



Ostrosłup – opis bryły

Materiał składa się z sekcji: "Ostrosłup – budowa", "Rodzaje ostrosłupów", "Rysowanie ostrosłupów".

Materiał zawiera ilustracje (fotografie, obrazy, rysunki), filmy, ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Zawartość tekstowa i ilustracje – opis ostrosłupa, rodzaje ostrosłupów, czworościan, rysowanie ostrosłupów.

Przykłady – elementy ostrosłupa, przykłady ostrosłupów, obliczanie elementów ostrosłupów, rysowanie ostrosłupów.

Ćwiczenia – kąty w ostrosłupach, rozpoznawanie ostrosłupów i ich elementów.

Ostrosłup – opis bryły

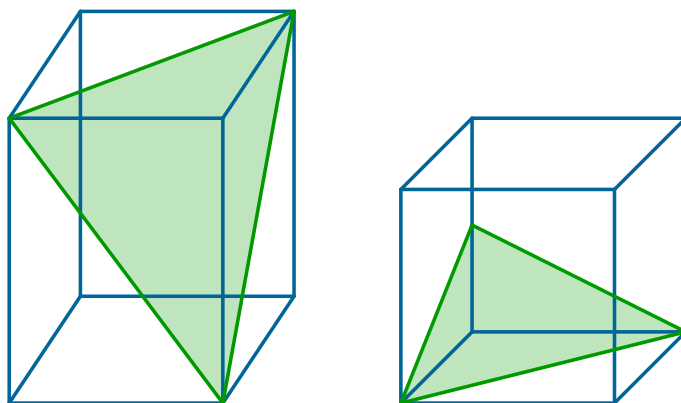
Na świecie możemy odnaleźć wiele znanych, historycznych budowli, których kształt przypomina ostrosłup. Kto nie słyszał o słynnych egipskich piramidach, które zbudowane są w kształcie ostrosłupa o podstawie kwadratu?

Również we współczesności odnajdujemy zapierające dech w piersiach budowle w kształcie ostrosłupa. Przykładem może być piramida znajdująca się na dziedzińcu Luwru w Paryżu, która zbudowana jest głównie ze szkła i ma około 20 metrów wysokości.

W tym materiale zapoznasz się z budową ostrosłupa, poznasz rodzaje ostrosłupów oraz nauczysz się, jak rysować ostrosłupy.

Ostrosłup – budowa

Przykład 1



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Prostopadłościany rozcięto, tak jak na rysunku.

- Ile ścian ma każda z brył powstałych po przecięciu prostopadłościanu?
- W jakim kształcie są jej ściany boczne?
- Jak się nazywają takie bryły?

Odpowiedź: Każda z brył powstałych po przecięciu prostopadłościanu ma cztery ściany. Jej ściany boczne są trójkątami. Takie bryły nazywamy ostrosłupami.

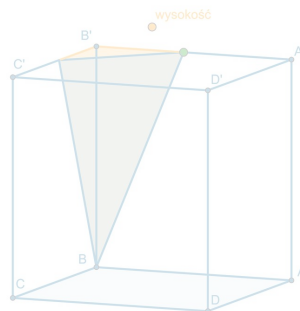
Ciekawostka

Ostrosłupy znane były już w starożytności, w ich kształcie są np. egipskie grobowce faraonów.

Przykład 2

Zmieniaj położenie suwaka i obserwuj, jakie bryły powstają.

- Jaki kształt ma podstawa pomarańczowej bryły?
- Jaki kształt mają jej ściany boczne? Jak nazywa się ta bryła?



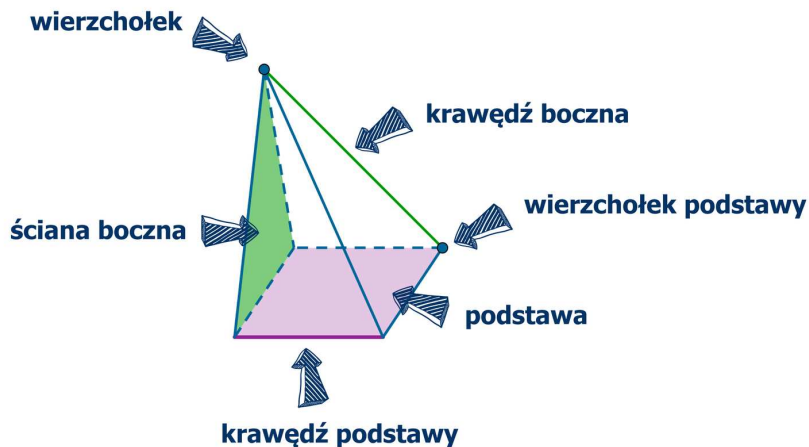
Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P15ujWZvE>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Odpowiedź: Pomarańczowa bryła to czworościan, czyli ostrosłup o czterech trójkątnych ścianach.

