



Jak znaleźć współrzędne środka symetrii?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Jak znaleźć współrzędne środka symetrii?

Źródło: Ricardo Gomez Angel, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Zastanówmy się, które wielokąty foremne mają środek symetrii. Są to kwadrat, sześciokąt foremny, ośmiokąt foremny i... Z kolei trójkąt równoboczny oraz pięciokąt foremny są przykładami figur, które nie mają środka symetrii. Wiesz już jaka jest ogólna zasada? Oczywiście środek symetrii mają też obiekty dużo bardziej skomplikowane niż figury foremne. Przykładem figury środkowosymetrycznej są tzw. rozety (o ile powstały na planie wielokąta o parzystej liczbie wierzchołków). Rozeta to duże, okrągłe okno z promieniście ukształtowanymi dekoracjami, charakterystyczne dla architektury gotyckiej i umieszczane w szczytach budowli lub nad głównym portalem kościoła. Przykładem może być rozeta nad wejściem do Katedry na Wawelu.

Twoje cele

- Poznasz metody wyznaczania środka symetrii figury.
- Dowiesz się, jakie są własności figur środkowosymetrycznych.
- Zastosujesz poznane wzory do rozwiązywania zadań.

Przeczytaj

Figura środkowosymetryczna

Figurę mającą środek symetrii nazywamy figurą środkowosymetryczną.

Definicja: środek symetrii figury

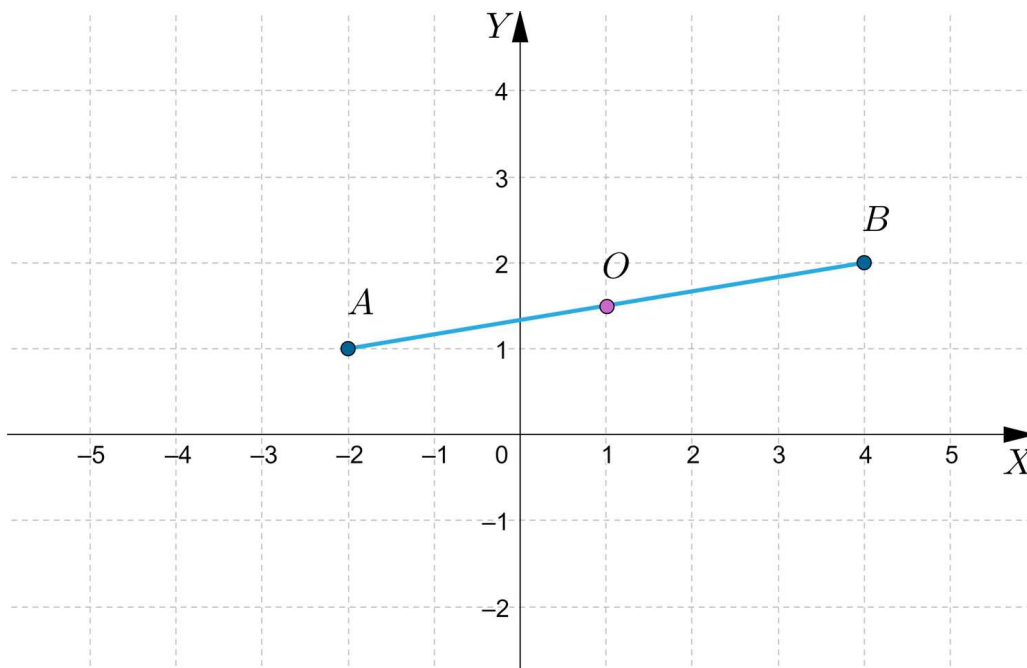
Punkt O nazywamy środkiem symetrii figury, jeśli symetria o środku O przekształca tę figurę na nią samą.

W poniższych przykładach zaprezentujemy kilka figur środkowosymetrycznych i wyznaczymy ich środki symetrii w układzie współrzędnych.

Odcinek jest figurą środkowosymetryczną, a środkiem symetrii odcinka jest jego środek.

Przykład 1

Wyznamy środek symetrii odcinka AB , gdy $A = (-2, 1)$ i $B = (4, 2)$.



Rozwiązanie:

Środek symetrii $O = (x_0, y_0)$ jest środkiem odcinka AB .

Korzystamy ze wzorów na środek odcinka:

$$x_0 = \frac{x_A + x_B}{2}, y_0 = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

Dla danych punktów otrzymujemy: $x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1$ i $y_0 = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$.

Środkiem symetrii odcinka AB jest punkt $O = (1, \frac{3}{2})$.

Okrąg i koło są figurami środkowosymetrycznymi, a środkiem symetrii jest środek okręgu, koła.

