



Wyznaczanie miejsca zerowego funkcji na podstawie wykresu

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Prezentacja multimedialna
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Wyznaczanie miejsca zerowego funkcji na podstawie wykresu

Źródło: Daniel Clay, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Wiemy, że funkcję możemy opisywać za pomocą grafu, tabelki, opisu słownego, zbioru par uporządkowanych, wzoru oraz wykresu. Potrafimy wyznaczać miejsca zerowe funkcji opisanej różnymi sposobami. Obecnie będziemy wyznaczać miejsca zerowe funkcji opisanej za pomocą wykresu.

Twoje cele

- Wyznaczysz miejsca zerowe funkcji opisanej za pomocą wykresu.
- Sprawdzisz, czy podana liczba jest miejscem zerowym funkcji.
- Uzasadnisz, że dana liczba jest miejscem zerowym funkcji.

Przeczytaj

Funkcja opisana jest za pomocą wykresu. W jaki sposób możemy wyznaczyć jej miejsca zerowe?

Przypomnijmy określenie miejsca zerowego.

Definicja: Miejsce zerowe

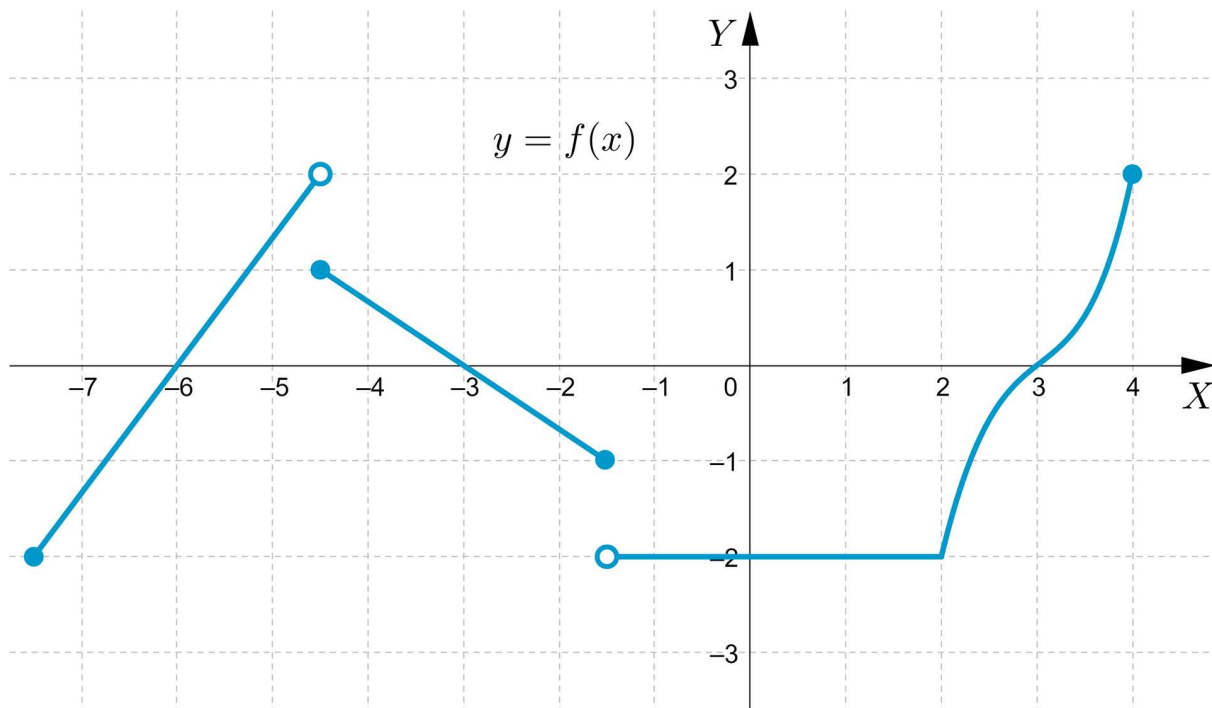
Miejszem zerowym funkcji nazywamy argument, dla którego wartość funkcji jest równa zero.

Miejszem zerowym funkcji $y = f(x)$ jest odcięta x_0 punktu, w którym wykres tej funkcji przecina oś X ($x_0 \in D_f$).

Poniższe przykłady przybliżą nam sposób wyznaczania miejsc zerowych funkcji f , korzystając z wykresu tej funkcji.

Przykład 1

Funkcja f opisana jest za pomocą wykresu.



Wyznamy jej miejsca zerowe.

Rozwiązanie

W celu wyznaczenia **miejsc zerowych funkcji f** odczytajmy z wykresu współrzędne punktów przecięcia wykresu z osią X .

Są to punkty: $(-6, 0)$, $(-3, 0)$, $(3, 0)$.