Ważne!

Ostrosłup ma podstawę w kształcie wielokąta. Ściany boczne są trójkątami o wspólnym wierzchołku nazywanym wierzchołkiem ostrosłupa.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 3

Wysokością ostrosłupa nazywamy odcinek łączący wierzchołek ostrosłupa z płaszczyzną podstawy i prostopadły do tej podstawy.



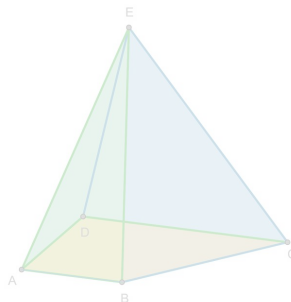
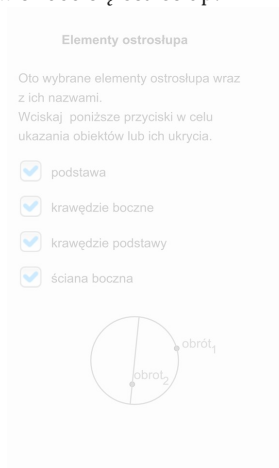
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Punkt wspólny wysokości ostrosłupa i płaszczyzny podstawy nazywamy spodkiem wysokości ostrosłupa.

Przykład 4

Sprawdź, z jakich elementów składa się ostrosłup.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P15ujWZvE>

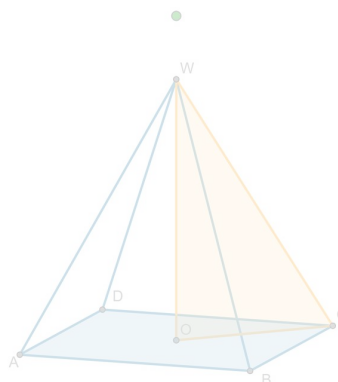
Przykład 5

Sprawdź, jaką figurę wyznaczają wierzchołek ostrosłupa, spodek wysokości ostrosłupa i wierzchołek podstawy.

Ostrosłup prawidłowy czworokątny

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Jego wysokość można zmieniać, zmieniając położenie punktu $\bullet$. Dla różnych wysokości, otrzymujemy różne trójkąty prostokątne. Jakim elementem tych trójkątów jest wysokość ostrosłupa? Gdzie znajduje się spodek tej wysokości?

☐ wysokość ostrosłupa

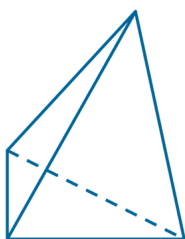


Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P15ujWZvE>

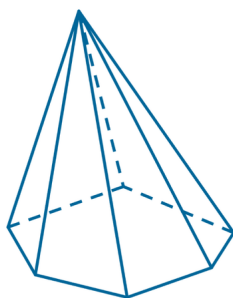
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Rodzaje ostrosłupów

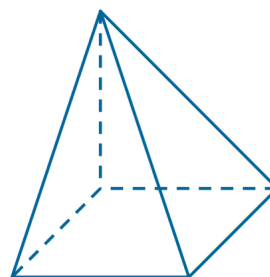
Ostrosłup, w zależności od wielokąta będącego jego podstawą, nazywamy ostrosłupem trójkątnym, sześciokątnym, czworokątnym itp.



ostrosłup trójkątny



ostrosłup sześciokątny



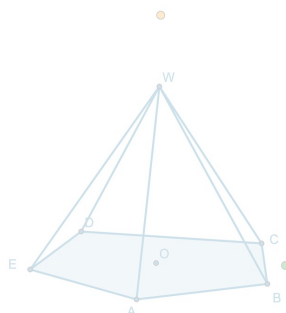
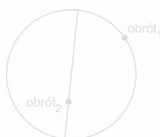
ostrosłup czworokątny

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 6

Zapoznaj się z apilem, który pokazuje przykład ostrosłupa pięciokątnego.