Przykład 2

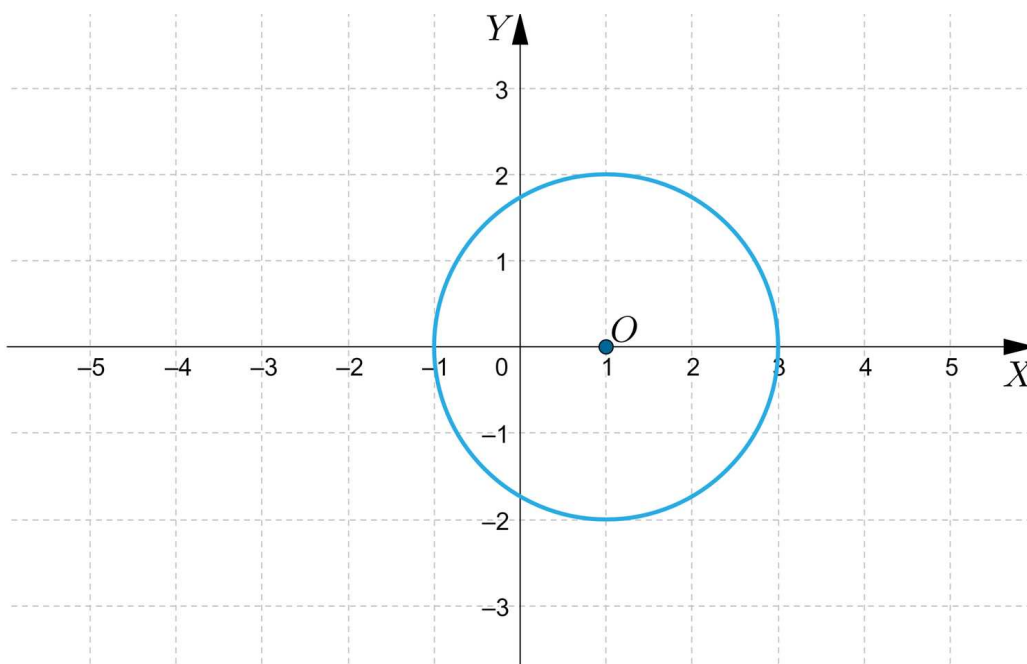
Podamy współrzędne środka symetrii okręgu o równaniu $(x - 1)^2 + y^2 = 4$.

Rozwiązanie:

We współrzędnych kartezjańskich równanie okręgu o środku $O = (a, b)$ i promieniu r ma postać:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2.$$

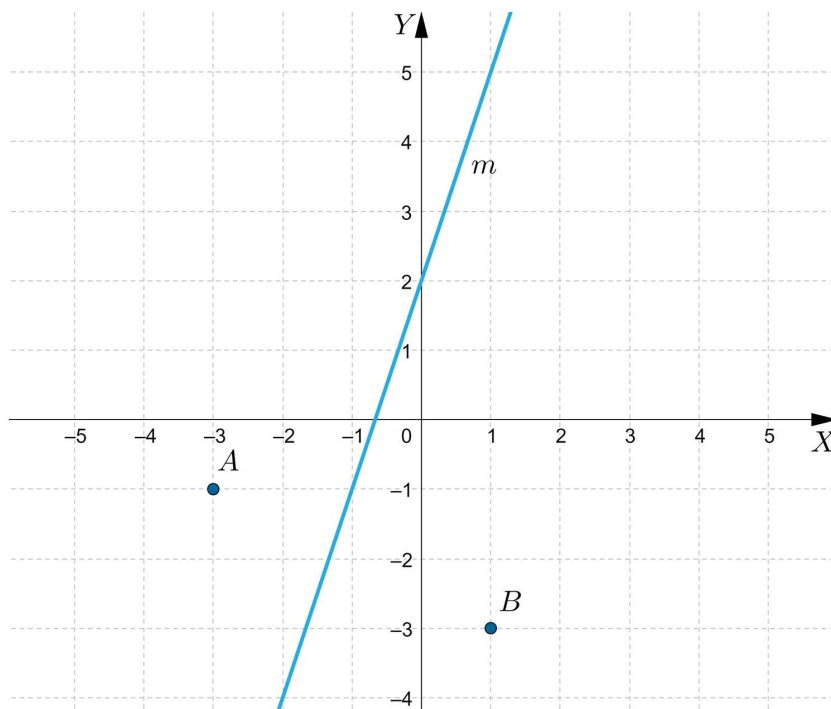
Z równania $(x - 1)^2 + y^2 = 4$ odczytujemy współrzędne środka okręgu $O = (1, 0)$ oraz długość promienia $r = 2$.



Środkiem symetrii okręgu $(x - 1)^2 + y^2 = 4$ jest punkt $O = (1, 0)$.

Przykład 3

Znajdziemy **środek symetrii** okręgu przechodzącego przez punkty $A = (-3, -1)$ i $B = (1, -3)$, wiedząc, że środek okręgu leży na prostej m o równaniu $y = 3x + 2$. Podamy równanie tego okręgu.



Rozwiązanie:

Środek okręgu leży na przecięciu symetralnej odcinka AB , z prostą o równaniu $y = 3x + 2$.

Definicja: symetralna odcinka

Symetralną odcinka nazywamy prostą prostopadłą do odcinka i dzielącą go na dwie równe części.

Wyznaczamy równanie symetralnej odcinka AB .

Zapiszemy równanie prostej k przechodzącej przez punkty $A = (-3, -1)$ i $B = (1, -3)$ w postaci $y = ax + b$.

W tym celu rozwiązujemy układ równań:

