Proporcjonalność odwrotna

Przykłady wielkości odwrotnie proporcjonalnych. Animacja: prezentacja samochodu poruszającego się po drodze zaznaczonej na mapie Polski. Ilustracja interaktywna: długości boków prostokąta o polu powierzchni równym 12. Definicja: wielkości odwrotnie proporcjonalne. Definicja: proporcjonalność odwrotna.

Proporcjonalność odwrotna

Analizując przykłady zawarte w tym materiale dowiesz się, jak wykorzystać własności wielkości odwrotnie proporcjonalnych w sytuacjach praktycznych. Poznasz też funkcję proporcjonalność odwrotna.

Przykład 1

Szkoła przeznaczyła kwotę 270 zł na wydruk ulotek promocyjnych. Ceny proponowane za usługę wydruku tej samej ulotki w różnych drukarniach zebrano w tabeli.

Cena wydruku 1 **ulotki** (p) $[\text{zł}]$	**Liczba ulotek** (r) $[\text{szt}]$
$0,10$	2700
$0,15$	1800
$0,20$	1350
$0,25$	1080
$0,30$	900
$0,40$	675
$0,45$	600
$0,50$	540

Za każdym razem koszt wydruku wszystkich ulotek jest taki sam: $p \cdot r = 270$.
Zauważmy, że im wyższa cena jednostkowa wydruku, tym mniej ulotek możemy wydrukować za podaną kwotę.

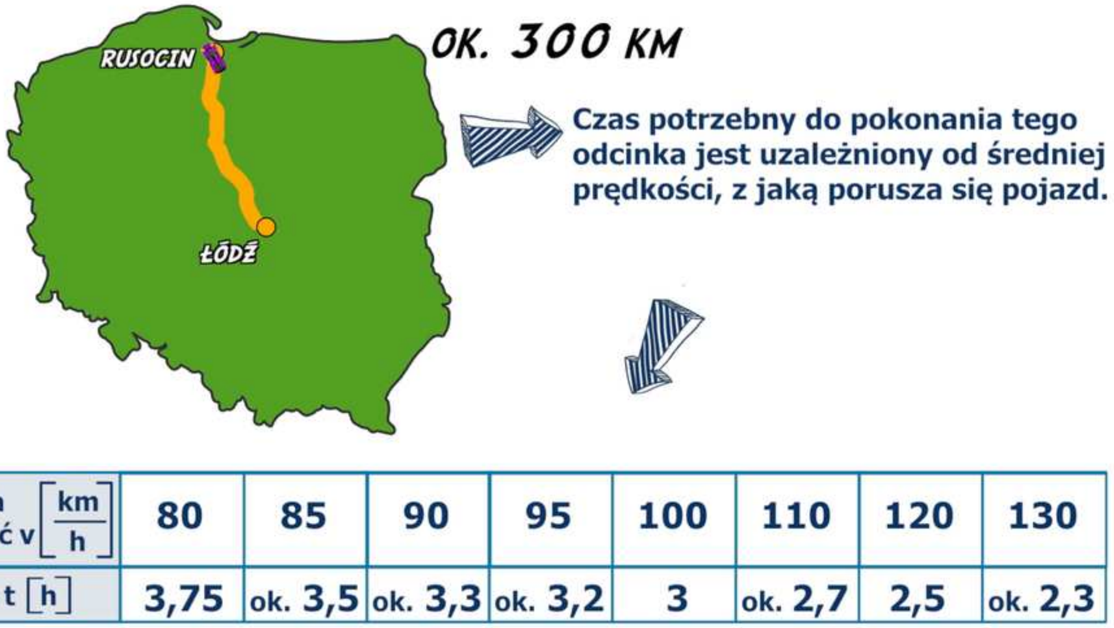
Przykład 2

Długość autostrady wynosi $300\ \text{km}$. Czas potrzebny na przejazd tego odcinka jest uzależniony od średniej prędkości, z jaką porusza się pojazd. Zależności między tymi wielkościami przedstawia tabela.

Średnia prędkość (v) $\left[\frac{\text{km}}{\text{h}}\right]$	**Czas przejazdu** (t) $[\text{h}]$
80	$3,75$
85	ok. $3,5$
90	ok. $3,3$
95	ok. $3,2$
100	3
110	ok. $2,7$

Średnia prędkość (v) $\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$	**Czas przejazdu** (t) $[\mathrm{h}]$
120	$2,5$
130	ok. $2,3$

Zauważmy, że jeśli zwiększa się średnia prędkość samochodu (v), to czas przejazdu (t) jest coraz krótszy.



średnia prędkość v $\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$	80	85	90	95	100	110	120	130
czas t $[\mathrm{h}]$	3,75	ok. 3,5	ok. 3,3	ok. 3,2	3	ok. 2,7	2,5	ok. 2,3

Film dostępny pod adresem /preview/resource/RZax7aAYHcEKt

atrapa:opis animacji

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy wykorzystać proporcjonalność odwrotną w obliczaniu czasu podróży.

Przykład 3

Rozpatrzmy wszystkie prostokąty o bokach x, y których pole jest równe 12.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/b/P14webW7y

Pola prostokątów są równe $x \cdot y = 12$. Iloczyn jest stały, a zwiększenie długości jednego z boków powoduje proporcjonalne zmniejszenie długości drugiego boku.

Wielkości przedstawione w powyższych przykładach charakteryzują się tym, że wzrost jednej z nich powoduje takie zmniejszenie drugiej, że iloczyn tych wielkości pozostaje stały. O takich wielkościach będziemy mówić, że są odwrotnie proporcjonalne.

Definicja: Wielkości odwrotnie proporcjonalne

Mówimy, że dwie dodatnie wielkości x i y są odwrotnie proporcjonalne wtedy i tylko wtedy, gdy ich iloczyn jest stały i różny od zera.

Definicja: Proporcjonalność odwrotna

Funkcja f opisująca zależność między dodatnimi wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi x i y nazywana jest proporcjonalnością odwrotną, a iloczyn $x \cdot y = a$ nazywany jest współczynnikiem proporcjonalności odwrotnej.

Z faktu, że liczby x i y są dodatnie, wynika, że współczynnik a także jest dodatni. Zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi x i y możemy zapisać również w postaci $y = \frac{a}{x}$.