

## Objętość walca

Wzór na objętość walca. Przykłady obliczania objętości.

Przykłady na obliczanie objętości walca.

Ćwiczenia - obliczanie objętości walca. Zadania o zróżnicowanej trudności. Przykładowe rozwiązania zdań otwartych.

Ćwiczenia - obliczanie objętości walca. Zadania o zróżnicowanej trudności.

# Objętość walca

## Wzór na objętość walca

### Przykład 1

Wyobraź sobie, że pojemnik w kształcie walca o wysokości  $H > 1$  wypełniamy jednakowymi krążkami o wysokości 1 i promieniu podstawy równym promieniowi podstawy pojemnika.

Ile takich krążków zmieści się w pojemniku?

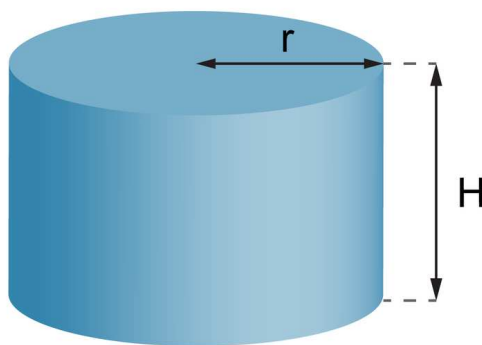
Jeśli przyjmiemy, że objętość takiego krążka jest równa  $V$ , to ile wynosi objętość pojemnika?

Jeśli teraz zwiększymy promień podstawy pojemnika i analogicznie promień podstawy krążków, to czy objętość pojemnika zmieni się?

Objętość walca zależy od jego wysokości i pola podstawy. Obliczamy ją podobnie jak objętość graniastosłupa.

### Ważne!

Objętość  $V$  walca o promieniu podstawy  $r$  jest równa iloczynowi pola podstawy  $P_p$  walca przez jego wysokość  $H$ .



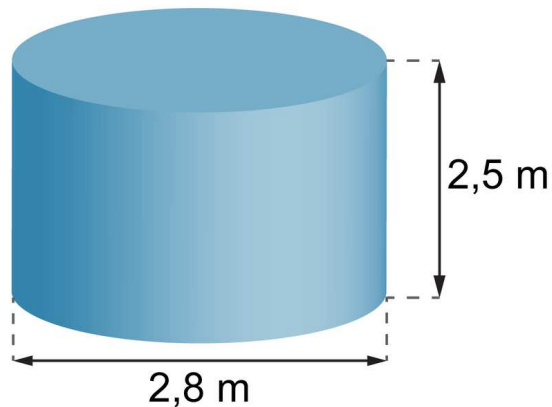
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$V = P_p \cdot H$$

$$V = \pi r^2 \cdot H.$$

### Przykład 2

Ile litrów wody mieści się w pojemniku o wysokości 2,5 m i średnicy podstawy 2,8 m?  
Przyjmij  $\pi = \frac{22}{7}$ .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Promień podstawy pojemnika wynosi  $2,8 \text{ m} : 2 = 1,4 \text{ m}$ . Obliczamy objętość walca.

$$V = \pi r^2 \cdot H$$

$$V = \frac{22}{7} \cdot (1,4)^2 \cdot 2,5$$

$$V = \frac{22}{7} \cdot \frac{14}{10} \cdot \frac{14}{10} \cdot \frac{25}{10}$$

$$V = \frac{22 \cdot 10 \cdot 7}{1 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{77}{5}$$

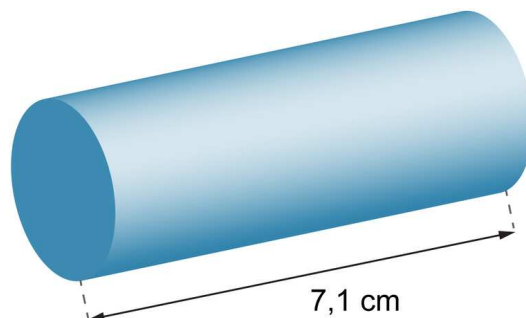
$$V = 15,4 \text{ m}^3.$$

Wiadomo, że  $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}$ , stąd  $15,4 \text{ m}^3$  to  $15,4 \cdot 1000 \text{ l} = 15400 \text{ l}$ .