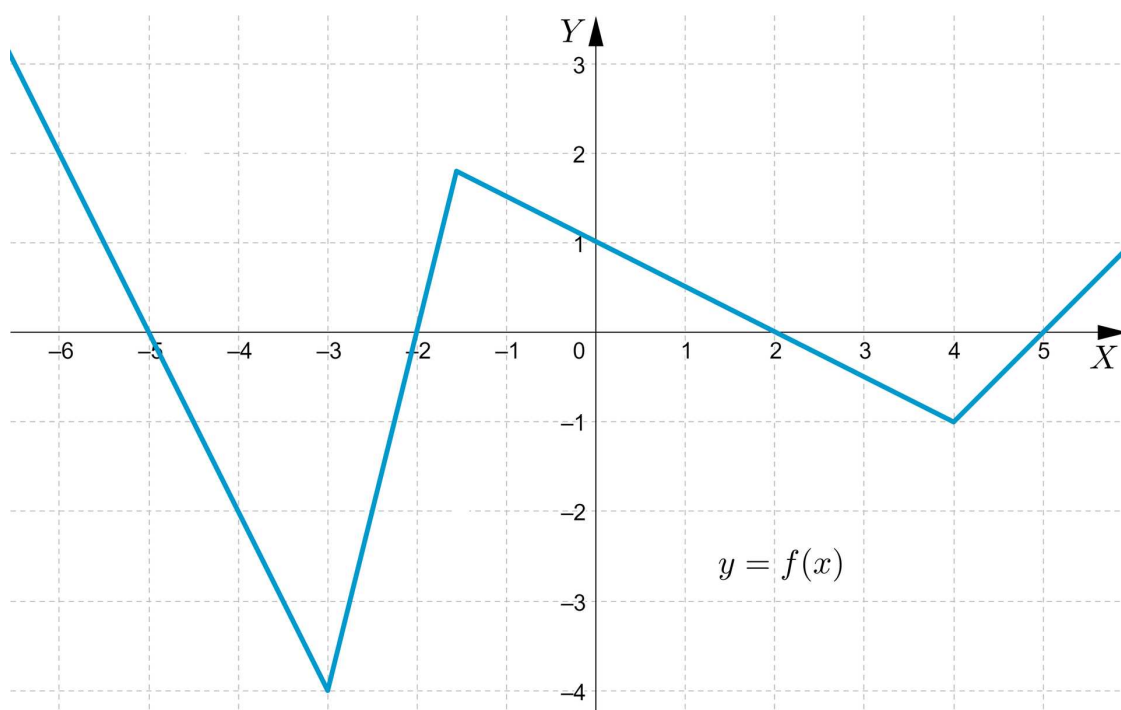
Miejscami zerowymi funkcji f są pierwsze współrzędne punktów wspólnych wykresu funkcji i osi X .

Są nimi liczby: (-6) , (-3) , 3 .

Funkcja f ma więc trzy miejsca zerowe: (-6) , (-3) , 3 .

Przykład 2

Funkcja f opisana jest za pomocą wykresu, którego fragment przedstawiony jest na rysunku.



Na podstawie wykresu określimy jej miejsca zerowe.

Rozwiązanie

Odczytajmy z wykresu funkcji współrzędne punktów przecięcia wykresu z osią X .

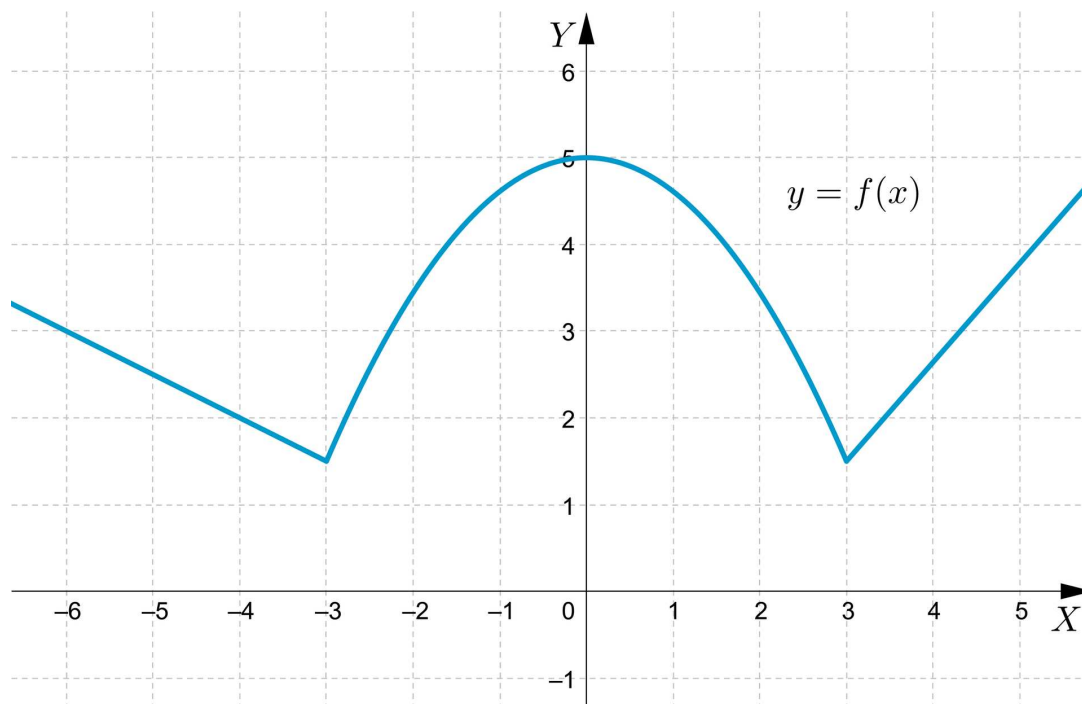
Są to punkty o współrzędnych: $(-5, 0)$, $(-2, 0)$, $(2, 0)$, $(5, 0)$.