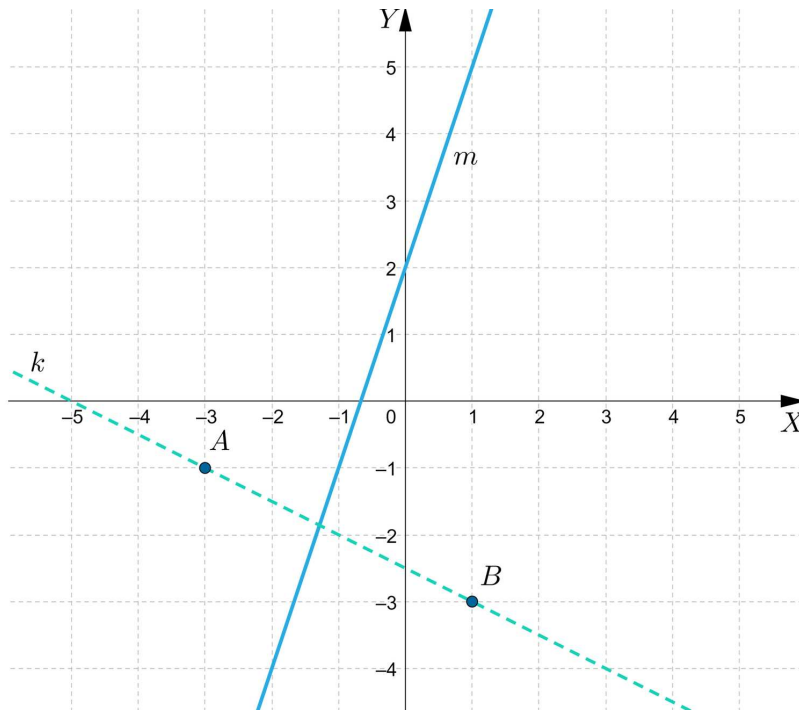
$$\begin{cases} -1 = a \cdot (-3) + b \\ -3 = a \cdot 1 + b \end{cases}$$

Odejmujemy od pierwszego równania drugie i otrzymujemy:

$$2 = -4 \cdot a, \text{ stąd } a = -\frac{1}{2}.$$

Z drugiego równania otrzymujemy $b = -3 - a$, a w rezultacie $b = -3 - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}$.

Równanie prostej k przechodzącej przez punkty A i B to $k: y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$.



Interesuje nas wartość współczynnika kierunkowego prostej k przechodzącej przez punkty A i B , ponieważ szukamy równania symetralnej, która jest do prostej k prostopadła.

Reguła: prostopadłość prostych

Jeżeli proste $y = a_1x + b_1$ i $y = a_2x + b_2$ są prostopadłe to:

$$a_2 = -\frac{1}{a_1}.$$

Ponieważ w naszym przypadku $a_1 = -\frac{1}{2}$, to z warunku prostopadłości prostych wynika, że:

$$a_2 = -\frac{1}{(-\frac{1}{2})} = 2.$$

Symetralna odcinka AB jest zatem postaci $y = 2x + b_2$.

Ponieważ symetralna odcinka jest do tego odcinka prostopadła i przechodzi przez jego środek, musimy wyznaczyć współrzędne środka odcinka AB , gdzie:

$$A = (-3, -1) \text{ i } B = (1, -3).$$

Oznaczmy przez P środek odcinka AB :

$$P = (x_P, y_P), \text{ gdzie } x_P = \frac{x_A + x_B}{2}, y_P = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

Otrzymujemy stąd:

$$x_P = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3 + 1}{2} = -1$$

oraz

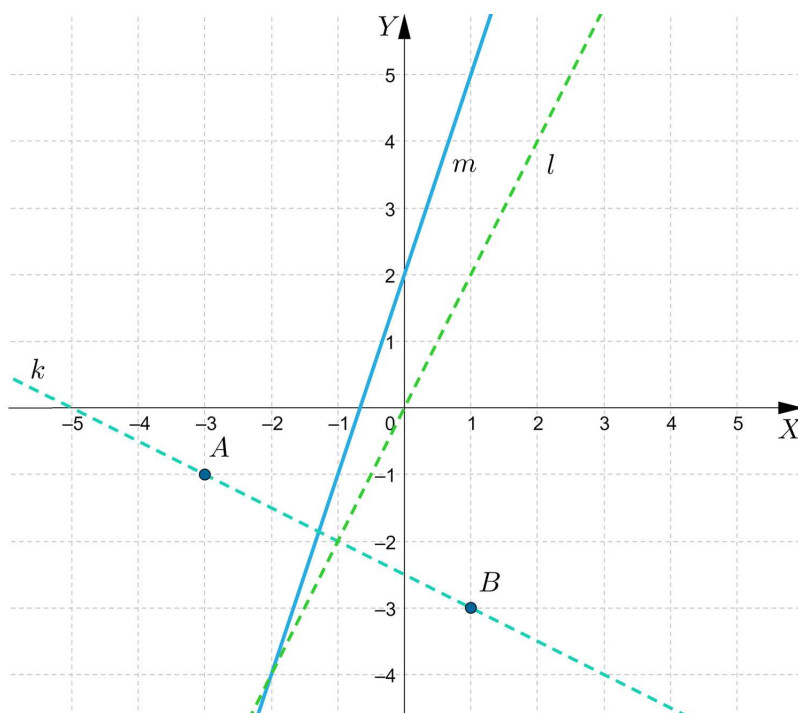
$$y_P = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1 + (-3)}{2} = -2.$$

Zapišemy teraz równanie prostej l (symetralnej odcinka) przechodzącej przez punkt $P = (-1, -2)$.

Prosta l dana wzorem $y = 2x + b_2$ przechodzi przez punkt $P = (-1, -2)$, a zatem spełniona jest równość:

$$-2 = 2 \cdot (-1) + b_2, \text{ stąd } b_2 = 0.$$

Równanie prostej l ma zatem postać $y = 2x$.