W pojemniku mieści się 15 400 l wody.

### Przykład 3

Objętość walca przedstawionego na rysunku jest równa  $89,2 \text{ cm}^3$ .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Oblicz promień podstawy tego walca. Przyjmij  $\pi = 3\frac{10}{71}$ .

Korzystamy ze wzoru na objętość walca.

$$V = \pi r^2 \cdot H$$

$$89,2 = 3\frac{10}{71} \cdot r^2 \cdot 7,1$$

$$\frac{892}{10} = \frac{223}{71} \cdot \frac{71}{10} \cdot r^2$$

$$892 = 223r^2$$

$$r^2 = 4$$

$$r = 2,$$

bo

$$r > 0$$

$$r = 2 \text{ cm.}$$

Promień podstawy walca wynosi 2 cm.

## Obliczanie objętości walca

### Przykład 4

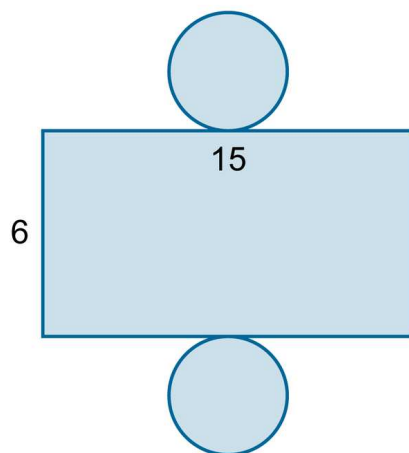
Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P143ULvvT>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

W animacji przedstawiono sposób rozwiązania pewnego zadania tekstowego z wykorzystaniem wzoru na objętość walca.

### Przykład 5

Oblicz objętość walca, którego siatkę przedstawia rysunek. Przyjmij  $\pi = 3$ .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Powierzchnia boczna walca po rozwinięciu na płaszczyźnie jest prostokątem, którego długość jest równa obwodowi koła, będącego podstawą walca.

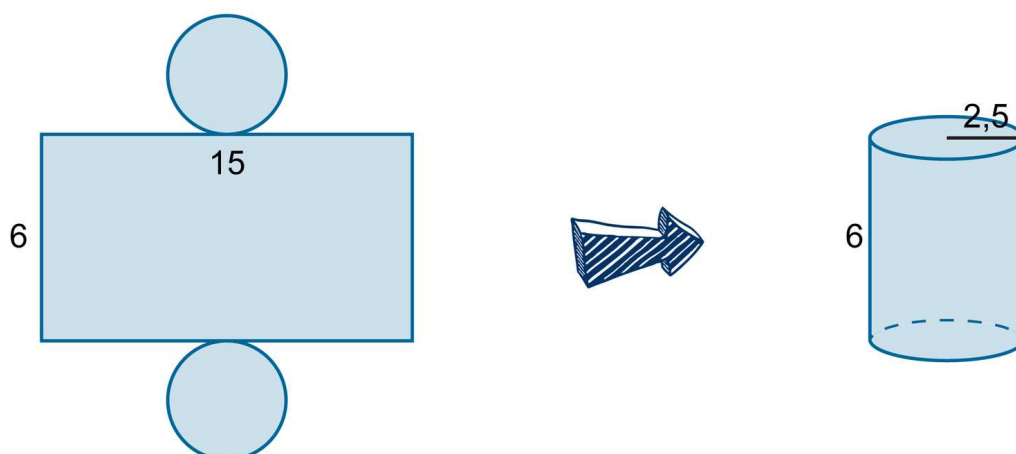
Obliczamy promień  $r$  tego koła.

$$2\pi r = 15$$

$$2 \cdot 3 \cdot r = 15$$

$$r = 2,5.$$

Wysokość  $H$  walca jest równa szerokości prostokąta, czyli  $H = 6$ .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Obliczamy objętość walca.