Miejscami zerowymi funkcji f są pierwsze współrzędne punktów wspólnych wykresu funkcji i osi X .

Funkcja f ma cztery miejsca zerowe: (-5) , (-2) , 2 , 5 .

Przykład 3

Funkcja f opisana jest za pomocą wykresu.



Sprawdzimy, czy funkcja posiada miejsca zerowe.

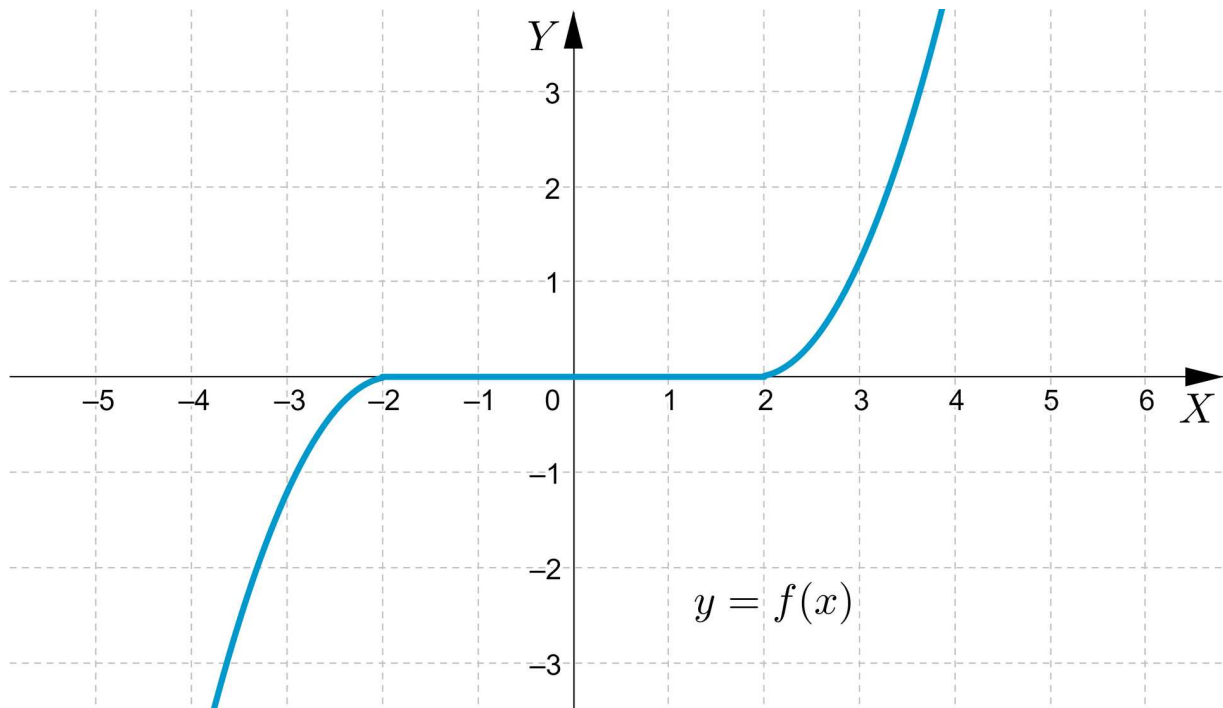
Rozwiązanie

Wykres funkcji f nie ma punktów wspólnych z osią X .

Funkcja f nie posiada miejsc zerowych.

Przykład 4

Funkcja f opisana jest za pomocą wykresu.



Ile miejsc zerowych posiada funkcja f ?

Rozwiązanie

Część wykresu funkcji pokrywa się z osią X .

