



Kurs logiki: lekcja 41. Prawdopodobieństwo we wnioskowaniu

- [Wprowadzenie](#)
- [Animacja](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

Bibliografia:

- Źródło: Hans-Georg Gadamer, *Teoria, technika, praktyka*, [w:] *O skrytości zdrowia*, tłum. A. Przyłębski.
- Źródło: Ciceron, *O naturze bogów*, tłum. W. Kornatowski.



Kurs logiki: lekcja 41. Prawdopodobieństwo we wnioskowaniu

Źródło: Pixabay, domena publiczna.

Założmy, że dwoje uczniów rzuca monetą w celu rozstrzygnięcia, który z nich ma się tego dnia zgłosić do odpowiedzi z fizyki. Jeśli jesteś jednym z tych uczniów, to możesz oszacować prawdopodobieństwo, że padnie na ciebie – wynosi ono 50%. Jednak w trakcie procedury losowania od innego ucznia dowiadujesz się, że nauczyciel w ogóle nie będzie dzisiaj pytał, ponieważ planuje niezapowiedzianą kartkówkę. W sposób naturalny przyjmujesz, że to stwierdzenie też jest jedynie prawdopodobne. Jak jednak oszacować jego prawdopodobieństwo? Czy zachodzi tu taki sam rodzaj prawdopodobieństwa, jak w przypadku wyniku rzutu monetą? W dzisiejszej lekcji zajmiemy się pojęciem prawdopodobieństwa i jego znaczeniem we wnioskowaniu.

Twoje cele

- Poznasz różne znaczenia pojęcia prawdopodobieństwa.
- Nauczysz się wyróżniać i stosować prawdopodobieństwo w znaczeniu logicznym.
- Poćwiczysz badanie stopnia prawdopodobieństwa.
- Pofilozofujesz z Ciceronem i Hansem-Georgiem Gadamerem na temat podstaw naszych przekonań i postaw życiowych.

Animacja

Polecenie 1

Zanim zapoznasz się z animacją, zastanów się, w jaki sposób ocenić jakość przesłanek we wnioskowaniu zawodnym i niezawodnym. Zapisz swoje przemyślenia.

Trwa wczytywanie danych..

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DUWTSpXlF>

Źródło: Englishsquare.pl sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Nagranie filmowe lekcji pod tytułem *Prawdopodobieństwo w codziennej praktyce*.

Polecenie 2

Wyjaśnij własnymi słowami, dlaczego tak ważna w logice jest ocena stopnia prawdopodobieństwa przesłanek oraz wniosku.

Przeczytaj

Stopnie prawdopodobieństwa

Rozważ poniższe przypadki zdań:

1. *Jeśli spędzisz pod wodą trzy minuty bez tlenu, to umrzesz z niedotlenienia.*
2. $2 + 2 = 4$
3. *W tym roku w maju w Warszawie spadnie śnieg.*
4. *Mam nieusprawiedliwioną nieobecność na sprawdzianie z fizyki, zatem pewnie dostanę ocenę niedostateczną ze sprawdzianu.*
5. *Żaden człowiek nie przeżyje pod wodą bez dostępu do tlenu dłużej niż trzy minuty.*

Czy te zdania są w równym stopniu prawdopodobne? Na pewno nie, prawda? Czy jesteś w stanie ułożyć od najbardziej do najmniej prawdopodobnego? Jedno z nich jest pewne, to znaczy, że ma wartość logiczną 1 (zdanie nr 2). Jedno z nich jest nieprawdziwe, to znaczy, że ma wartość logiczną 0 (zdanie nr 5), czyli jest całkowicie nieprawdopodobne. Jednak wszystkie pozostałe zdania w skali wartości logicznej wahają się gdzieś między 0,0001 a 0,9999. Od czego zależy, gdzie je umieścimy? Na pewno od stanu naszej wiedzy.

