odpowiedź:

Objętość graniastosłupa jest równa 1200 cm^3 .

Przykład 8

W krajach anglosaskich jedną z miar pojemności jest galon. Galon amerykański to około 3800 cm^3 .

Pojemność baku samochodu Bogdana wynosi 72,2 l. Ile kanistrów paliwa o pojemności 1 galonu trzeba by nalać do baku tego samochodu, aby go napełnić?

Zapisujemy pojemność baku w cm^3 .

$$72,2 \text{ l} = 72,2 \text{ dm}^3 = 72200 \text{ cm}^3.$$

Obliczamy, ile potrzeba kanistrów paliwa, by wypełnić bak.

$$72200 : 3800 = 19.$$

Odpowiedź:

Potrzeba 19 kanistrów paliwa.

Ciekawostka

W światowym przemyśle naftowym jednostką objętości jest baryłka.

$$1 \text{ baryłka} = 42 \text{ galony} \approx 160 \text{ l}.$$

W Europie jednak ilość ropy wyraża się w tonach. Z jednej baryłki ropy otrzymuje się około 20 galonów benzyny.

Ćwiczenie 1



Zamień jednostki poniższych wartości. Uzupełnij równości wpisując w luki odpowiednie liczby.

- $5,79 \text{ dm}^3 = \boxed{} \text{ cm}^3$
- $98 \text{ mm}^3 = \boxed{} \text{ cm}^3$
- $2 \text{ m}^3 = \boxed{} \text{ cm}^3$
- $0,00045 \text{ km}^3 = \boxed{} \text{ m}^3$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Zaznacz prawidłową odpowiedź. 4,5 l to:

☐ 0,45 hl

☐ 0,0045 m³

☐ 45 dm³

☐ 450 mm³

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Zamień jednostki poniższych wartości. Uzupełnij równości wpisując w luki odpowiednie liczby.

- $22 \text{ dm}^3 = \boxed{} \text{ l}$
- $7800 \text{ mm}^3 = \boxed{} \text{ l}$
- $658 \text{ ml} = \boxed{} \text{ l}$
- $3,34 \text{ hl} = \boxed{} \text{ l}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Litr soku waży 1,04 kg. Uzupełnij zdanie wpisując w luki odpowiednie liczby.

0,4 dm³ soku waży kg, 65 dm³ soku waży kg, natomiast 5600 cm³ soku waży kg.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Metr sześcienny betonu waży około 2500 kg. Ile waży beton zawarty w prostopadłościenniej taczce o wymiarach 80 cm i 60 cm i 20 cm? Uzupełnij równości wpisując w luki odpowiednie liczby.

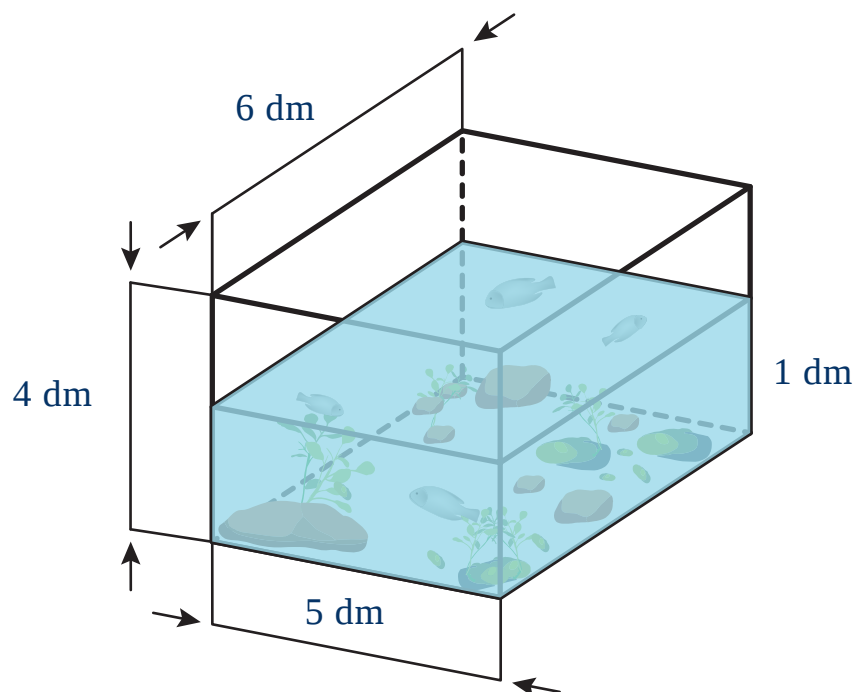
- $80 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = \text{ cm}^3 = \text{} \cdot 0,000001 \text{ m}^3 = \text{ m}^3$
- $\text{} \cdot 2500 \text{ kg} = \text{ kg}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Do akwariium o wymiarach jak na rysunku wrzucono dwie sześciennie kostki o objętości $0,5\text{ l}$ każda. O ile centymetrów podniesie się poziom wody?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Wszystkie krawędzie graniastosłupa prawidłowego są równe i mają długość 4 cm. Oblicz objętości graniastosłupów w poniższych przypadkach, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w lukę odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Podstawa jest trójkątem