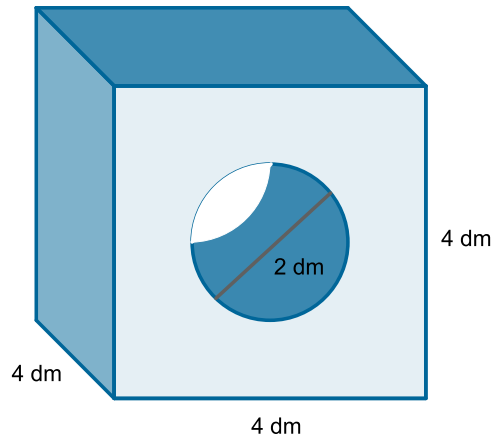
$$V = \pi r^2 \cdot H$$

$$V = 3 \cdot (2,5)^2 \cdot 6 = 112,5.$$

Objętość walca jest równa 112,5.

### Przykład 6

Element przedstawiony na rysunku wykonany jest ze stali o gęstości  $7,5 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Oblicz masę elementu.

Element jest w kształcie sześciennej kostki z wydrążonym otworem w kształcie walca.

Obliczamy najpierw objętość  $V$  elementu. Jest ona równa różnicy objętości sześcianu i objętości walca o wysokości 4 dm i promieniu podstawy  $2 \text{ dm} : 2 = 1 \text{ dm}$ .

$$V = 4^3 - \pi \cdot 1^2 \cdot 4$$

$$V = (64 - 4\pi) \text{ dm}^3.$$

Masa  $m$  ciała jest równa iloczynowi objętości tego ciała przez jego gęstość.

$$m = V \cdot 7,5$$

$$m \approx (64 - 4 \cdot 3,14) \cdot 7,5 = 385,8$$

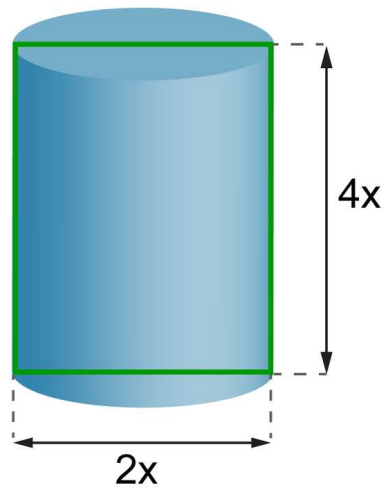
$$m \approx 385,8 \text{ kg}.$$

Masa elementu wynosi około 385,8 kg.

### Przykład 7

Przekrój osiowy walca jest prostokątem, w którym jeden z boków, równy wysokości walca, jest dwukrotnie dłuższy od drugiego.

Pole powierzchni walca jest równe  $250\pi \text{ cm}^2$ . Oblicz objętość walca.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Oznaczmy:

- $x$  – promień podstawy walca w cm,
- $4x$  - wysokość walca w cm, gdzie  $x > 0$ .

Wtedy pole  $P$  powierzchni walca jest równe;

$$P = 2\pi x^2 + 2\pi x \cdot 4x$$

$$P = 2\pi x^2 + 8\pi x^2 = 10\pi x^2$$

Jednocześnie wiemy, że pole to jest równe  $250\pi \text{ cm}^2$ .

$$10\pi x^2 = 250\pi$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5 \text{ cm}$$

$$4x = 20 \text{ cm.}$$

Promień podstawy walca jest więc równy 5 cm, a jego wysokość 20 cm. Obliczamy objętość walca.

$$V = \pi \cdot 5^2 \cdot 20 = 500\pi$$

$$V = 500\pi \text{ cm}^3.$$

Objętość walca jest równa  $500\pi \text{ cm}^3$ .