Prawdopodobieństwo a wiedza o świecie

Być może dziwi fakt, że zdanie nr 5 zostało uznane za fałszywe. Jest tak dlatego, że zanim je zapisałem sprawdziłem, jaki jest aktualny rekord przebywania pod wodą bez tlenu. Okazało się, że został on ustanowiony w roku 2016 na poziomie ponad 24 minut. Właśnie ten fakt rozstrzyga o nieprawdziwości omawianego zdania. To nie zmienia postaci rzeczy, że bardzo duża część ludzkiej populacji nie wytrzymałaby pod wodą bez tlenu dłużej niż 3 minuty, co sprawia, że zdanie nr 1 jest bardzo prawdopodobne (badania statystyczne wykazują, że przeciętny człowiek (a więc powiedzmy 98% populacji) jest w stanie wstrzymać powietrze przez 30–90 sekund). W stosunku do tego faktu opad śniegu w Warszawie w maju wydaje się jednak bardziej prawdopodobny – wiemy to na podstawie danych pogodowych z poprzednich lat. Moglibyśmy też sprawdzić odpowiednie statystyki, żeby lepiej oszacować to prawdopodobieństwo, ale przyjmijmy, iż mógłby to być stosunek 3:10. Należy podkreślić, że i w tym wypadku konieczna jest powszechna wiedza. Osobnym przypadkiem jest zdanie nr 4 – do ustalenia stopnia jego prawdopodobieństwa potrzebna jest już wiedza szczegółowa na temat sposobu oceniania danego nauczyciela. Wiedza ta mogłaby przyjąć postać przesłanek wspierających typu:

Przesłanka 1: *W przedmiotowym systemie oceniania nauczyciela X widnieje zapis, że nieusprawiedliwiona nieobecność na sprawdzianie skutkuje oceną niedostateczną z tego sprawdzianu.*

Przesłanka 2: *Nauczyciel X zawsze konsekwentnie stosuje zapisy swojego przedmiotowego systemu nauczania.*

Po uzupełnieniu wiedzy powyższymi przesłankami, zdanie nr 4 okazuje się bardzo prawdopodobne. Po raz kolejny widzimy więc, że stopień prawdopodobieństwa stwierdzenia zależy od faktycznego stanu wiedzy.

Zasada czterdziesta trzecia: Formułując wnioskowanie zawsze staraj się dobrać przesłanki możliwie najbardziej prawdopodobne z dostępnych.

Trzy znaczenia terminu „prawdopodobieństwo”

Określenia „prawdopodobieństwo”, czy „możliwość” używamy zazwyczaj w znaczeniu potocznym, czy naiwnym, nie uświadamiając sobie, że ma ono trzy istotnie różne zastosowania. Wyróżniamy więc trzy znaczenia prawdopodobieństwa:

- W znaczeniu logicznym – jako strategia oceniania stopnia prawdopodobieństwa przesłanek i wniosków rozumowania.
- W znaczeniu rachunku prawdopodobieństwa – jako wyliczalna liczbowo częstotliwość występowania określanego zdarzenia.
- W znaczeniu psychologicznym – jako stopień subiektywnego poczucia pewności, że jakieś stwierdzenie, przesłanka lub wniosek rozumowania, jest prawdziwe.

Używając pojęcia prawdopodobieństwa, musimy najpierw ustalić, w jakim znaczeniu go używamy. Czy chodzi nam o wyrażenie naszego poczucia pewności, że jakieś stwierdzenie jest prawdą? Czy chodzi nam o wyrażane liczbowo wyliczone statystycznie prawdopodobieństwo wystąpienia jakiegoś zdarzenia? A może chodzi o logiczną ocenę prawdopodobieństwa prawdziwości naszego rozumowania? Przeanalizujmy następujące zdanie:

Jest mało prawdopodobne, że Jan będzie jutro wywołany do odpowiedzi na fizyce.

Jeśli autor tej wypowiedzi chce powiedzieć, że jest 5% szansy na wywołanie do odpowiedzi (co ustalił na podstawie faktu, że w klasie jest dwadzieścioro uczniów), to mamy do czynienia z teorią prawdopodobieństwa. Kwestią osobną jest, czy użycie w tej sytuacji teorii prawdopodobieństwa jest zasadne. Byłoby zasadne tylko wtedy, gdyby prawdą była uzupełniająca przesłanka: Nauczyciel fizyki zawsze wywołuje do odpowiedzi na podstawie losowania.