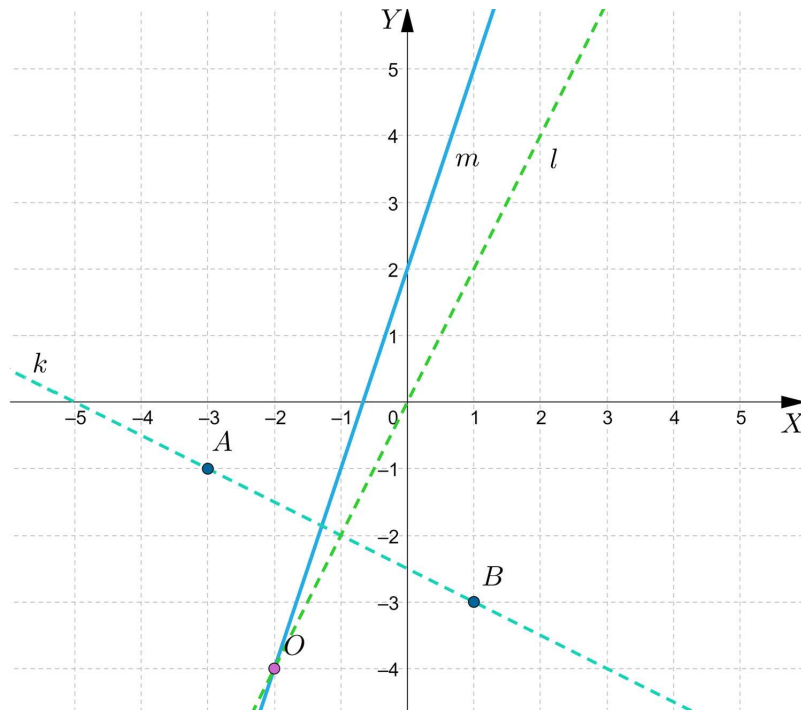
Środek okręgu leży na przecięciu symetralnej odcinka AB , czyli w naszym przypadku prostej l o równaniu $y = 2x$, z prostą m o równaniu $y = 3x + 2$.

W celu znalezienia punktu przecięcia rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 3x + 2 \end{cases}$$

Po podstawieniu otrzymujemy równość $2x = 3x + 2$.

Po rozwiązaniu otrzymujemy punkt przecięcia rozważanych prostych $O = (-2, -4)$



Obliczymy teraz promień okręgu wykorzystując wzór na odległość punktów $A = (x_1, y_1)$ i $B = (x_2, y_2)$:

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Skoro $r = |OA| = |OB|$ oraz $A = (-3, -1)$ i $O = (-2, -4)$, więc mamy równość:

$$r = |OA| = \sqrt{(-2 + 3)^2 + (-4 + 1)^2} = \sqrt{(1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$$

Równanie okręgu o środku $S = (a, b)$ i promieniu r ma postać $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, co w naszym przypadku daje $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 10$.

Środkiem symetrii okręgu jest punkt $O = (-2, -4)$.

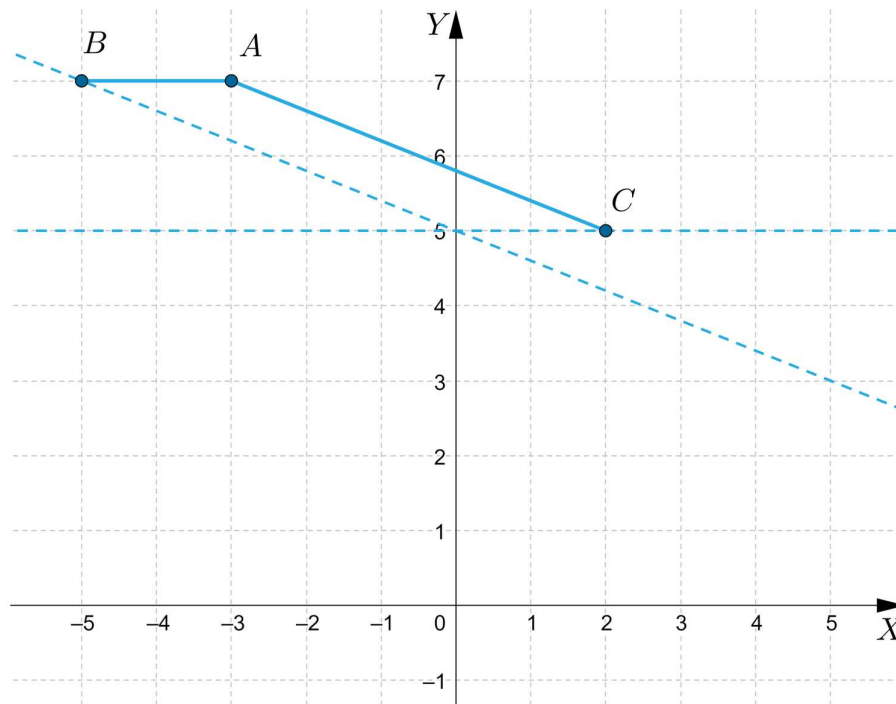
Dowolny równoległobok jest figurą środkowosymetryczną. Środkiem symetrii równoległoboku jest punkt przecięcia przekątnych.

Przykład 4

Dane są wierzchołki $A = (-3, 7)$, $B = (-5, 7)$ i $C = (2, 5)$ równoległoboku. Podaj współrzędne środka symetrii tego równoległoboku oraz współrzędne czwartego wierzchołka.

Rozwiązanie:

Środek symetrii równoległoboku leży na przecięciu przekątnych tego równoległoboku.



Z rysunku wynika, że punkt przecięcia przekątnych leży na odcinku BC .

Własność: przekątne równoległoboku

Przekątne równoległoboku dzielą się na połowy.