Bryłę obracamy, zmieniając położenie punktów o nazwach "obrót₁" i "obrót₂", skalę zmieniamy, zmieniając położenie punktu $\bullet$ a wysokość, zmieniając położenie punktu $\bullet$.



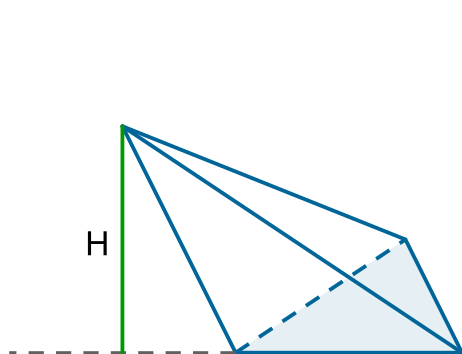
Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P15ujWZvE>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

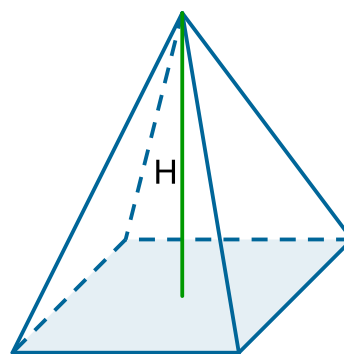
Definicja: Ostrosłup prosty, ostrosłup pochyły

Ostrosłup nazywamy prostym, gdy jego wszystkie krawędzie boczne są równe.

W przeciwnym razie – ostrosłup nazywamy pochyłym. Ściany boczne ostrosłupa prostego są trójkątami równoramiennymi.



ostrosłup pochyły

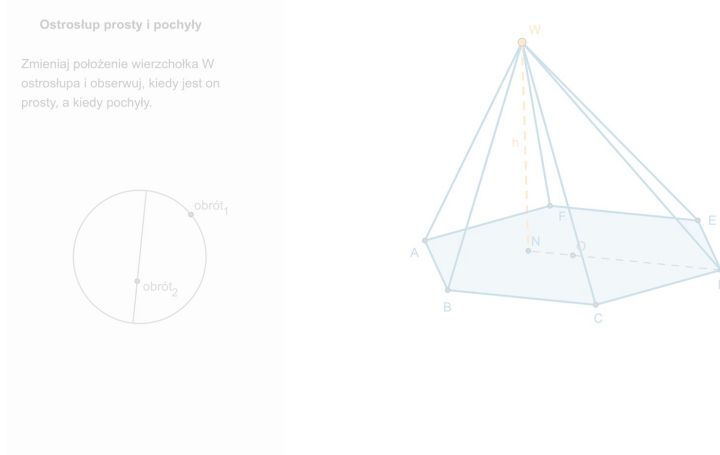


ostrosłup prosty

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 7

Określ rodzaj ostrosłupa przedstawionego na rysunku. Określ położenie wysokości ostrosłupa.



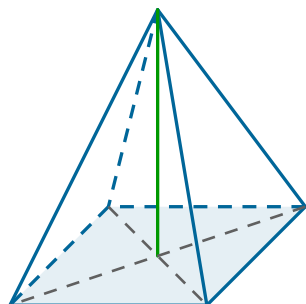
Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P15ujWZvE>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

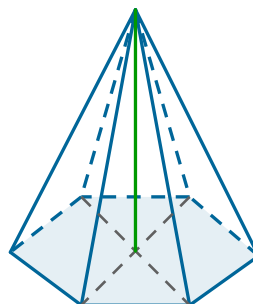
Definicja: Ostrosłup prawidłowy

Ostrosłup prosty nazywamy prawidłowym, gdy jego podstawą jest wielokąt foremny.

Ściany boczne takiego ostrosłupa są przystającymi trójkątami równoramiennymi.



ostrosłup prawidłowy
czworokątny



ostrosłup prawidłowy
sześciokątny

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 8

Zapoznaj się z poniższym apiletem i zwróć uwagę, w jakim punkcie podstawy znajduje się spodek wysokości w ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P15ujWZvE>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Czworoscian

Czworościan to ostrosłup trójkątny. Czworoscian ma 4 wierzchołki i 6 krawędzi. Jeżeli wszystkie ściany czworoscianu są trójkątami równobocznymi, to czworoscian nazywamy czworoscianem foremnym.