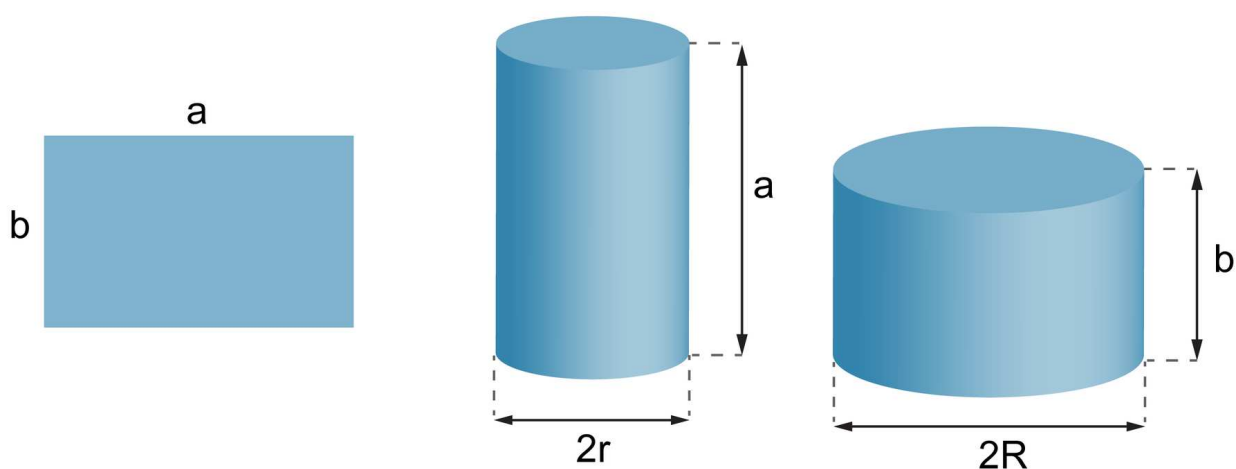
## Ćwiczenie 1



Kartkę papieru w kształcie prostokąta o wymiarach  $a$  cm na  $b$  cm można zwinąć na dwa sposoby, uzyskując za każdym razem powierzchnię boczną walca. Jeden z nich będzie niższy i grubszy, drugi wyższy i chudszy. Który z tych walców ma większą objętość?

Poniższy rysunek ilustruje w przybliżeniu kartkę papieru i dwa uzyskane walce.

Przyjmując za  $a$  dłuższy bok kartki i  $b$  krótszy bok kartki, wyznaczmy najpierw promień podstawy każdego z walców.