Korzystając z powyższej własności, zastosujemy wzór na środek odcinka - w tym przypadku wyznaczmy środek $O = (x_0, y_0)$ odcinka BC :

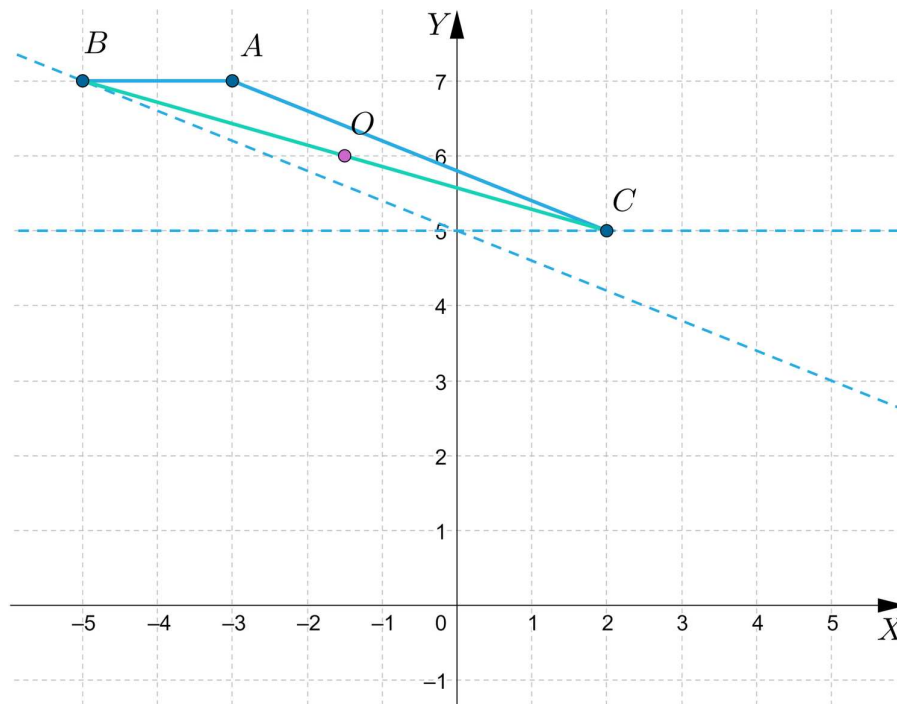
$$x_0 = \frac{x_B + x_C}{2}, y_0 = \frac{y_B + y_C}{2}.$$

Otrzymujemy w ten sposób:

$$x_0 = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-5 + 2}{2} = -\frac{3}{2},$$

$$y_0 = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{7 + 5}{2} = 6.$$

Środkiem odcinka BC jest punkt $O = \left(-\frac{3}{2}, 6\right)$.



Zauważmy, że punkt O jest również środkiem odcinka AD . Zatem, korzystając z powyższych wzorów możemy wyznaczyć współrzędne punktu $D = (x_D, y_D)$.

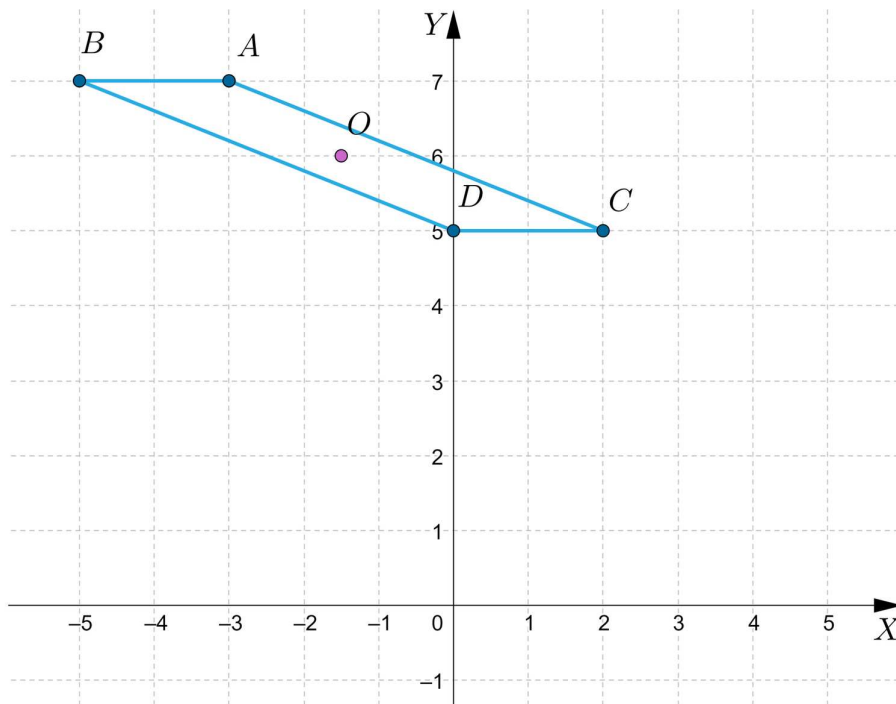
$$x_0 = \frac{x_A + x_D}{2}, y_0 = \frac{y_A + y_D}{2}.$$

$$\text{Mamy } x_0 = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{-3 + x_D}{2} = -\frac{3}{2}.$$

Otrzymujemy w ten sposób $x_D = 0$.

$$\text{Podobnie, } y_0 = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{7 + y_D}{2} = 6, \text{ a stąd } y_D = 5.$$

W rezultacie otrzymujemy punkt $D = (0, 5)$, będący czwartym wierzchołkiem równoległoboku.