Zapamiętaj!

Dwa jednakowe ostrosłupy prawidłowe czworokątne, sklejone podstawami tworzą ośmiościan foremny.

Przykład 9

Zmień położenie wierzchołka czworoscianu, tak aby uzyskać ostrosłup zbliżony kształtem do czworoscianu foremnego.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P15ujWZvE>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 10

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Spodek wysokości ostrosłupa znajduje się w punkcie oddalonym od krawędzi podstawy o 3 cm. Oblicz długość przekątnej podstawy ostrosłupa.

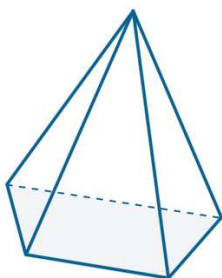
Spodek wysokości ostrosłupa prawidłowego czworokątnego znajduje się na przecięciu przekątnych podstawy. Wynika z tego, że długość krawędzi podstawy jest równa

$$a = 2 \cdot 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}.$$

Przekątna kwadratu o boku długości 6 cm jest równa $6\sqrt{2}$ cm.

Rysowanie ostrosłupów

Rysowanie ostrosłupa rozpoczynamy zwykle od naszkicowania podstawy. Następnie wybieramy punkt, który będzie wierzchołkiem ostrosłupa i łączymy ten punkt z wierzchołkami podstawy.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1Zf3XICpWH3m>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

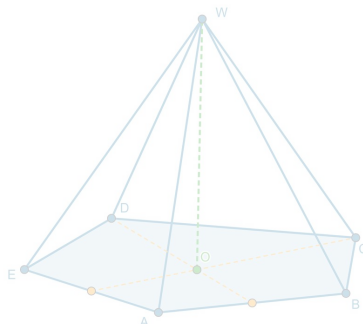
Animacja przedstawia rysowanie ostrosłupa prawidłowego trójkątnego, lektor przedstawia czynności wykonane podczas rysowania.

Przykład 11

Sprawdź, w jaki sposób można narysować ostrosłup prosty.

Rysowanie ostrosłupa

- ☒ Wykreślamy podstawę ostrosłupa.
- ☒ Znajdujemy punkt O będący spodem wysokości – najpierw kreślimy środkowe w pięciokącie.
- ☒ Rysujemy odcinek OW prostopadły do podstawy, gdzie W jest wierzchołkiem ostrosłupa.
- ☒ Łączymy wierzchołek W z wierzchołkami wielokąta podstawy ostrosłupa, tworząc krawędzie boczne ostrosłupa.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P15ujWZvE>

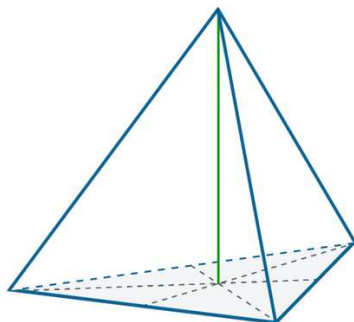
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Chcąc narysować ostrosłup prosty, po narysowaniu podstawy, zaznaczamy wysokość – odcinek prostopadły do płaszczyzny podstawy. Koniec wysokości, który nie leży na podstawie, łączymy z wierzchołkami podstawy.

Przykład 12

W przypadku ostrosłupów prawidłowych, po narysowaniu podstawy, zaznaczamy spodek wysokości, który jest punktem przecięcia symetralnych boków, a następnie rysujemy wysokość i krawędzie boczne.

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym spodek wysokości leży na przecięciu wysokości podstawy.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1HO90zDEmjn>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja dotyczy rysowania

Ćwiczenie 1



Określ, gdzie leży spodek wysokości w ostrosłupie prawidłowym:

1. czworokątnym
2. sześciokątnym
3. ośmiokątnym

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Zaznacz, które zdanie jest prawdziwe, a które fałszywe.

Zdanie	Prawda	Fałsz
Wysokość ostrosłupa jest zawsze krótsza od wysokości jego ściany bocznej.	☐	☐
Wysokość ostrosłupa jest prostopadła do jego podstawy.	☐	☐
Spodek wysokości ostrosłupa zawsze leży wewnątrz podstawy.	☐	☐
Spodek wysokości ostrosłupa może leżeć na krawędzi podstawy.	☐	☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Dany jest ostrosłup, którego podstawą jest n -kąt.