Jeśli autor wypowiedzi chce po prostu wyrazić swój stan subiektywnego przekonania, że prawdą jest, iż Jan raczej nie będzie wywołany do odpowiedzi, to mamy do czynienia

z prawdopodobieństwem w znaczeniu psychologicznym, bez względu na ile to przekonanie jest zasadne. Jeśli wreszcie autor wypowiedzi oszacował różne przesłanki prawdziwości tego stwierdzenia i na tej podstawie doszedł do wniosku, iż mało prawdopodobne jest, że Jan zostanie wywołany do odpowiedzi, mówimy wówczas o prawdopodobieństwie w sensie logicznym. Przesłanki, jakie mogą być brane pod uwagę to:

Jan był pytany na ostatniej lekcji. Nauczyciel prawie nigdy nie pyta danego ucznia dwa razy pod rząd. Jan ma dużo ocen, podczas gdy jest sporo uczniów ze znacznie mniejszą liczbą ocen. Nauczycielowi zależy, żeby uczniowie mieli mniej więcej tyle samo ocen.

Przesłanki te, poddane analizie pod kątem ich prawdopodobieństwa, stanowią logiczną podstawę oceny prawdopodobieństwa analizowanego stwierdzenia.

Definicja prawdopodobieństwa w sensie logicznym

Sprawy dotyczące naszego życia rzadko daje się ująć w ścisłych kategoriach teorii prawdopodobieństwa. W ocenie jakości rozumowania chodzi nam o sprawdzenie, czy słuszne jest uznanie prawdziwości wyniku wnioskowania. Z tego powodu w logice najbardziej interesujące jest prawdopodobieństwo w znaczeniu logicznym właśnie. Możemy je zdefiniować następująco: Prawdopodobieństwo w sensie logicznym jest oceną stopnia możliwości wystąpienia jakiegoś zdarzenia spośród wyodrębnionej klasy zjawisk. Ściślej rzecz ujmując prawdopodobieństwo jest efektem dwóch podstawowych zabiegów, czy analiz przeprowadzonych w wyobraźni:

b) wyodrębnienie wszystkich możliwych stwierdzeń w danej kategorii, które są w równym stopniu prawdopodobne, co badane stwierdzenie, ale się z nim wykluczają logicznie, a) ocena, na ile możliwe jest aby wydarzenie ujmowane przez to stwierdzenie mogło zajść.

Jeżeli przykładowo nauczyciel fizyki zawsze wywołuje do odpowiedzi tylko jednego ucznia, to na tej podstawie możemy wyodrębnić jedną klasę i na przykład dwie podklasy uczniów:

- a) wszyscy uczniowie,
- b) uczniowie z niewielką liczbą ocen (nie więcej niż z dwiema),
- c) uczniowie pytani na ostatnich dwóch lekcjach. Ocena prawdopodobieństwa, że Jan zostanie wywołany do odpowiedzi jest wypadkową zestawienia ze sobą tych trzech klas. Wszystkie możliwe stwierdzenia, o których była mowa wyżej, to na przykład:

Jan będzie wywołany do odpowiedzi.

Beata będzie wywołana do odpowiedzi.

Sebastian będzie wywołany do odpowiedzi. itd

Zatem pierwsza operacja polega na wyodrębnieniu wszystkich możliwych zdań na temat jakiegoś zdarzenia, druga zaś operacja to ocena stopnia prawdopodobieństwa, że właśnie to, a nie inne zdanie okaże się prawdziwe. W przypadku oceny prawdopodobieństwa

wniosku jakiegoś dowodzenia zasada powyższa przyjmuje postać następującą:

- a) ustalenie wszystkich możliwych zdań, które mogłyby okazać się prawdziwe, gdyby prawdziwe były przesłanki,
- b) ocena stopnia prawdopodobieństwa, że prawdziwy okaże się właśnie ten wniosek, a nie inny.

Kłopoty z prawdopodobieństwem

Pojęcia prawdopodobieństwa używamy w określonych przypadkach. Albo w odniesieniu do zdarzeń przyszłych, od przewidzenia których zależą nasze dzisiejsze decyzje (czy nauczyciel wstawi mi ocenę niedostateczną, jeśli nie pojawię się na sprawdzianie), albo w odniesieniu do zdarzeń, które już wprawdzie zaszły, ale o których nie wiemy (nie wiem, czy nauczyciel wstawił mi ocenę niedostateczną, bo nie zaglądałem do dziennika).