Przykład 5

Rozważmy romb $ABCD$, gdzie $A = (-2, -3)$ i $B = (3, -\frac{1}{2})$. Wiedząc, że jedna z przekątnych rombu jest zawarta w prostej o równaniu $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$ wyznaczmy współrzędne punktów C i D oraz środek symetrii tego rombu.

Rozwiązanie:

Zauważmy, że punkt A leży na prostej k danej równaniem $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$, ponieważ spełniona jest równość $-3 = \frac{4}{3} \cdot (-2) - \frac{1}{3}$.

Własność: położenie przekątnych w rombie

Przekątne w rombie przecinają się pod kątem prostym, punkt przecięcia przekątnych dzieli każdą z nich na pół.

Środek symetrii rombu (punkt przecięcia przekątnych) jest w tym przypadku punktem przecięcia prostej k z prostą l , która jest do niej prostopadła i przechodzi przez punkt B .

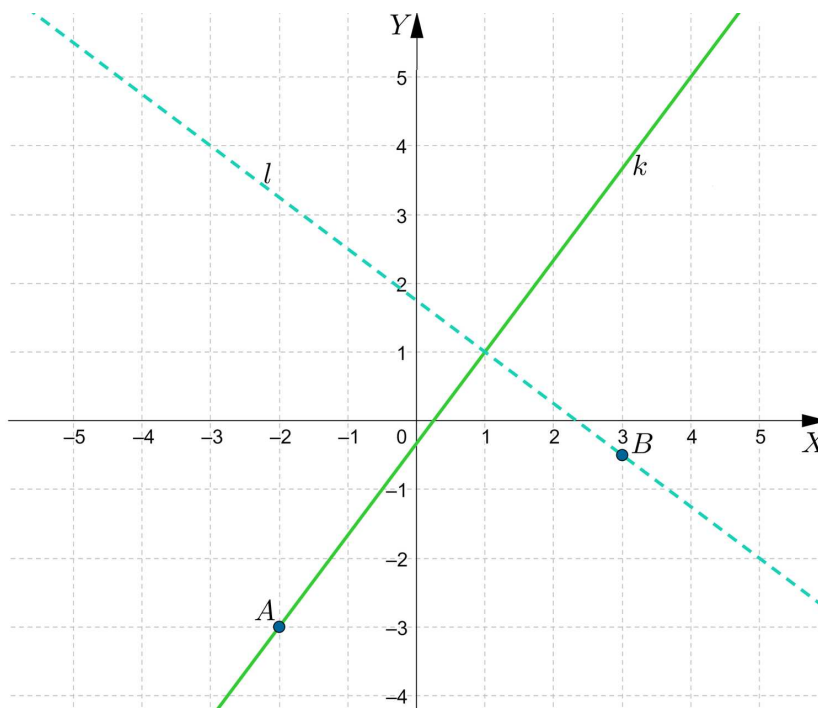
Niech prosta l określona równaniem $y = a_2x + b_2$ będzie prostą prostopadłą do prostej k o równaniu $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$.

Z warunku prostopadłości prostych $a_2 = -\frac{1}{a_1}$. Ponieważ $a_1 = \frac{4}{3}$, więc $a_2 = -\frac{1}{(\frac{4}{3})} = -\frac{3}{4}$.

Zatem prosta l przyjmuje postać $y = -\frac{3}{4}x + b_2$.

Ponieważ prosta l przechodzi przez punkt $B = (3, -\frac{1}{2})$, możemy wyznaczyć b_2 .

Podstawiając współrzędne tego punktu do równania prostej l otrzymujemy $-\frac{1}{2} = -\frac{3}{4} \cdot 3 + b_2$, stąd $b_2 = \frac{7}{4}$. Ostatecznie otrzymujemy równanie prostej $y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$.



Punkt przecięcia prostej k z prostą l jest środkiem symetrii rombu, musimy rozwiązać układ równań:

$$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3} \\ y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4} \end{cases}$$

Podstawiając stronami otrzymujemy $\frac{4}{3}x - \frac{1}{3} = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$, a dalej $\frac{4}{3}x + \frac{3}{4}x = \frac{1}{3} + \frac{7}{4}$. Po wykonaniu działań otrzymujemy $\frac{25}{12}x = \frac{25}{12}$, a w rezultacie $x = 1$.

Korzystając z pierwszego równania otrzymujemy $y = \frac{4}{3} \cdot 1 - \frac{1}{3}$, a stąd $y = 1$.

Otrzymaliśmy tym samym współrzędne punktu $O = (1, 1)$, który jest środkiem symetrii danego rombu.

Wyznaczamy współrzędne pozostałych dwóch wierzchołków rombu, punktów C i D .

Z poznanych własności rombu wiemy, że punkt O jest środkiem odcinka AC . Znając współrzędne punktów $O = (1, 1)$ oraz $A = (-2, -3)$ otrzymujemy:

$$x_0 = \frac{x_A + x_C}{2}, \text{ a następnie } 2 \cdot x_0 = x_A + x_C. \text{ Otrzymujemy w ten sposób } x_C = 2 \cdot x_0 - x_A.$$

$$\text{Podobnie } y_0 = \frac{y_A + y_C}{2}, \text{ następnie } 2 \cdot y_0 = y_A + y_C, \text{ a w rezultacie } y_C = 2 \cdot y_0 - y_A.$$

Wykorzystując wyprowadzone równości otrzymujemy: $x_C = 2 \cdot 1 + 2 = 4$ i $y_C = 2 \cdot 1 + 3 = 5$.

Wyznaczyliśmy tym samym współrzędne wierzchołka $C = (4, 5)$.