Odpowiedź: $V = \boxed{} = \boxed{} \text{ (cm}^3\text{)}$

- Podstawa jest czworokątem

Odpowiedź: $V = \boxed{} = \boxed{} \text{ (cm}^3\text{)}$

- Podstawa jest sześciokątem

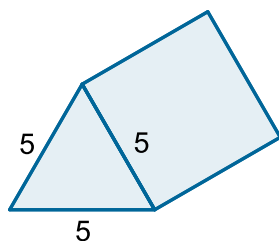
Odpowiedź: $V = \boxed{} = \boxed{} \text{ (cm}^3\text{)}$

Ćwiczenie 8

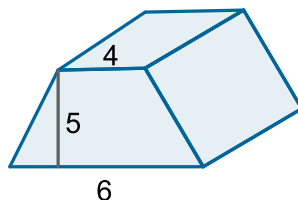


Wysokość każdego z graniastosłupów prostych jest równa 10. Oblicz ich objętości.

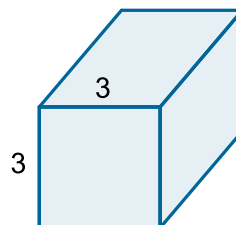
a)



b)



c)



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij odpowiedzi, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Graniastosłup A

Odpowiedź: $V =$ $=$

- Graniastosłup B

Odpowiedź: $V =$

- Graniastosłup C

Odpowiedź: $V =$

$$62,5\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2}(4+4) \cdot 5 \cdot 10 = 200$$

$$9 \cdot 10 = 80$$

$$64,5\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2}(6+4) \cdot 5 \cdot 10 = 250$$

$$9 \cdot 10 = 90$$

$$\frac{25\sqrt{3}}{4} \cdot 10$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



W graniastosłupie prostym krawędź boczna ma długość 6. Oblicz objętość graniastosłupa, wiedząc, że jego podstawą jest:

1. trójkąt prostokątny równoramienny o przeciwprostokątnej długości 2
2. równoległobok, w którym wysokość jest równa 2, a podstawa 3
3. trapez prostokątny o wysokości 7 oraz podstawach długości 6 i 8
4. romb o przekątnych długości 4 i 8

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Objętość graniastopuła jest równa 120. Oblicz sumę długości jego krawędzi bocznych, wiedząc, że jego podstawą jest:

1. kwadrat o obwodzie 20
2. trapez równoramienny, którego krótsza podstawa ma długość 6, kąt ostry 45° , a ramię ma długość $3\sqrt{2}$
3. prostokąt o bokach długości 4 i 5
4. sześciokąt foremny o boku długości 1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Ustal jak zmieni się objętość graniastopuła prawidłowego trójkątnego w podanych sytuacjach. Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie wyrazy lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Kiedy wysokość graniastopuła zwiększy się dwukrotnie, to jego objętość się .
- Kiedy długość krawędzi podstawy graniastopuła zwiększy się dwukrotnie, to jego objętość się .
- Kiedy wysokość graniastopuła zwiększy się dwukrotnie, a długość jego krawędzi zmniejszy się dwukrotnie, to jego objętość się .

