



Równanie prostej, do której należą dwa różne punkty

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

A photograph of two small birds perched on a thin wire against a soft, golden sunset sky. A dark grey rectangular box is overlaid on the image, containing the title text in white.

Równanie prostej, do której należą dwa różne punkty

Źródło: Ronaldo de Oliveira, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

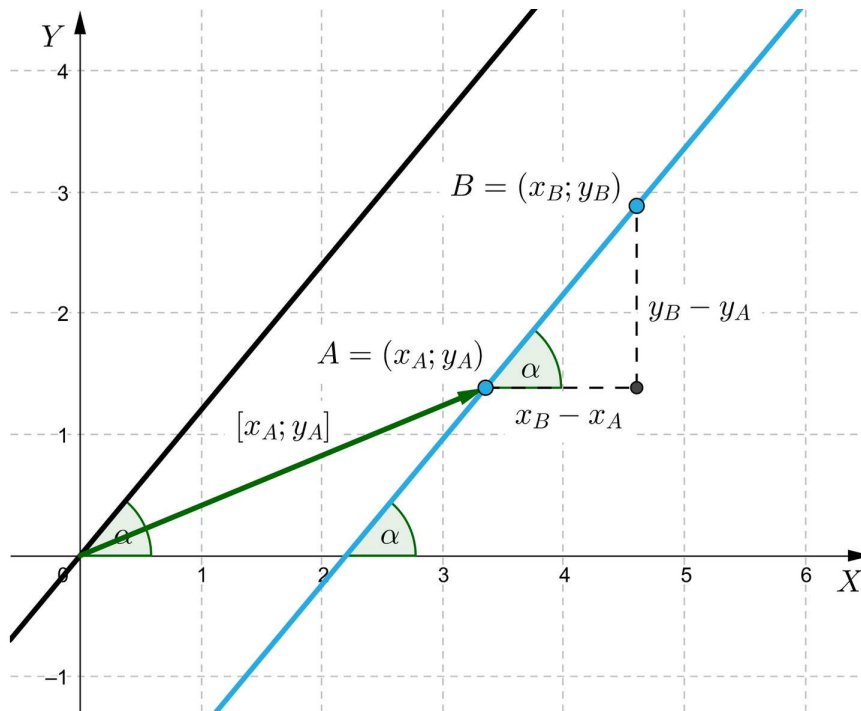
W tej lekcji wykorzystamy fakty, o których mówiliśmy w poprzednich tematach, aby wyprowadzić wzór na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty o danych współrzędnych. Omówimy też różne zastosowania tego wzoru.

Twoje cele

- Zastosujesz wzór na równanie prostej, do której należą dwa różne punkty.
- Zastosujesz poznany wzór do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej.

Przeczytaj

Rozważmy punkty $A = (x_A; y_A)$ i $B = (x_B; y_B)$. Jak już wiemy, współczynnik kierunkowy prostej AB jest równy ilorazowi różnicy drugich współrzędnych punktów A i B przez różnicę ich pierwszych współrzędnych w odpowiedniej kolejności, o ile prosta AB nie jest równoległa do osi Y .



Zatem współczynnik kierunkowy takiej prostej jest równy $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$. Na podstawie wzoru na równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym przechodzącej przez punkt o danych współrzędnych możemy podać równanie prostej AB wykorzystując współrzędne punktu $A = (x_A; y_A)$

$$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \cdot x + y_A - \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \cdot x_A,$$

co zwykle zapisujemy w postaci

$$(x_B - x_A)(y - y_A) = (y_B - y_A)(x - x_A).$$

Zwróćmy uwagę, że powyższy wzór obejmuje również przypadek, kiedy prosta AB jest pionowa. Rzeczywiście jeśli $x_A = x_B$, to równanie przyjmuje postać $0 = (y_B - y_A)(x - x_A)$, z czego wynika, że $x = x_A$.