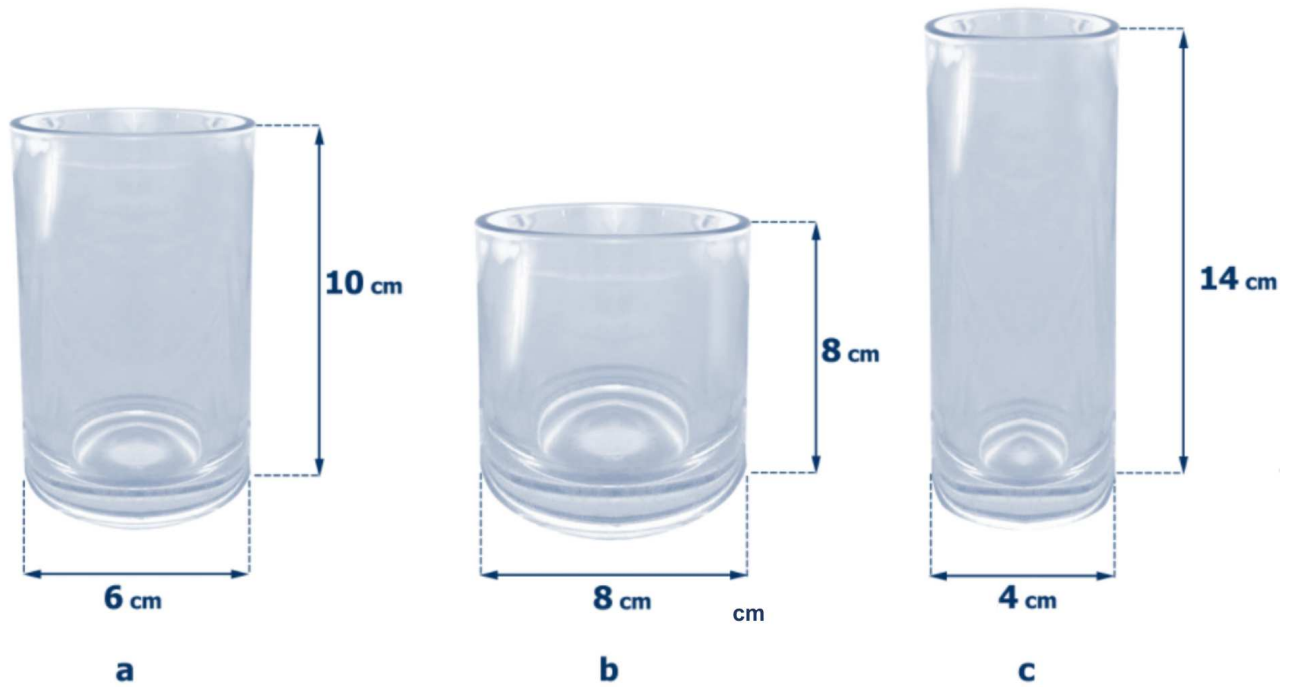


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



## Ćwiczenie 2

W której ze szklanek przedstawionych na rysunku poniżej zmieści się ćwierć litra wody?  
Przyjmij  $\pi = 3,14$ . Wskaż odpowiedź zawierającą prawidłowe rozwiązanie.



*b*

*a i b*

*a*

*a, b i c*

*b i c*

*a i c*

*c*

### Ćwiczenie 3



Zapoznaj się z poniższą tabelą przedstawiającą parametry techniczne butli gazowej.

**Wysokość zewnętrzna bez zaworu**   **Masa butli**   **Średnica zewnętrzna**   **Średnica wewnętrzna**

590 mm	10,2 kg	300 mm	260 mm
--------	---------	--------	--------

Przyjmując, że butla gazowa ma kształt walca oraz  $\pi = 3,14$ , można obliczyć, że ma ona pojemność:

22310,65 cm<sup>2</sup>

28455,25 cm<sup>2</sup>

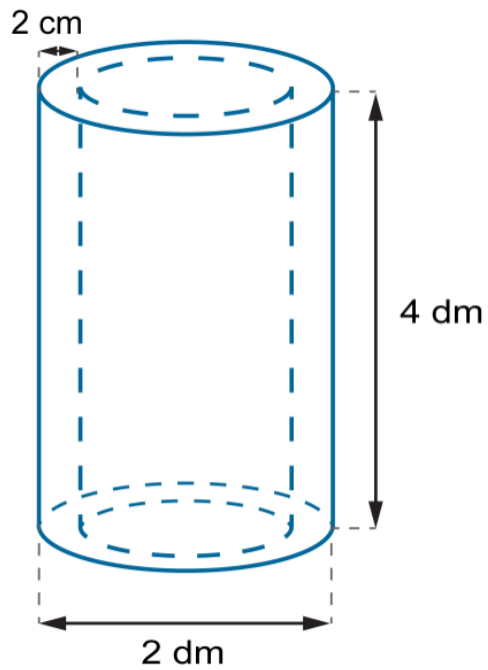
32505,95 cm<sup>2</sup>

31308,94 cm<sup>2</sup>

## Ćwiczenie 4



Rurkę, taką jak na rysunku, przetopiono i wykonano z niej sześcienną kostkę. Oblicz pole powierzchni tej kostki. Wskaż odpowiedź zawierającą prawidłowe rozwiązanie.



