

Objętość prostopadłościanu

Materiał składa się z sekcji: "Objętość prostopadłościanu – przypomnienie", "Objętość sześcianu – przypomnienie", "Obliczanie objętości prostopadłościanów cz.1", "Obliczanie objętości prostopadłościanów cz.2", "Obliczanie objętości prostopadłościanów cz.3".

Materiał zawiera ilustracje (fotografii, obrazów, rysunków), filmy, ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Filmy – objętość prostopadłościanu i sześcianu.

Ćwiczenia – obliczanie objętości prostopadłościanu i sześcianu.

Objętość prostopadłościanu

Ten materiał poświęcony jest objętości prostopadłościanu i sześcianu. Dowiesz się, w jaki sposób obliczać te objętości, rozwiążesz zadania dotyczące tego zagadnienia.

Prostopadłościan jest bryłą najczęściej spotykaną w naszym otoczeniu. Człowiek dobrze się czuje w pomieszczeniach o tym kształcie. Lubimy też używać pudełek i innych przedmiotów w kształcie prostopadłościanów. Typowe kostki do gry, pudełka na mleko i inne produkty, budynki wielorodzinne, kontenery i wagony – to przykłady prostopadłościennych obiektów.

Definicja: Objętość bryły

Liczbę sześcianów jednostkowych, którymi możemy wypełnić daną bryłę nazywamy objętością tej bryły.

W jakich sytuacjach mówimy o objętości prostopadłościanu? Na przykład obliczając:

- ilość wody w basenie czy akwarium
- ilość powietrza w sali lekcyjnej
- ilość drewna użytego do zrobienia blatu ławki
- ilość śniegu, który spadł na 1 m^2 powierzchni

Polecenie 1

Zapoznaj się z poniższą animacją, która pokazuje powstawanie pewnego prostopadłościanu. Policz z ilu sześciennych klocków jest on zbudowany.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1E4rKKbcCTGs>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja 3D pokazuje krążące jednakowe sześciiany, które łączą się w prostopadłościan złożony z dwudziestu czterech sześcianów.

Odpowiedź:

Ten prostopadłościan składa się z 24 klocków.

Polecenie 2

Zapoznaj się z poniższą animacją, która pokazuje powstawanie pewnych sześcianu. Z ilu sześciennych klocków jest zbudowany każdy z nich?



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R12x8BtqJdXCI>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja 3D pokazuje krążące jednakowe sześciiany, które łączą się w duże sześciiany - jeden złożony z ośmiu sześcianów oraz drugi złożony z dwudziestu siedmiu sześcianów.

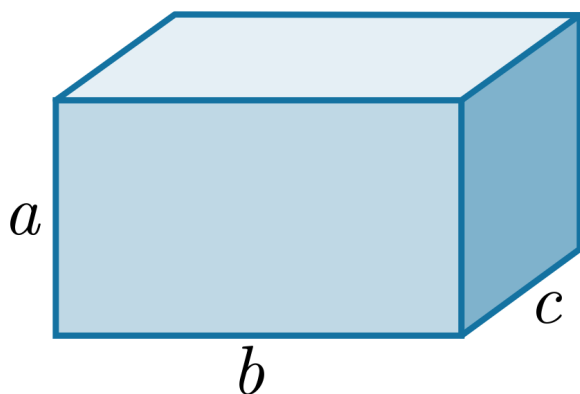
Odpowiedź:

Pierwszy sześcián składa się z 8 klocków, a drugi sześcián składa się z 27 klocków.

Ważne!

Aby obliczyć objętość prostopadłościanu, mnożymy jego wymiary: długość, szerokość i wysokość.

Objętość bryły najczęściej oznaczamy literą V .



$$V = a \cdot b \cdot c$$

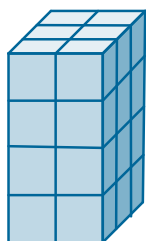
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

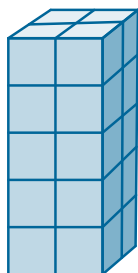


Każdy prostopadłościan zbudowany jest z sześciątów o krawędzi 1 dm. Oblicz objętości tych prostopadłościanów i wyraż je w dm^3 . Wpisz odpowiedzi w puste miejsca.