zmniejszy

dwukrotnie

trzykrotnie

zwiększy

czterokrotnie

pięciokrotnie

zmniejszy

zmniejszy

czterokrotnie

dwukrotnie

trzykrotnie

zwiększy

pięciokrotnie

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Objętość pudełka w kształcie graniastostupa prawidłowego trójkątnego jest równa $90\sqrt{3} \text{ cm}^3$. Wysokość ściany bocznej jest równa 10 cm. Oblicz sumę długości jego krawędzi.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Pudło ma kształt graniastostupa, który w podstawie ma trapez o wysokości 120 cm i długości podstaw 80 cm i 30 cm. Wysokość tego pudła to 40 cm. Ile litrów wody zmieści się w tym pudle? Uzupełnij odpowiedź, przeciągając w lukę odpowiednią liczbę lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Odpowiedź: W pudle zmieści się l wody.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Uzupełnij tabelę, przeciągając w wyznaczone miejsca odpowiednie liczby.

opis graniastosłupa	Graniastosłup prosty, którego podstawą jest trójkąt równoboczny o boku 5	Graniastosłup prawidłowy, którego podstawą jest sześciokąt o boku 10 i przekątnej ściany bocznej 16	Graniastosłup prosty, którego podstawą jest trapez równoramienny o bokach 20, 16, 6, 6	Graniastosłup prawidłowy, którego podstawą jest czworokąt oraz wszystkie jego krawędzie są równe
Pole powierzchni bocznej graniastosłupa			96	
Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa				150
Objętość graniastosłupa	75			

$120\sqrt{39}$

125

$72,5\sqrt{3}$

$900\sqrt{13}$

$96 + 144\sqrt{2}$

100

$144\sqrt{2}$

$60\sqrt{3}$

$120\sqrt{39} + 300\sqrt{3}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Objętość graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa $24\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

Wysokość graniastosłupa ma długość 6 cm. Oblicz długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Objętość graniastopuła prawidłowego trójkątnego wynosi $64\sqrt{3} \text{ cm}^3$. Oblicz wysokość graniastopuła, wiedząc, że jest ona czterokrotnie dłuższa od krawędzi podstawy.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Podstawą graniastopuła jest romb. Stosunek długości przekątnych podstawy i wysokości graniastopuła jest równy $1 : 3 : 4$. Objętość graniastopuła jest równa 384 cm^3 . Oblicz długość krawędzi podstawy tego graniastopuła.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Suma długości wszystkich krawędzi każdego z trzech graniastopułów prawidłowych: trójkątnego, czworokątnego oraz sześciokątnego jest równa 36 cm . Wszystkie krawędzie w każdym z graniastopułów mają jednakową długość. Oblicz objętość każdego z graniastopułów.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Pole podstawy graniastopuła jest równe 36 cm^2 . Wysokość tego graniastopuła jest równa 6 cm. O ile procent należy zmniejszyć wysokość tego graniastopuła, aby jego objętość zmniejszyła się o 10%?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Krawędź podstawy graniastopuła prawidłowego sześciokątnego ma długość 5 cm. Jego dłuższa przekątna nachylona jest do podstawy pod kątem 45° . Oblicz jego objętość.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21



Podstawą graniastopuła prostego jest deltoid o polu 100 cm^2 . Jedna przekątna deltoidu jest dwa razy dłuższa od drugiej. Wysokość graniastopuła stanowi 20% sumy długości przekątnych deltoidu. Oblicz objętość graniastopuła.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 22



Podstawą graniastopuła pochyłego jest kwadrat o boku 5. Wszystkie krawędzie boczne mają długość 10 i są nachylone do płaszczyzny podstawy pod kątem 45° .

Oblicz objętość graniastopuła.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.