Każde logiczne wnioskowanie przy użyciu tej kategorii ma charakter [wnioskowania zawodnego](#), gdyż wniosek nigdy nie jest pewien, będąc jedynie prawdopodobnym (wyjątkiem jest sytuacja, kiedy prawdopodobieństwo wynosi 100%). Ponadto, zazwyczaj w życiu codziennym bardzo ciężko jest przeprowadzić zalecane tu wyżej operacje, ciężko jest uzyskać ścisłość. Jest tak z trzech kluczowych powodów:

- a) nie zawsze mamy pewność, czy właściwie wyodrębniliśmy klasy i podklasy możliwych zdarzeń,
- b) nie zawsze mamy pewność stopnia prawdopodobieństwa poszczególnych klas,
- c) nigdy nie mamy pewności, czy dysponujemy dostateczną wiedzą o możliwych zdarzeniach.



Przeanalizujmy klasyczny przykład z kostką do gry. Jeśli ktoś w naszej obecności rzuca kostką do gry, zakładamy w sposób naturalny, że prawdopodobieństwo wyniku 1, to $1/6$. Jest tak dlatego, że założyliśmy, iż jest to dobrze wyważona kostka. Co zatem w sytuacji, gdy dysponujemy dodatkową przesłanką, że ta kość na

przykład została wycofana z użytku z kasyna ze względu na wady fabryczne partii, której była częścią? Wtedy oczywiście nie możemy mieć pewności, czy wynik 1 jest istotnie prawdopodobny w podanym przez nas wyżej stopniu. Co, jeśli dowiadujemy się jednocześnie, że w ostatnich stu próbach dziewięćdziesiąt razy padł wynik 6 i proporcjonalnie po dwa razy pozostałe możliwe wyniki? Można metaforycznie powiedzieć, że życie gra zazwyczaj źle wyważonymi kośćmi do gry i wszelkie nasze oceny prawdopodobieństwa zdarzeń są narażone na nieścisłość. Mimo wszystko musimy je przeprowadzać, żeby podejmować racjonalne działania. Brak ścisłości nie oznacza bowiem całkowitej dowolności i przypadkowości.

Źródło: Pxhere, domena publiczna.

Zasada czterdziesta czwarta: opieraj się na ocenie prawdopodobieństwa, ale nie zakładaj, że możesz przedstawić ściśle jego oszacowanie.

Słownik

wnioskowanie niezawodne

wnioskowanie, w którym, jeśli jego przesłanki są prawdziwe, to wniosek nie może nie być prawdziwy

wnioskowanie zawodne

wnioskowanie, w którym, nawet jeśli wszystkie jego przesłanki są prawdziwe, to wniosek i tak może być nieprawdziwy, choć jeśli to wnioskowanie jest poprawnie skonstruowane, jest mało prawdopodobne, by wniosek był nieprawdziwy

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Wniosek we wnioskowaniu niezawodnym...

- ☐ nie może być nieprawdziwy, jeśli jego przesłanki są prawdziwe.
- ☐ jest fałszywy, jeśli przesłanki nie są pewne.
- ☐ jest prawdziwy nawet wtedy, gdy przesłanki są bardzo mało prawdopodobne.
- ☐ jest prawdziwy, nawet gdy przesłanki są tylko prawdopodobne.

Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Pojęcia prawdopodobieństwa używa się najczęściej w kontekście...

- ☐ prawdopodobieństwa logicznego.
- ☐ poczucia pewności.
- ☐ teorii prawdopodobieństwa.
- ☐ teorii względności.

Ćwiczenie 4



Zapoznaj się z poniższym rozumowaniem i oceń, w jakim znaczeniu użyto w nim terminu „prawdopodobieństwo”.

Jakoś dzisiaj łupie mnie w kościach. Wydaje mi się prawdopodobne, że jutro w Warszawie będzie padał śnieg, mimo że to już maj.

☐ w sensie religijnym

☐ w znaczeniu psychologicznym

☐ w sensie logicznym

☐ w sensie teorii prawdopodobieństwa

Ćwiczenie 5



Przekształć rozumowanie z poprzedniego ćwiczenia w takie, które zawiera w sobie prawdopodobieństwo w znaczeniu logicznym.