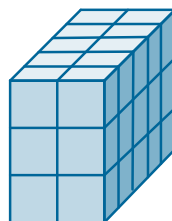
a



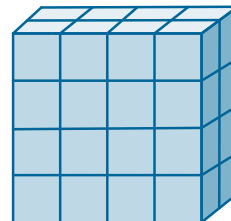
b



c



d



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Uzupełnij tabelę z wymiarami prostopadłościanów. Przeciągnij i upuść odpowiednie długości.

Numer prostopadłościanu	Wymiary prostopadłościanu			Objętość prostopadłościanu
	a	b	c	
I	2 cm	4 cm		40 cm ³
II		2 cm	5 cm	30 cm ³
III	5 cm		2 cm	60 cm ³
IV	2 cm	4 cm		56 cm ³

6 cm

5 cm

8 cm

3 cm

7 cm

4 cm

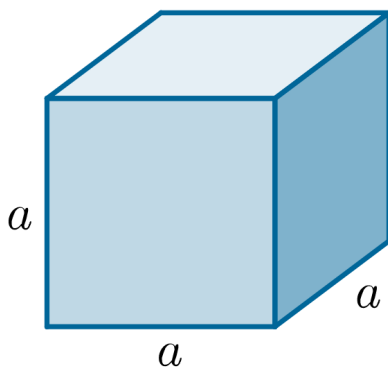
Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Szczególny prostopadłościan - sześcian

Sześcian jest prostopadłościanem, więc jego objętość obliczamy tak samo, jak objętość prostopadłościanu. Krawędzie wychodzące z jednego wierzchołka sześcianu mają takie same długości, więc wzór na objętość wygląda prościej.

Ważne!

Aby obliczyć objętość sześcianu, obliczamy sześcian długości jego krawędzi.



$$V = a \cdot a \cdot a$$

lub

$$V = a^3$$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Uzupełnij tabelę wymiarami sześcianów. Przeciągnij i upuść odpowiednie długości.

Nr sześcianu	Długość krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka			Objętość sześcianu
1.	6 cm	6 cm		
2.				125 cm ³
3.				0,008 cm ³
4.				0,027 cm ³

0,9 cm

0,3 cm

0,3 cm

0,02 cm

0,2 cm

0,9 cm

5 cm

0,02 cm

256 cm³

0,2 cm

0,3 cm

5 cm

5 cm

0,2 cm

0,9 cm

6 cm

216 cm³

0,02 cm

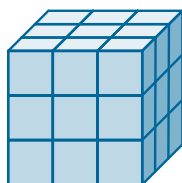
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

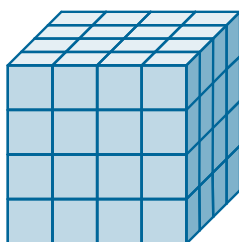


Każdy sześcian zbudowany jest z małych sześcianów o krawędzi 2 cm. Oblicz objętości tych sześcianów i wyraż je w cm³. Wpisz odpowiedzi w puste miejsca.

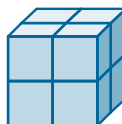
a



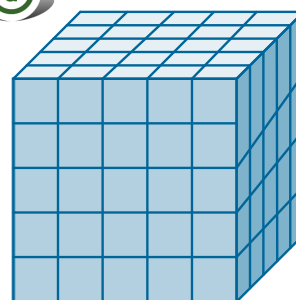
b



c



d



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Uzupełnij poniższe zdania, wpisując w luki odpowiednie liczby. Ułamki zapisz używając przecinka.