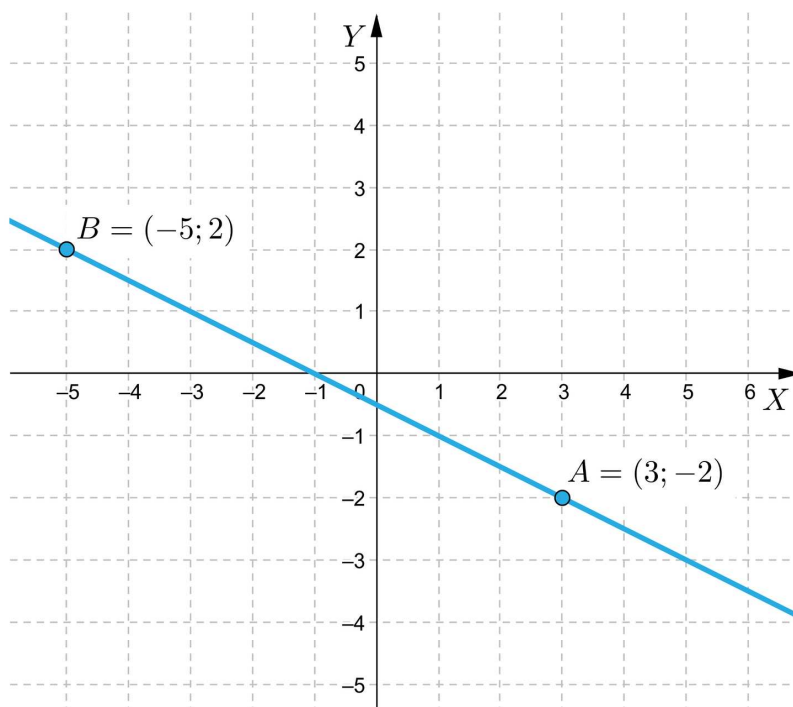
Jako ćwiczenie pozostawiamy udowodnienie faktu, że dokładnie ten sam wzór uzyskamy wykorzystując współrzędne punktu B zamiast współrzędnych punktu A .

Przykład 1

Korzystając z powyższego wzoru wyznaczmy równania prostych przechodzących przez wskazane punkty.

a)

$$A = (3; -2), B = (-5; 2)$$



$$(-5 - 3)(y - ((-2))) = (2 - (-2))(x - 3)$$

$$-8(y + 2) = 4(x - 3)$$

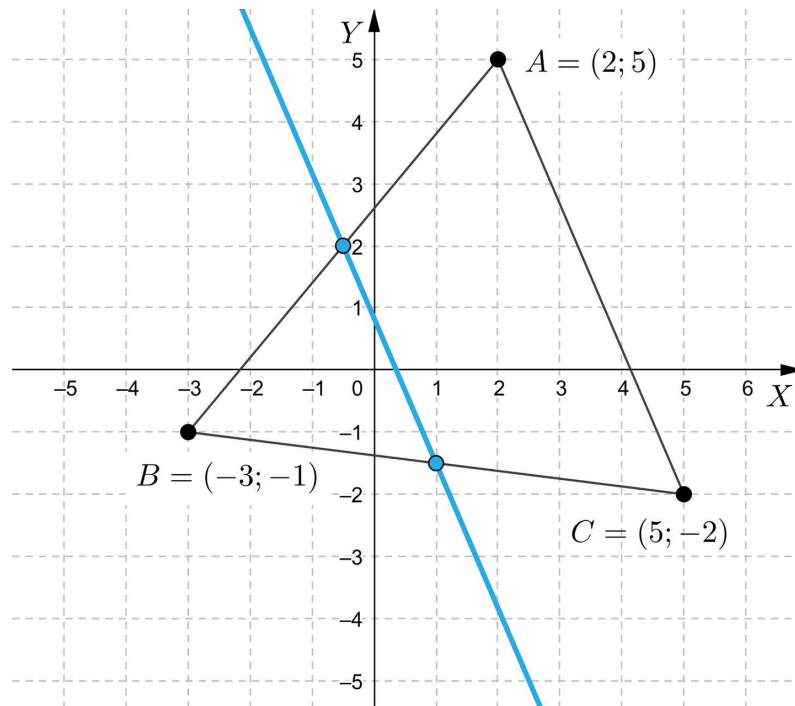
$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

b)

c)

Przykład 2

Wyznamy **równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty**, którymi są środki boków AB i BC trójkąta o wierzchołkach $A = (2; 5)$, $B = (-3; -1)$, $C = (5; -2)$.



Współrzędne środka M boku AB to $(\frac{2-3}{2}; \frac{5-1}{2}) = (-\frac{1}{2}; 2)$, zaś współrzędne środka N boku BC to $(\frac{-3+5}{2}; \frac{-1-2}{2}) = (1; -\frac{3}{2})$.