Połącz w pary liczbę krawędzi, liczbę wierzchołków oraz liczbę ścian bocznych z odpowiednim wyrażeniem algebraicznym.

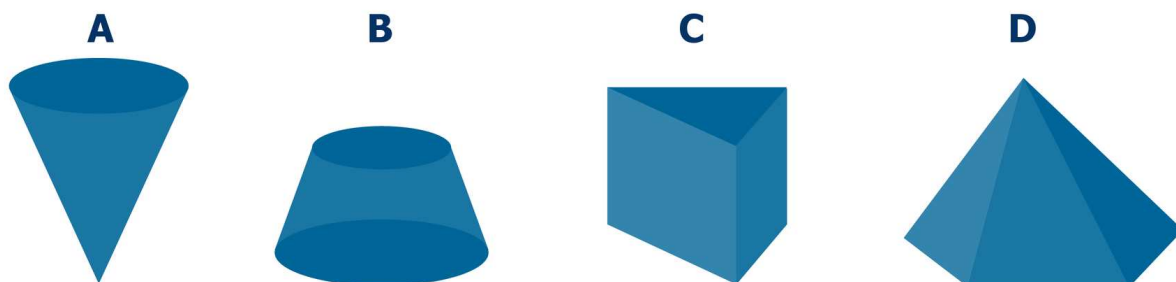
liczba ścian bocznych	$2n$
liczba krawędzi	$n + 1$
liczba wierzchołków	n

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Która z figur przedstawionych na rysunku to ostrosłup?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ Rysunek C

☐ Rysunek D

☐ Rysunek B

☐ Rysunek A

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Ostrosłup ma 126 krawędzi. Ile ma wszystkich wierzchołków? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 127

☐ 62

☐ 64

☐ 63

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Ostrosłup ma 79 wszystkich wierzchołków. Ile ma wszystkich ścian? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 78

☐ 79

☐ 80

☐ 156

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Uzupełnij poniższe zdania tak, aby były zdaniami prawdziwymi. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz właściwą odpowiedź.

- Liczba ścian bocznych ostrosłupa dwustukątnego wynosi
- Liczba krawędzi podstawy ostrosłupa dwustukątnego wynosi
- Liczba wierzchołków podstawy ostrosłupa dwustukątnego wynosi
- Liczba wszystkich ścian ostrosłupa dwustukątnego wynosi

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Ostrosłup ma n (n - liczba naturalna dodatnia) ścian bocznych. Ile ma wszystkich krawędzi? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $n + 1$

☐ $2n + 1$

☐ $n - 1$

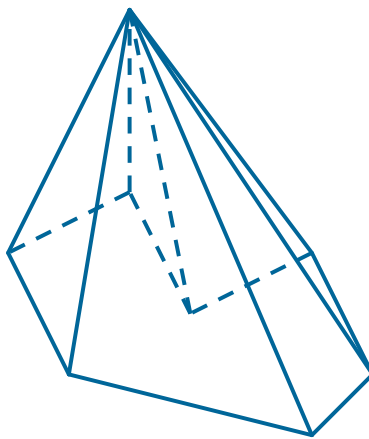
☐ $2n$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Jaki ostrosłup przedstawiony jest na rysunku?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ Jest to ostrosłup siedmiokątny.

☐ Jest to ostrosłup sześciokątny.

☐ Jest to ostrosłup trójkątny.

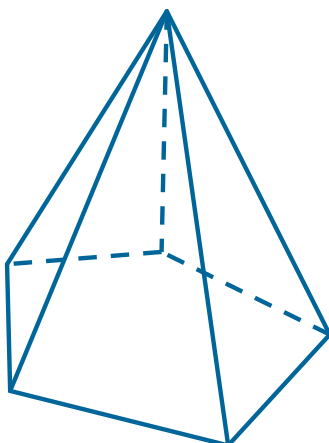
☐ Jest to ostrosłup czworokątny.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Zapoznaj się z poniższym rysunkiem.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zaznacz zdanie prawdziwe.