- Objętość sześcianu o krawędzi długości 7 m wynosi m^3 .
- Krawędź sześcianu o objętości $\frac{1}{8} \text{ m}^3$ ma długość m.
- Objętość sześcianu o krawędzi długości 0,4 dm wynosi dm^3 .
- Długość krawędzi sześcianu o objętości $\frac{27}{125} \text{ cm}^3$ wynosi cm.

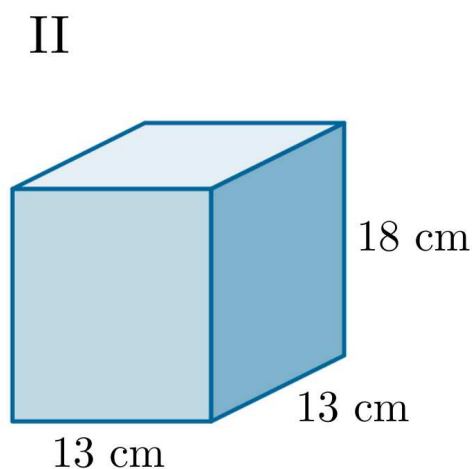
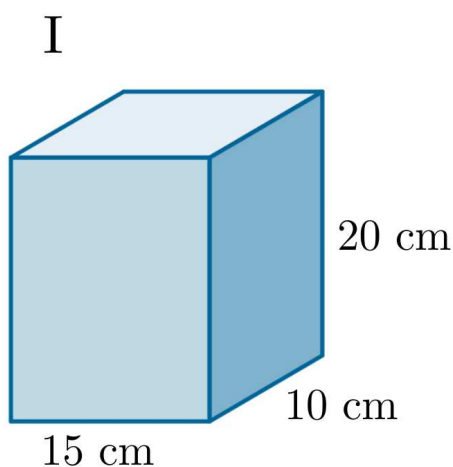
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Obliczanie objętości prostopadłościów

Ćwiczenie 6



Zapoznaj się z poniższymi rysunkami dwóch prostopadłościanów.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij poniższe zdania, przeciągając w luki odpowiednie słowa lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Objętość prostopadłościanu I mniejsza od objętości prostopadłościanu II.
- Różnica objętości danych prostopadłościanów równa 42 cm^3 .
- Różnica objętości danych prostopadłościanów większa o 1 dm^3 .
- Suma objętości danych prostopadłościanów większa od 5 dm^3 .

nie jest

nie jest

jest

jest

nie jest

jest

nie jest

jest

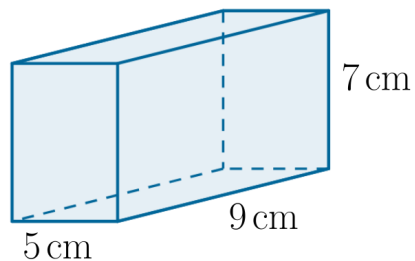
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



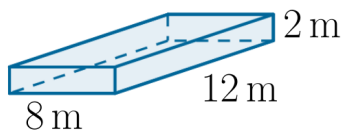
Oblicz objętości prostopadłościanów o wymiarach podanych na rysunku. Wpisz prawidłowe odpowiedzi w puste pola na rysunku.