Stąd wniosek, że dla każdego argumentu x , takiego, że $x \in \langle -2, 2 \rangle$ funkcja ma wartość równą 0.

Czyli każda liczba należąca do przedziału obustronnie domkniętego $\langle -2, 2 \rangle$ jest miejscem zerowym funkcji f .

Funkcja f ma nieskończenie wiele miejsc zerowych.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \langle -2, 2 \rangle.$$

Podsumowanie

Jeżeli funkcja opisana jest za pomocą wykresu, to:

- funkcja posiada miejsca zerowe wtedy, gdy wykres funkcji ma punkty wspólne z osią X ,
- funkcja nie posiada miejsc zerowych wtedy, gdy wykres funkcji nie ma punktów wspólnych z osią X .

Słownik

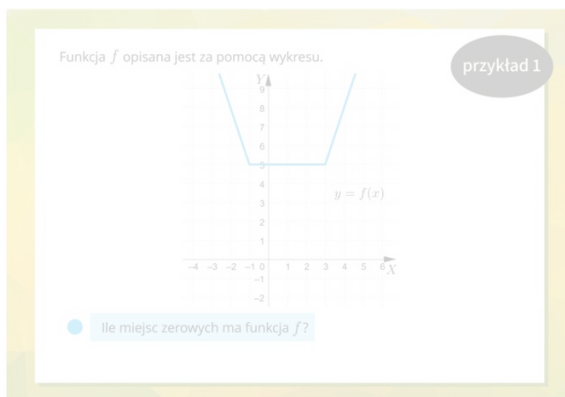
miejsce zerowe funkcji

| odcięta x_0 punktu, w którym wykres funkcji przecina oś X ($x_0 \in D_f$)

Prezentacja multimedialna

Polecenie 1

Przeanalizuj uważnie przykłady przedstawione w prezentacji multimedialnej. Wykonaj wszystkie wskazane w niej polecenia.

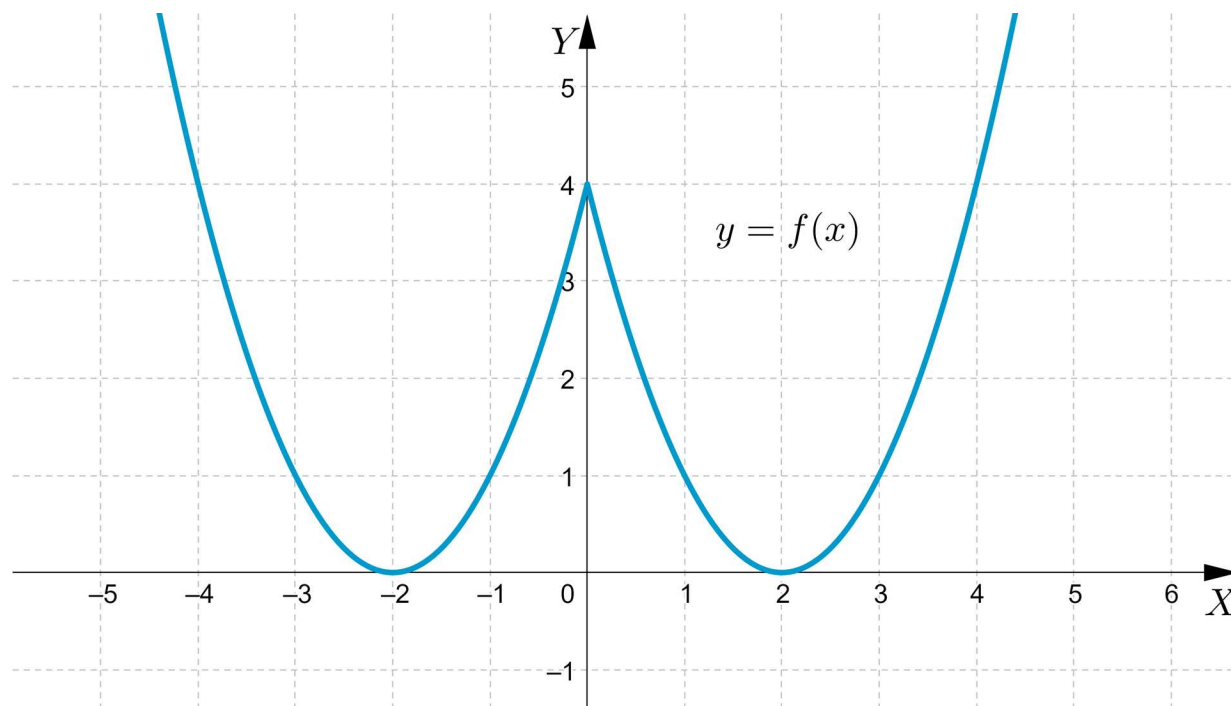


Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DblymToqt>

Po przeanalizowaniu przykładów przedstawionych w prezentacji multimedialnej wykonaj poniższe polecenia.