Równanie prostej MN ma postać:

$$(1 - (-\frac{1}{2}))(y - 2) = (-\frac{3}{2} - 2)(x - (-\frac{1}{2})),$$

$$\frac{3}{2}(y - 2) = -\frac{7}{2}(x + \frac{1}{2}),$$

$$y = -\frac{7}{3}x + \frac{5}{6}.$$

Słownik

równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty

równanie prostej przechodzącej przez punkty $A = (x_A; y_A)$ i $B = (x_B; y_B)$ ma postać $y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A)$, o ile prosta AB nie jest pionowa; równanie ogólne prostej AB ma postać $(x_B - x_A)(y - y_A) = (y_B - y_A)(x - x_A)$

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją i dowiedz się, jak wyznaczyć równanie prostej, przechodzącej przez dwa punkty.

Trwa wczytywanie danych ..

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D11xwWmQQ>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego równania prostej, do której należą dwa punkty.

Polecenie 2

Sprawdź się

Ćwiczenie 1



Równanie prostej przechodzącej przez punkty $A = (x_A; y_A)$ i $B = (x_B; y_B)$ wyraża się wzorem: $(x_B - x_A)(y - y_A) = (y_B - y_A)(x - x_A)$. Udowodnij, że jeśli zamienimy miejscami punkty A i B , to otrzymamy to samo równanie prostej.

Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Dany jest trójkąt o wierzchołkach $A = (-3; -1)$, $B = (3; 1)$, $C = (-1; 4)$. Wyznacz równanie prostej dzielącej trójkąt ABC na trójkąt KLC do niego podobny w skali $1 : 4$ i trapez $ABLK$.

Ćwiczenie 6



Dany jest trapez o wierzchołkach $A = (2; 5)$, $B = (-2; 1)$, $C = (1; -2)$, $D = (8; 5)$. Wyznacz równania prostych, które dzielą ramiona tego trapezu w stosunku $1 : 2$.

Ćwiczenie 7



Wyznacz równania prostych zawierających przekątne kwadratu wpisanego w trójkąt o wierzchołkach $A = (1; 2)$, $B = (4; -2)$, $C = (1; -2)$.

Ćwiczenie 8



Wyznacz równania prostych przechodzących przez wierzchołek C , które dzielą trójkąt o wierzchołkach $A = (6; 1)$, $B = (1; -5)$, $C = (-2; 3)$ na trzy trójkąty o równych polach.

Dla nauczyciela

Autor: Sebastian Guz

Przedmiot: Matematyka

Temat: Równanie prostej, do której należą dwa różne punkty

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Zakres podstawowy. Uczeń:

2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

- Zastosujesz wzór na równanie prostej, do której należą dwa różne punkty.
- Zastosujesz poznany wzór do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- odwrócona klasa;
- rozmowa nauczająca w oparciu o treści zawarte w sekcji „Animacja” i ćwiczenia interaktywne;
- dyskusja.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. Uczniowie zapoznają się z treściami zapisanymi w sekcji „Przeczytaj”.

Faza wstępna:

1. Nauczyciel inicjuje rozmowę wprowadzającą w temat: „Równanie prostej, do której należą dwa różne punkty”.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel wyświetla zawartość sekcji „Animacja”, czyta treść polecenia nr 1 – „Zapoznaj się z animacją i dowiedz się, jak wyznaczyć równanie prostej, przechodzącej przez dwa punkty”. Po zapoznaniu się uczniów z materiałem omawia ewentualne problemy związane z jego niezrozumieniem.
2. Uczniowie wykonują indywidualnie ćwiczenie nr 1-2, a następnie wybrany uczeń omawia ich wykonanie na forum krok po kroku.
3. W następnym kroku uczniowie wykonują w grupach ćwiczenia numer 3, 4 i 5. Następnie wybrana grupa prezentuje swoje rozwiązania. Nauczyciel w razie potrzeby uzupełnia informacje.
4. Uczniowie wykonują indywidualnie ćwiczenia 6, 7 i 8, ale następnie porównują swoje odpowiedzi z kolegą lub koleżanką.

Faza podsumowująca:

1. Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.
2. Nauczyciel prosi uczniów o podsumowanie zgromadzonej wiedzy w temacie „Równanie prostej, do której należą dwa różne punkty”.

Praca domowa:

1. Uczniowie opracowują FAQ (minimum 3 pytania i odpowiedzi prezentujące przykład i rozwiązanie) do tematu lekcji („Równanie prostej, do której należą dwa różne punkty”).

Materiały pomocnicze:

- [Równanie prostej](#)

Wskazówki metodyczne:

- Nauczyciel może wykorzystać medium w sekcji „Animacja” do pracy przed lekcją. Uczniowie zapoznają się z jego treścią i przygotowują do pracy na zajęciach w ten sposób, żeby móc samodzielnie rozwiązać zadania w temacie „Równanie prostej, do której należą dwa różne punkty”.