a



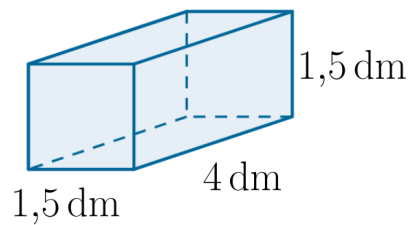
cm^3

b



m^3

c



dm^3

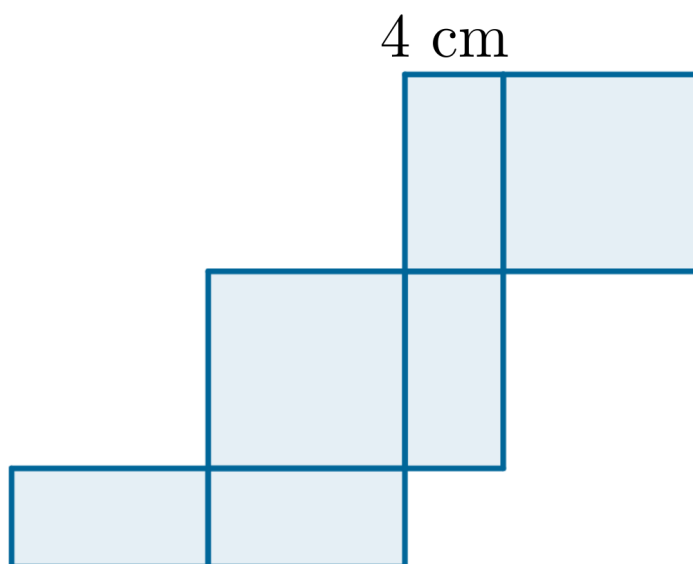
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Oblicz objętości prostopadłościanów wykonanych z siatek widocznych na rysunkach.

Dwie ściany tego prostopadłościanu są kwadratami o boku dwa razy dłuższym niż bok o podanej długości.



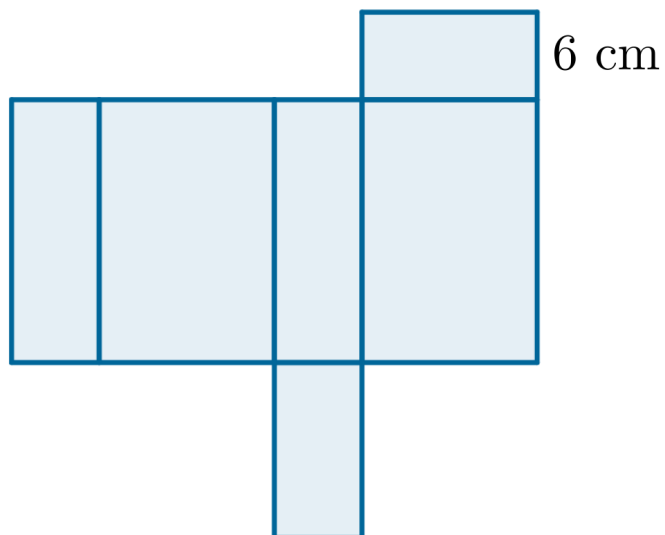
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wpisz w lukę odpowiednią liczbę.

$V =$ cm^3

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Pozostałe wymiary tego prostopadłościanu są odpowiednio 2 razy i 3 razy dłuższe niż bok o podanej długości.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wpisz w lukę odpowiednią liczbę.