Polecenie 2

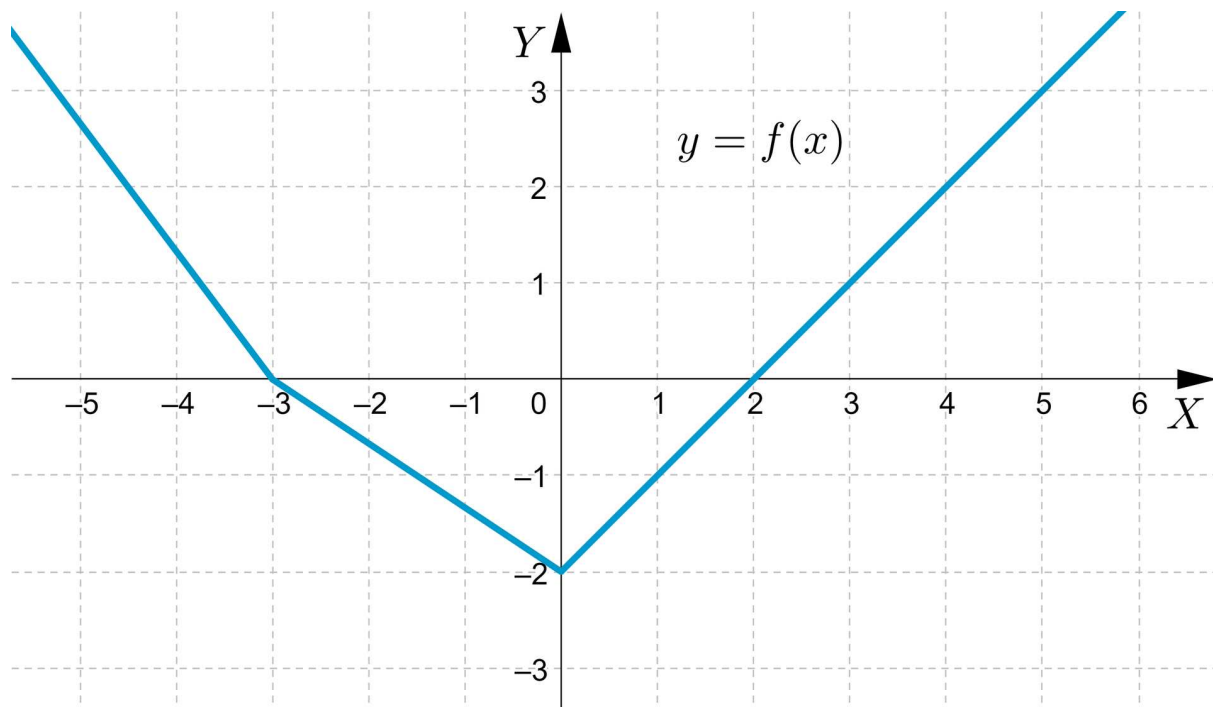
Funkcja f opisana jest za pomocą wykresu.



Wyznacz jej miejsca zerowe (o ile istnieją).




Polecenie 3

Funkcja f opisana jest za pomocą wykresu.



Sprawdź, czy liczba (-3) jest jej miejscem zerowym.

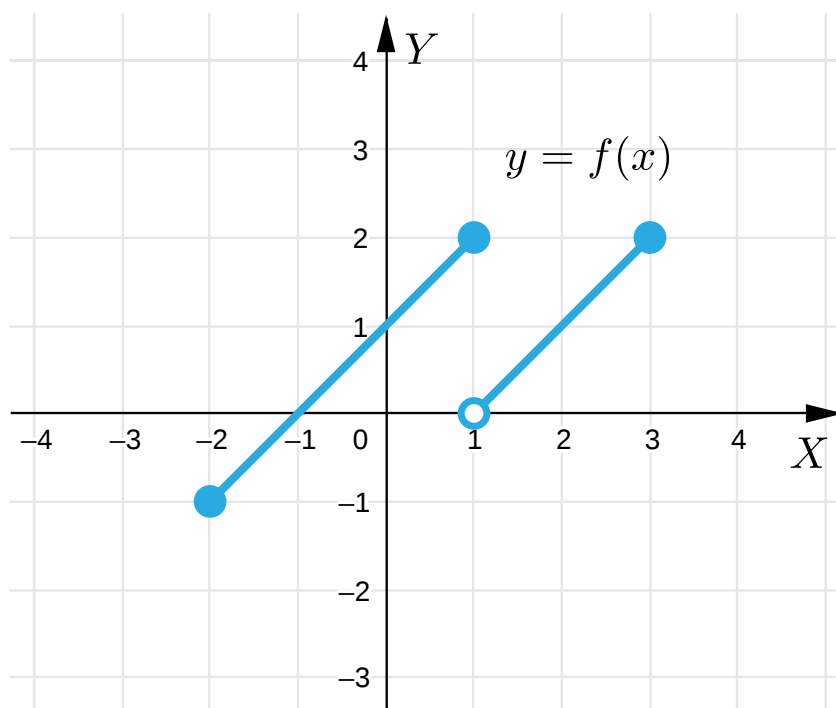
Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