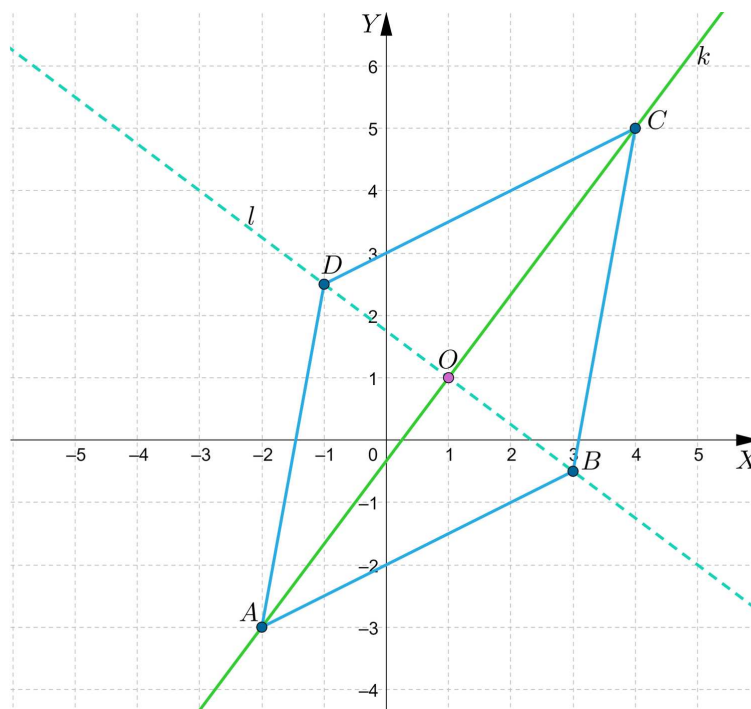
Wykorzystując ponownie własności rombu, wiemy, że punkt O jest środkiem odcinka DB . Znając współrzędne punktów $O = (1, 1)$, $B = (3, -\frac{1}{2})$ otrzymujemy:

$x_0 = \frac{x_D + x_B}{2}$, po przekształceniu $2 \cdot x_0 = x_D + x_B$, a w rezultacie $x_D = 2 \cdot x_0 - x_B$.

Podobnie, dla $y_0 = \frac{y_D + y_B}{2}$ otrzymujemy $2 \cdot y_0 = y_D + y_B$, a w rezultacie $y_D = 2 \cdot y_0 - y_B$.

Wykorzystując wyprowadzone równości otrzymujemy: $x_D = 2 \cdot 1 - 3 = -1$ i $y_D = 2 \cdot 1 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$.

Otrzymaliśmy w ten sposób współrzędne punktu $D = (-1, \frac{5}{2})$.



Środkiem symetrii rombu jest punkt $O = (1, 1)$, pozostałe wierzchołki to: $C = (4, 5)$, $D = (-1, \frac{5}{2})$.

Słownik

środek symetrii figury

punkt O nazywamy środkiem symetrii figury, jeśli symetria o środku O przekształca tę figurę na nią samą

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją prezentującą, jak znaleźć współrzędne środka symetrii, a następnie rozwiąż zadania i sprawdź odpowiedzi.

Trwa wczytywanie danych...

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DHgN6qGTt>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego tematu jak znaleźć współrzędne środka symetrii.

Polecenie 2

Podaj współrzędne środka symetrii okręgu o równaniu $x^2 + y^2 - 10x + 24y - 56 = 0$.

Polecenie 3

Początek układu współrzędnych oraz punkty przecięcia prostej $y = -x + 4$ z osiami układu współrzędnych są trzema wierzchołkami prostokąta $ABCD$. Wyznacz środek symetrii tego prostokąta oraz współrzędne jego czwartego wierzchołka.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Dane są punkty $K = (-1, 7)$ i $W = (3, -1)$. Wyznacz współrzędne punktu, który stanowi środek symetrii odcinka KW . Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $S = (-1, 3)$

☐ $S = (2, 6)$

☐ $S = (1, 3)$

☐ $S = (-2, -6)$

Ćwiczenie 2



Poniżej przedstawiono równania okręgów oraz punkty będące ich środkiem symetrii. Połącz w pary równania z odpowiednimi punktami.

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$$

$$S = (-3, 2)$$

$$(x - 3)^2 + (x + 2)^2 = 16$$

$$S = (3, -2)$$

$$(x + 3)^2 + (x - 2)^2 = 16$$

$$S = (-3, -2)$$

$$x^2 + y^2 + 6x + 4y - 3 = 0$$

$$S = (3, 2)$$

Ćwiczenie 3



Wiadomo, że środek symetrii okręgu leży na prostej o równaniu $y = -2x - 5$ oraz, że okrąg ten przechodzi przez punkty $A = (-2, 4)$ i $B = (6, -4)$. Jakie współrzędne ma środek symetrii tego okręgu? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $S = (-1, -3)$

☐ $S = (-7, 9)$

☐ $S = (-1\frac{3}{5}, -1\frac{4}{5})$

☐ $S = (0, -5)$

Ćwiczenie 4



Wyznacz równania okręgów przechodzących przez podane trzy punkty A , B , C , a następnie uporządkuj je rosnąco względem iloczynu współrzędnych ich środka symetrii. Złap element i przesun go w górę lub w dół.