- ☐ Ostrosłup ten ma 6 ścian bocznych.
- ☐ Ostrosłup ten ma 7 wszystkich ścian.
- ☐ Ostrosłup ten ma 10 wszystkich krawędzi.
- ☐ Ostrosłup ten ma 7 wierzchołków podstawy.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Suma długości wszystkich krawędzi czworościanu foremnego jest równa 12. Ile jest równe pole powierzchni jednej ściany bocznej tego czworościanu? Zaznacz poprawną odpowiedź.

- ☐ $2\sqrt{3}$
- ☐ $\sqrt{3}$
- ☐ $6\sqrt{3}$
- ☐ 6

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Zaznacz poprawne dokończenie zdania.

Ściana boczna każdego ostrosłupa prawidłowego jest trójkątem

☐ prostokątnym.

☐ rozwartokątnym.

☐ równoramiennym.

☐ równobocznym.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Zaznacz poprawne dokończenie zdania.

Podstawą ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest trójkąt

☐ równoboczny.

☐ prostokątny.

☐ różnoboczny.

☐ rozwartokątny.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Rozstrzygnij, czy zdanie jest fałszywe, czy prawdziwe. Zaznacz zdanie prawdziwe.

☐ Spodek wysokości ostrosłupa prostego należy zawsze do podstawy ostrosłupa.

☐ Wysokość ostrosłupa jest zawsze większa od długości krawędzi podstawy.

☐ Spodek wysokości ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego znajduje się na przecięciu krótszych przekątnych podstawy.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Rozstrzygnij, czy zdanie jest fałszywe, czy prawdziwe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Czworoscian ma 4 wierzchołki.

☐ Czworoscian ma tyle wierzchołków, ile ma ścian.

☐ Każda ściana czworoscianu może być jego podstawą.

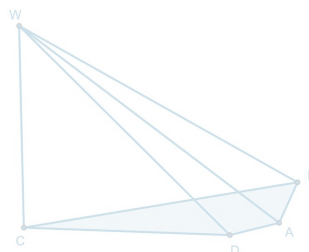
☐ Ściana boczna czworoscianu jest zawsze trójkątem równobocznym.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



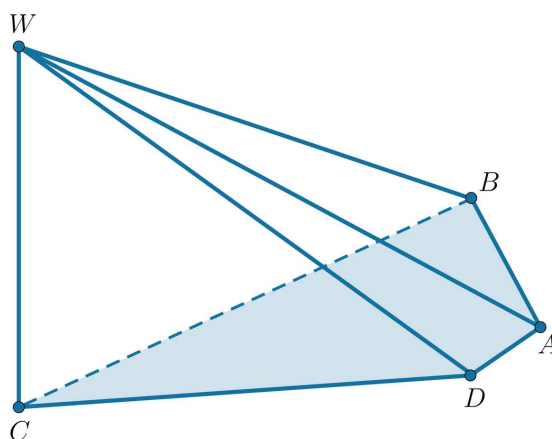
Zapoznaj się z poniższym apletem.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P15ujWZvE>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Na podstawie apletu wskaż krawędź, która jest jednocześnie wysokością ostrosłupa $ABCDW$. Zaznacz poprawną odpowiedź.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