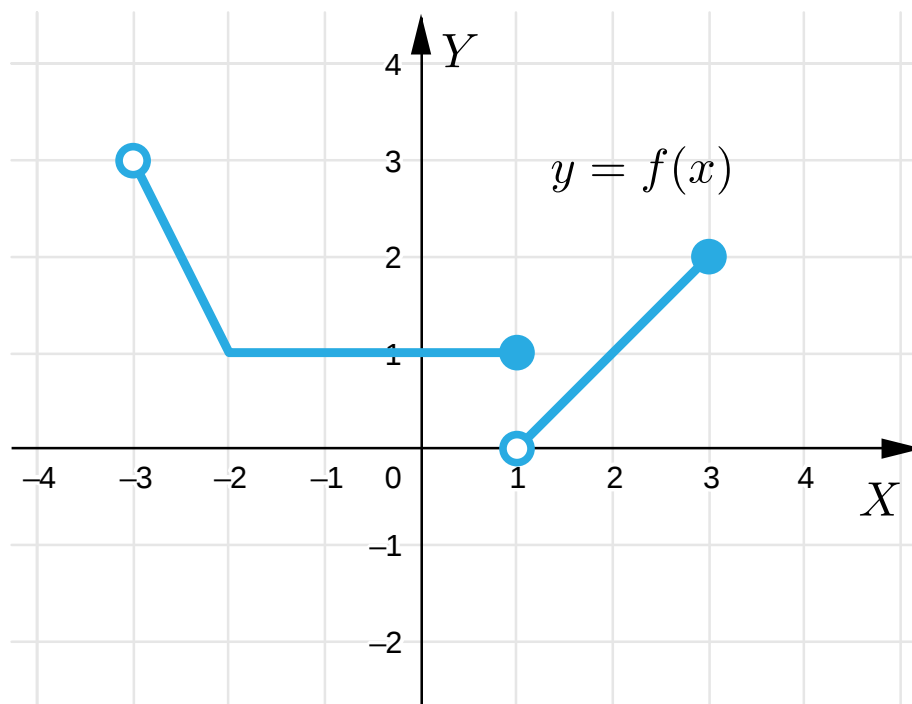
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 2



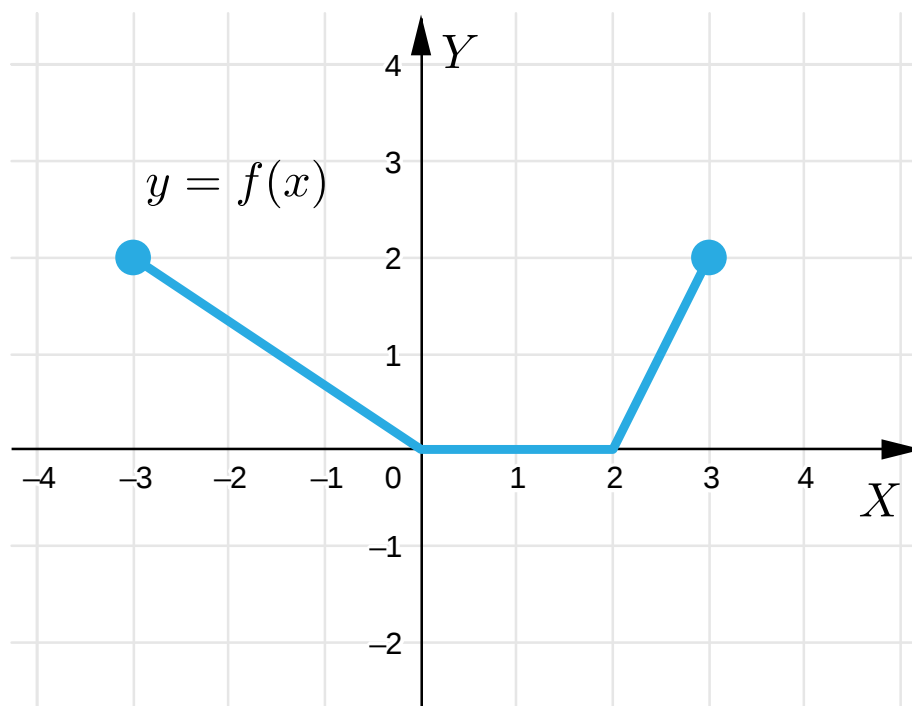
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 3