$A = (0, 0)$, $B = (-8, 0)$, $C = (-8, 10)$ 

$A = (3, 0)$, $B = (3, 16)$, $C = (-9, 0)$ 

$A = (0, 0)$, $B = (14, -6)$, $C = (0, -6)$ 

$A = (-1, 7)$, $B = (-11, 7)$, $C = (-1, -1)$ 

Ćwiczenie 5



Wyznacz współrzędne wierzchołków kwadratu, wiedząc że punkt $S = (-3, 1)$ jest jego środkiem symetrii. Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $A = (-7, 2), B = (-4, -3), C = (1, 0), D = (-2, 5)$

☐ $A = (-1, 1), B = (-3, -5), C = (3, -7), D = (5, -1)$

☐ $A = (0, 3), B = (1, -2), C = (6, -1), D = (5, 4)$

☐ $A = (-5, 0), B = (-4, -3), C = (-1, -2), D = (-2, 1)$

Ćwiczenie 6



Początek układu współrzędnych oraz punkty przecięcia prostej o równaniu $y = \frac{3}{5}x - 3$ z osiami układu są trzema wierzchołkami prostokąta $ABCD$.

Oceń, czy poniższe zdania są prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Środek symetrii tego prostokąta ma współrzędne $S = (\frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$.

☐ Środek symetrii tego prostokąta leży na prostej o równaniu $y = -\frac{5}{3}x - 3$.

☐ Środek symetrii tego prostokąta leży na odcinku o końcach $(5, 0)$ i $(0, -3)$.

Ćwiczenie 7



W prostokącie $ABCD$ dane są wierzchołki $A = (-3, 15)$ i $B = (-8, 0)$. Wiadomo, że prosta $l: y = 3x + 3$ jest osią symetrii tego prostokąta.

Oceń, czy poniższe zdania są prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Środek symetrii tego prostokąta leży na prostej o równaniu $y = -\frac{1}{3}x + \frac{17}{3}$.

☐ Środek symetrii tego prostokąta ma współrzędne $S = (1, 5)$.

☐ Bok AB tego prostokąta leży na prostej o równaniu $y = 3x - 8$.

☐ Suma współrzędnych środka symetrii tego prostokąta wynosi $6\frac{1}{5}$.

Ćwiczenie 8



Punkty $A = (-9, -1)$ i $B = (3, -6)$ są wierzchołkami rombu $ABCD$, którego krótsza przekątna jest zawarta w prostej o równaniu $y = 5x - 21$. Jakie współrzędne ma środek symetrii tego rombu? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $S = (3\frac{1}{5}, -3\frac{1}{5})$

☐ $S = (3\frac{1}{2}, -3\frac{1}{2})$

☐ $S = (4, -3)$

☐ $S = (3\frac{1}{3}, -4)$

Dla nauczyciela

Autor: Katarzyna Podfigurna

Przedmiot: Matematyka

Temat: Jak znaleźć współrzędne środka symetrii?

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Zakres podstawowy.

Uczeń:

2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostokąt do innej prostej, styczność do okręgu;

3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;

4) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1) stosuje równanie okręgu w postaci ogólnej.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- zna definicję środka symetrii figury
- rozpoznaje figury środkowo-symetryczne

- planuje czynności mające doprowadzić do wyznaczenia środka symetrii figury
- wyznacza środek symetrii odcinka, okręgu, równoległoboku, wykorzystując poznane twierdzenia
- z zaangażowaniem rozwiązuje zadania posługując się poznanymi twierdzeniami i definicjami
- analizuje zadania oraz dokonuje wyboru najefektywniejszej metody prowadzącej do ich rozwiązania

Strategie nauczania:

- konstruktywizm
- konektywizm

Metody i techniki nauczania:

- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem animacji i ćwiczeń interaktywnych
- pokaz multimedialny
- rozwiązywanie zadań pod kontrolą nauczyciela

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca całego zespołu

Środki dydaktyczne:

- komputery z dostępem do Internetu
- tablica interaktywna/rzutnik multimedialny
- e-podręcznik

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Uczniowie przypominają określenie środka symetrii.
2. Podają przykłady figur środkowo-symetrycznych.
3. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel poleca przeanalizowanie przykładów zawartych w sekcji „Przeczytaj”.
2. Uczniowie w parach analizują przykłady zawarte w sekcji „Przeczytaj”.
3. Nauczyciel kontroluje pracę uczniów udzielając im wskazówek.
4. Uczniowie oglądają animację i omawiają ją wraz z nauczycielem następnie samodzielnie rozwiązują zadania pod nią.

5. Metodą „burzy mózgów” podają algorytmy wyznaczania środka figury, określają z jakich twierdzeń i definicji należy skorzystać.
6. Uczniowie indywidualnie rozwiązują ćwiczenia interaktywne wskazane przez nauczyciela, wspólnie omawiają odpowiedzi.

Faza podsumowująca:

1. Nauczyciel prosi chętnych uczniów o zaprezentowanie sposobów wyznaczenia środka symetrii figur podanych w animacji.
2. Uczniowie określają co było dla nich trudne lub niezrozumiałe a nauczyciel udziela wyjaśnień.
3. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, ocenia aktywność uczniów.

Praca domowa:

Zadaniem uczniów jest rozwiązanie ćwiczeń interaktywnych, które nie zostały rozwiązane na lekcji.

Materiały pomocnicze:

- [Symetria względem punktu](#)
- [Figury środkowosymetryczne](#)

Wskazówki metodyczne:

Uczniowie mogą przeanalizować treść animacji jako pracę własną przed lekcją. Materiał może być inspiracją do zrealizowania projektu „Symetria środkowa w przyrodzie/architekturze/życiu codziennym”.