☐ AW

☐ CW

☐ DW

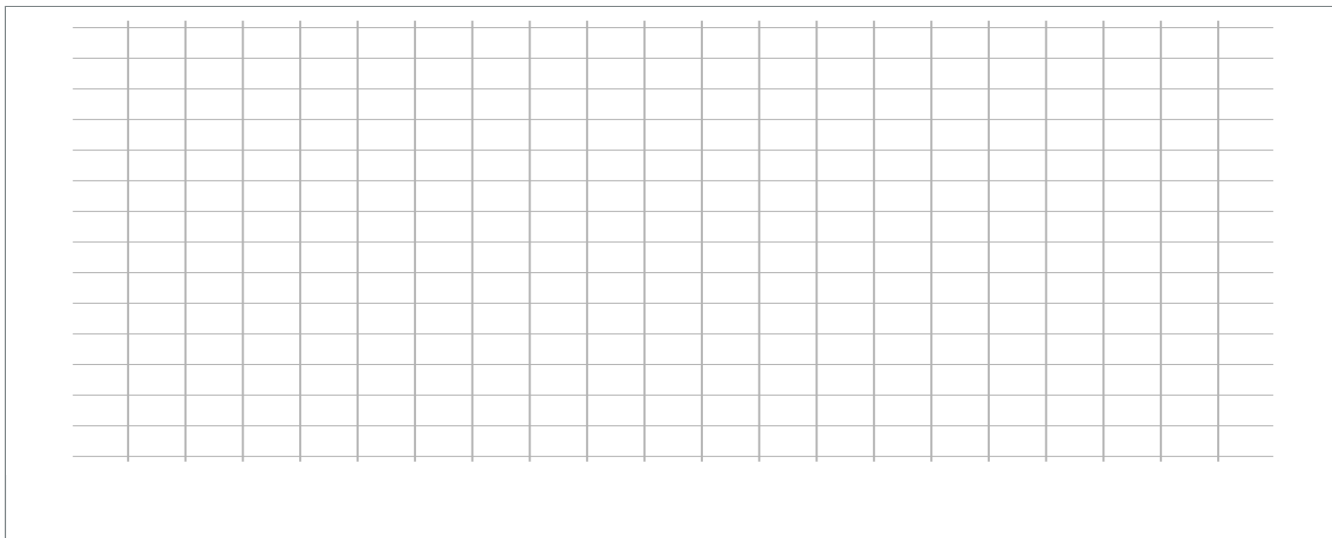
☐ BC

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17

Naszkićuj ostrosłup:

1. pięciokątny,
2. prawidłowy czworokątny,
3. siedmiokątny.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Suma długości wszystkich krawędzi ostrosłupa jest równa 60 cm. Krawędź boczna ma długość 6 cm. Uzupełnij zdania, wpisując w luki odpowiednie liczby.

Długość krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego:

- pięciokątnego jest równa cm.
- sześciokątnego jest równa cm.
- ośmiokątnego jest równa cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19

Przeciągnij odpowiedni zapis, aby uzupełnić tabelę.

ostrosłup n - kątny	liczba krawędzi	liczba ścian bocznych	liczba ścian	liczba wierzchołków podstawy
				9
	20			
		30		
$n = 5$				
			4	
$n = k$			$k + 1$	

25 2k k 6 30 3 n = 3 10 18 n = 10 6 10 60 k + 1 5 9 n = 9 10 3 5 10
 31 n = 6 n = 30 k 60 11

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20

Suma długości odcinków, z których zbudowano szkielet ostrosłupa prawidłowego, wynosi 120 cm. Uzupełnij zdania, wpisując w luki odpowiednie liczby.

Długość krawędzi bocznej tego ostrosłupa o podstawie w kształcie:

- kwadratu o boku długości 6 cm jest równa cm.
- sześciokąta o boku długości 8 cm jest równa cm.
- trójkąta o boku długości 12 cm jest równa cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21

Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ W czworoscianie foremym wszystkie krawędzie mają jednakową długość.
- ☐ W ostrosłupie prawidłowym ściany boczne są do siebie przystające.
- ☐ Czworościan foremny jest ostrosłupem prawidłowym trójkątnym.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 22



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ Spodek wysokości ostrosłupa leży na jego podstawie.
- ☐ W ostrosłupie liczba wszystkich ścian jest nieparzysta.
- ☐ Spodek wysokości ostrosłupa leży na przecięciu symetralnych boków podstawy.
- ☐ W ostrosłupie liczba wszystkich krawędzi jest parzysta.
- ☐ Wszystkie ściany boczne ostrosłupa są trójkątami.
- ☐ W ostrosłupie wszystkie krawędzie mają wspólny punkt.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 23



Czy istnieje ostrosłup, który ma 37 wierzchołków? Uzasadnij odpowiedź.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 24



Czy istnieje ostrosłup, który ma 37 krawędzi? Uzasadnij odpowiedź.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 25



1. Czy można zbudować ostrosłup prawidłowy, którego ściany boczne są trójkątami równobocznymi, a nie jest on czworościanem foremnym?
2. Czy można zbudować ostrosłup prawidłowy, którego wszystkie krawędzie mają jednakową długość, a nie jest on czworościanem foremnym?
3. Czy można zbudować ostrosłup, którego podstawą jest kwadrat, a nie jest on ostrosłupem prawidłowym?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 26



Uzupełnij zdanie, wpisując w luki odpowiednie liczby.

Ośmiościan foremny ma krawędzi oraz wierzchołków.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.