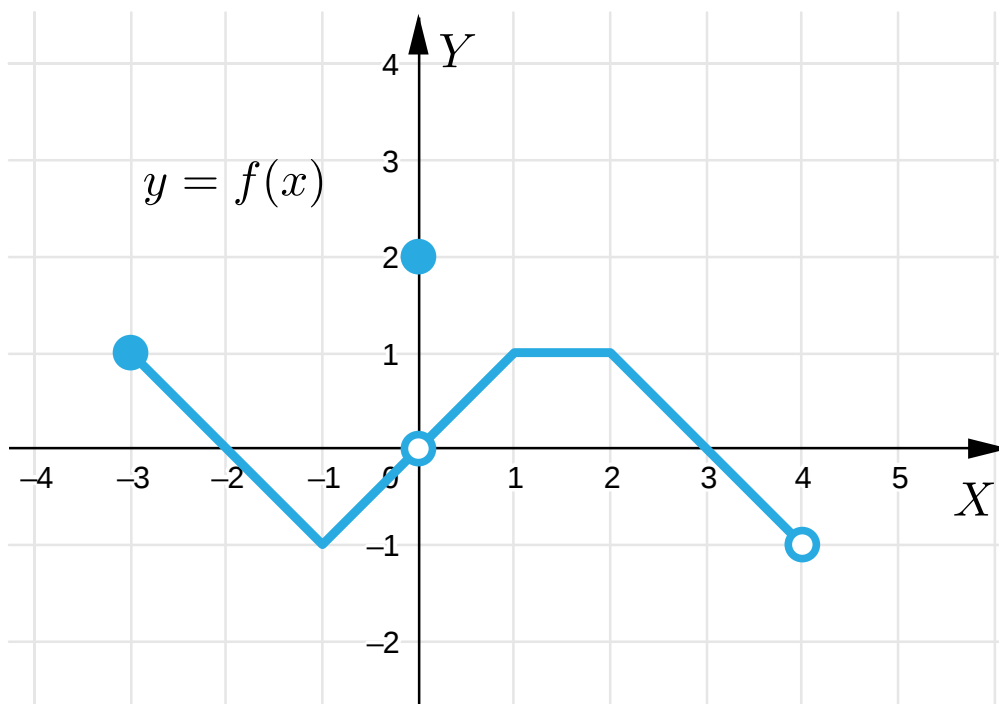
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 4



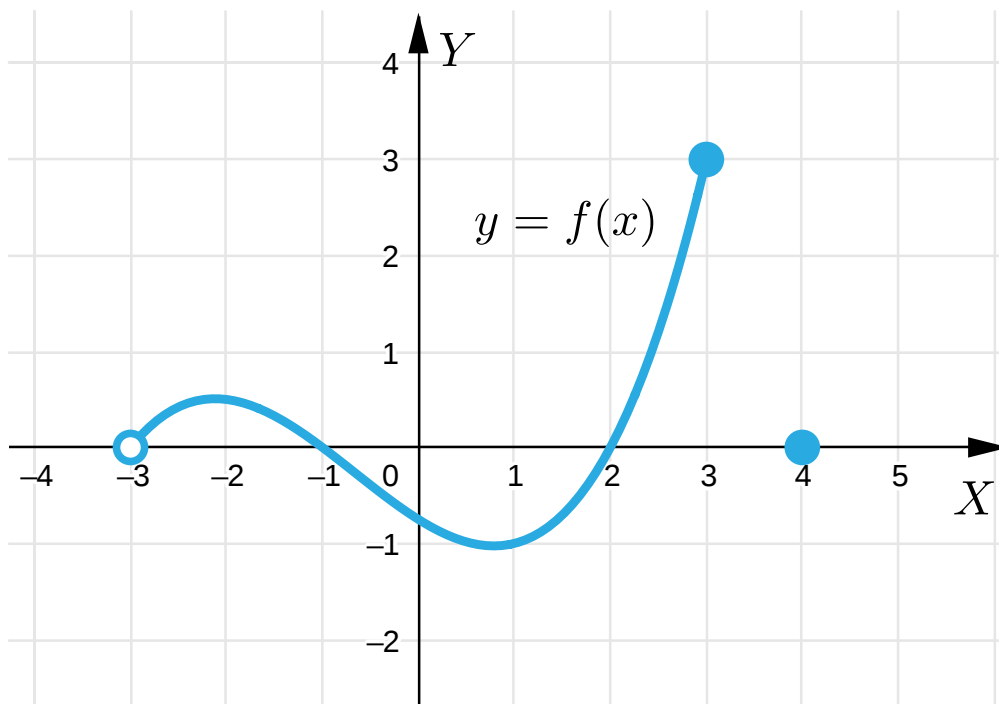
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 5