1820 cm<sup>2</sup>

1640 cm<sup>2</sup>

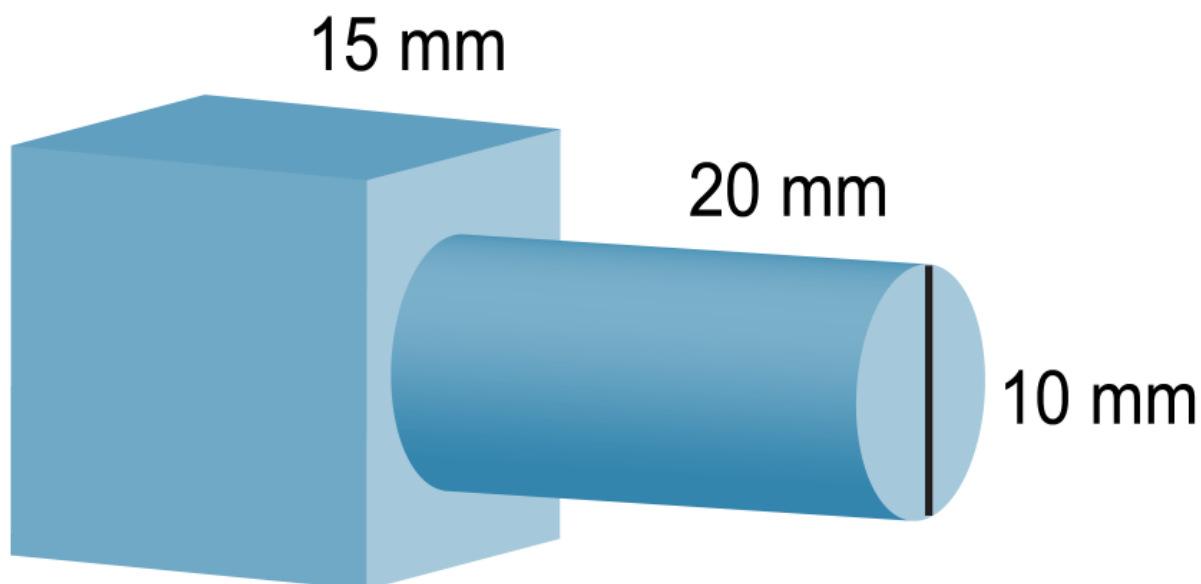
4000 cm<sup>2</sup>

2000 cm<sup>2</sup>

## Ćwiczenie 5



Element betonowy składa się z części w kształcie sześcianu i części w kształcie walca. Ile takich elementów można wykonać z  $1 \text{ m}^3$  betonu? Przyjmij  $\pi = 3,14$ . Wskaż odpowiedź zawierającą prawidłowe rozwiązanie.



192820

202224

182640

182820

## Ćwiczenie 6



Pojemnik z sokiem jest prostopadłościanem o wymiarach 25 cm x 12,5 cm x 8 cm. Sok rozlano do szklanek w kształcie walca o średnicy podstawy 5 cm i wysokości 10 cm. Ile szklanek napełniono sokiem? W obliczeniach przyjmij  $\pi = 3,14$ . Wskaż odpowiedź zawierającą prawidłowe rozwiązanie.

15 szklanek

13 szklanek

10 szklanek

12 szklanek

## Ćwiczenie 7



Która z brył ma większą objętość – sześcian o krawędzi 6 cm, czy walec o promieniu 3 cm i wysokości 10 cm? W obliczeniach przyjmij  $\pi = 3,14$ . Przeciągnij poprawne słowo w puste pole.