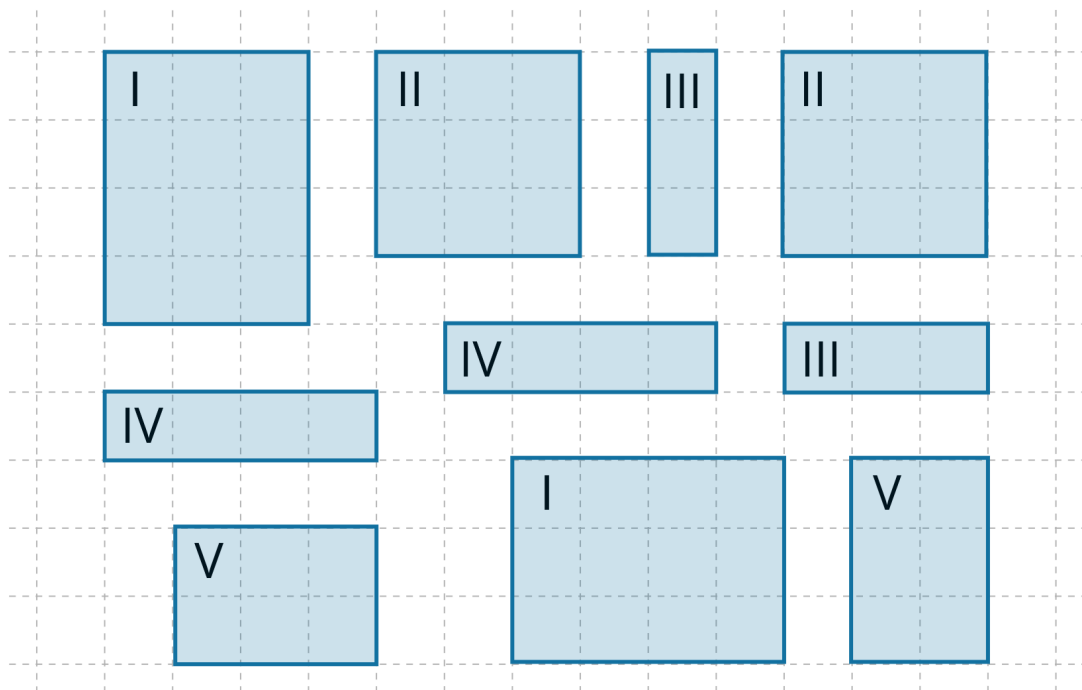
$V =$ cm^3

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Zapoznaj się z poniższym rysunkiem, na którym znajdują się prostokąty o różnych wymiarach. Długość boku jednej kratki wynosi 3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie liczby i numery prostokątów lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Siatkę prostopadłościanu można zbudować z prostokątów o numerach
- Objętość tego prostopadłościanu wynosi .

I, II, IV 243 I, III, IV 162 II, III, V 324 I, II, III

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Oblicz objętość sześcianu na podstawie podanych informacji. Uzupełnij poniższe równości, wpisując w luki odpowiednie liczby.

- Suma wszystkich krawędzi tego sześcianu wynosi 60 cm.

$$V = \boxed{} \text{ cm}^3$$

- Suma wszystkich krawędzi tego sześcianu wynosi 72 cm.

$$V = \boxed{} \text{ cm}^3$$

- Suma wszystkich krawędzi tego sześcianu wynosi 108 cm.

$$V = \boxed{} \text{ cm}^3$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi sześcianu na podstawie podanych informacji. Możesz skorzystać z kalkulatora. Uzupełnij poniższe zdania, wpisując w luki odpowiednie liczby.

- Jeśli objętość tego sześcianu wynosi $0,064 \text{ cm}^3$, to suma długości jego wszystkich krawędzi jest równa $\boxed{}$ cm.

- Jeśli objętość tego sześcianu wynosi $0,125 \text{ cm}^3$, to suma długości jego wszystkich krawędzi jest równa $\boxed{}$ cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Ile wynosi pole powierzchni sześcianu o objętości 64 dm^3 ? Zaznacz poprawną odpowiedź. Do obliczeń możesz wykorzystać kalkulator.

☐ 216 dm^2

☐ 96 dm^2

☐ 24 dm^2

☐ 192 dm^2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Zaznacz poprawne dokończenie zdania. Do obliczeń możesz wykorzystać kalkulator. Objętość sześcianu o polu powierzchni 150 m^2 wynosi

☐ 200 m^3 .

☐ 125 m^3 .

☐ 25 m^3 .

☐ 75 m^3 .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Pojemnik o wymiarach 60 cm (szerokość) $\times$ 80 cm (długość) $\times$ 50 cm (wysokość) napełniono wodą. Ilość litrami wody napełniono ten pojemnik? Uzupełnij odpowiedź, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

Odpowiedź: Pojemnik napełniono litrami wody.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ W sześcianie o krawędzi długości 9 zmieści się 27 sześcianów o krawędzi długości 3.

☐ Prostopadłościan o wymiarach $10 \times 11 \times 12$ ma 4 razy większą objętość niż prostopadłościan o wymiarach $10 \times 11 \times 4$.

☐ W sześcianie o krawędzi długości 6 zmieści się 9 sześcianów o krawędzi długości 3.

☐ Prostopadłościan o wymiarach $12 \times 12 \times 6$ ma 8 razy większą objętość niż prostopadłościan o wymiarach $6 \times 6 \times 3$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.