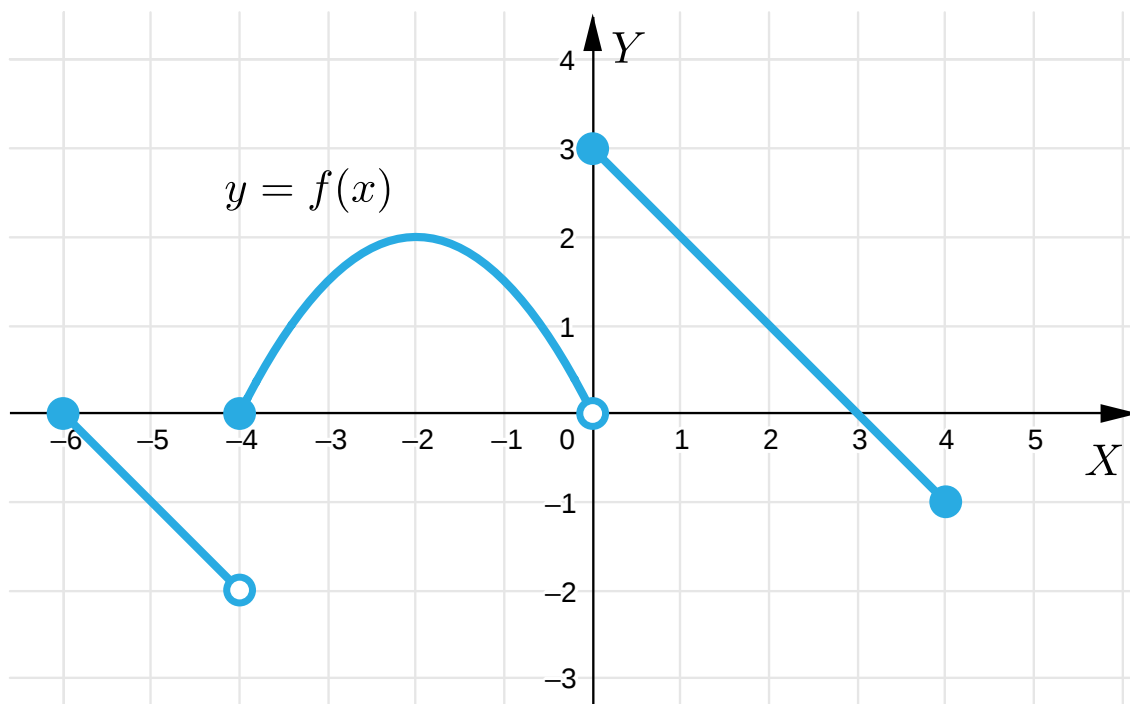
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 6



Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Anna Jeżewska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Wyznaczanie miejsca zerowego funkcji na podstawie wykresu

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

V. Funkcje. Zakres podstawowy.

Uczeń:

4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przyjmowane.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- wyznacza miejsca zerowe funkcji opisanej za pomocą wykresu
- sprawdza, czy dana liczba jest miejscem zerowym funkcji
- uzasadnia, że dana liczba jest miejscem zerowym funkcji

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- mapa myśli
- dyskusja

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele lekcji oraz ustala z uczniami kryteria osiągnięcia sukcesu.
2. Uczniowie, pracując w grupach, tworzą mapę myśli zawierającą sposoby wyznaczania miejsca zerowego funkcji w zależności od sposobu opisu funkcji.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie samodzielnie analizują przykłady zamieszczone w sekcji „Przeczytaj”.
2. Po upływie wyznaczonego czasu łączą się w pary i porównują między sobą własne przemyślenia. Następnie, podzieleni na dwie grupy, uzgadniają wnioski i przedstawiają je na forum klasy.
3. Uczniowie oglądają prezentację multimedialną przedstawiającą sposób wyznaczania miejsca zerowego funkcji opisanej za pomocą wykresu i rozwiązują samodzielnie wskazane polecenia.
4. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne wskazane przez nauczyciela i wspólnie omawiają odpowiedzi.

Faza podsumowująca:

1. Jeden z uczniów podsumowuje zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazując na mocne i słabe strony pracy uczniów.
3. Nauczyciel ocenia indywidualną pracę i zaangażowanie poszczególnych uczniów.

Praca domowa:

1. Uczniowie rozwiązują w domu ćwiczenia, których nie rozwiązywali w czasie zajęć.

2. Zadanie dla chętnych:

Naszkić wykres funkcji, która spełnia następujące warunki:

a) dziedziną funkcji jest zbiór $(-1, \infty)$;

b) funkcja ma trzy miejsca zerowe: 0, 3, 5.

Materiały pomocnicze:

[Miejsce zerowe funkcji](#)

Wskazówki metodyczne:

Prezentację multimedialną można wykorzystać na zajęciach poświęconych określaniu własności funkcji na podstawie wykresu.