Odpowiedź: Większą objętość ma .

sześcian

walec

## Ćwiczenie 8



Głównymi składnikami powietrza są azot i tlen. Zawartość procentowa azotu wynosi 78%, a tlenu 21%. Jeden  $1 \text{ dm}^3$  powietrza ma masę 0,66 g. Jaka jest masa azotu, a jaka tlenu w butli w kształcie walca o średnicy dna 40 cm i wysokości 150 cm? W obliczeniach przyjmij  $\pi = 3,14$ . Wskaż odpowiedź zawierającą prawidłowe rozwiązanie.

masa azotu 86,89 g, masa tlenu 24,51 g

masa azotu 89,98 g, masa tlenu 25,38 g

masa azotu 96,99 g, masa tlenu 26,11 g

masa azotu 92,45 g, masa tlenu 26,08 g

## Ćwiczenie 9



Walec powstał w wyniku obrotu prostokąta o bokach długości 4 cm i 8 cm dookoła krótszego boku. Uzupełnij zdanie o szukaną liczbę.

Odpowiedź: Objętość tego walca wynosi   $\pi$ .

## Ćwiczenie 10



Długości boków prostokąta pozostają w stosunku 1 : 2. Prostokąt obraca się raz wokół dłuższego boku, a raz wokół krótszego boku. Który z tak powstałych walców będzie miał większą objętość i ile razy, a który będzie miał większe pole powierzchni całkowitej i ile razy? Wskaż odpowiedź zawierającą prawidłowe rozwiązanie.

- Walec powstały w wyniku obrotu prostokąta wokół jego dłuższego boku będzie miał objętość i pole powierzchni całkowitej czterokrotnie większe.
- Walec powstały w wyniku obrotu prostokąta wokół jego krótszego boku będzie miał objętość dwukrotnie większą i takie samo pole powierzchni całkowitej.
- Walec powstały w wyniku obrotu prostokąta wokół jego krótszego boku będzie miał objętość i pole powierzchni całkowitej dwukrotnie większe.
- Walec powstały w wyniku obrotu prostokąta wokół jego dłuższego boku będzie miał objętość i pole powierzchni całkowitej dwukrotnie większe.

## Ćwiczenie 11



Przekrój osiowy walca jest kwadratem o polu równym  $144 \text{ cm}^2$ . Uzupełnij zdanie o szukane liczby.

**Odpowiedź:** Pole powierzchni bocznej tego walca wynosi   $\pi \text{ cm}^2$ , natomiast jego objętość   $\pi \text{ cm}^3$ .

## Ćwiczenie 12



Objętość walca jest równa  $81\pi \text{ cm}^3$ . Wysokość walca jest 3 razy większa od promienia podstawy. Uzupełnij zdanie o szukane liczby.

**Odpowiedź:** Promień podstawy tego walca wynosi  cm, natomiast jego wysokość  cm.

### Ćwiczenie 13



Dwa walce  $W_1$  oraz  $W_2$  mają jednakowe objętości. Długość promienia podstawy walca  $W_1$  jest dziesięciokrotnie mniejsza od długości promienia podstawy walca  $W_2$ . Ile razy wysokość walca  $W_1$  jest większa od wysokości walca  $W_2$ ? Wskaż odpowiedź zawierającą prawidłowe rozwiązanie.

1000 razy

20 razy

10 razy

100 razy

### Ćwiczenie 14



Wysokość walca jest równa promieniowi podstawy tego walca. Objętość walca jest równa  $343\pi \text{ cm}^3$ . Ile wynosi pole podstawy tego walca? Zaznacz poprawną odpowiedź.

$63\pi \text{ cm}^2$

$45\pi \text{ cm}^2$

$49\pi \text{ cm}^2$

$58\pi \text{ cm}^2$



## Ćwiczenie 15



Jaką pojemność ma naczynie w kształcie walca o średnicy podstawy 24 cm i wysokości 15 cm? Wskaż odpowiedź zawierającą prawidłowe rozwiązanie.

$3250\pi \text{ cm}^2$

$2160\pi \text{ cm}^2$

$4320\pi \text{ cm}^2$

$1350\pi \text{ cm}^2$