Ćwiczenie 6



Na podstawie powszechnej wiedzy, które z poniższych stwierdzeń jest twoim zdaniem bardziej prawdopodobne? Swoją odpowiedź uzasadnij:

Do końca miesiąca w ziemię uderzy kometa lub bardzo duża asteroida. W ciągu pięćdziesięciu lat ludzie będą żyli na Marsie.

Ćwiczenie 7



Czy zgodzisz się ze stanowiskiem Hansa-Georga Gadamera, że nauka nigdy nie daje pewności, a jedynie duże prawdopodobieństwo? Odpowiedź uzasadnij.

Ćwiczenie 8



Wypisz sześć ważnych dla ciebie stwierdzeń dotyczących zjawisk o różnym stopniu prawdopodobieństwa. Następnie ułóż je w hierarchii od najbardziej do najmniej prawdopodobnego. Zapamiętaj swój wybór. Przedstaw następnie swoje stwierdzenie kilku dowolnym osobom. Poproś, żeby i one ułożyły twoje stwierdzenia hierarchicznie. Czy wystąpiły różnice w waszych zadaniach? Podaj odpowiedź wraz z uzasadnieniem.

Dla nauczyciela

Autor: Tomasz Mazur

Przedmiot: Filozofia

Temat: Kurs logiki: lekcja 41. Prawdopodobieństwo we wnioskowaniu

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Zakres rozszerzony

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Kultura logiczna.

6. Uzasadnianie pośrednie: wnioskowanie (rozumowanie) niezawodne (oparte na wynikaniu logicznym lub definicyjnym) i zawodne, wybrane schematy (reguły) wnioskowań, klasyfikacja rozumowań (dowodzenie, wyjaśnianie, potwierdzanie, obalanie). Uczeń:

3) odtwarza schemat, na którym opiera się określone wnioskowanie;

4) zna i stosuje przykładowe schematy wnioskowań (modus ponendo ponens, modus tollendo tollens, modus tollendo ponens, sylogizm hipotetyczny, dylemat konstrukcyjny prosty i złożony);

5) z podanej listy wnioskowań wyodrębnia wnioskowania zawodne (niededukcyjne) i niezawodne (dedukcyjne) i wskazuje powody przypisania im odpowiednio zawodności lub niezawodności;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji.

Cele operacyjne. Uczeń:

- opisuje różne znaczenia pojęcia prawdopodobieństwa;
- wyróżnia i stosuje prawdopodobieństwo w znaczeniu logicznym;
- bada stopnia prawdopodobieństwa.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- ćwiczeń przedmiotowych;
- z użyciem komputera;
- dyskusja.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda;
- telefony z dostępem do internetu.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. Nauczyciel prosi połowę klasy o nieoglądanie żadnych portali informacyjnych przez kilka dni. Druga połowa klasy ma za zadanie oglądać je i notować najbardziej zaskakujące zdarzenia oraz informacje.

Faza wprowadzająca:

1. Podanie tematu i celu lekcji.
2. Nauczyciel upewnia się, czy uczniowie wywiązali się z zadania. Prosząc, by grupa poinformowanych nie zdradzała jeszcze tego, co wie, tym, którzy nie są poinformowani.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel dobiera uczniów w czteroosobowe grupy, ale w taki sposób, że w skład każdej grupy wchodzi po dwie osoby poinformowane i dwie niepoinformowane. Zadaniem poinformowanych jest krótkie naradzenie się ze sobą, a następnie przedstawienie dwóm niepoinformowanym osobom czterech informacji medialnych, z których dwie faktycznie miały miejsce, a dwie są przez nich wymyślane. Zadaniem niepoinformowanych jest wskazanie, które nie są wymyślonymi newsami.
2. Nauczyciel prosi kolejne grupy o zaprezentowanie wyników eksperymentu, a w szczególności podanie trafności, z jaką niepoinformowane osoby rozwiązywały zagadkę. Nauczyciel komentuje kolejne prezentacje, przechodząc do rozmowy

kierowanej, w czasie której wprowadza pojęcie prawdopodobieństwa, koncentrując się na pytaniu o to, skąd wiemy, że coś jest bardziej lub mniej prawdopodobne.

3. Uczniowie zapoznają się z treścią e-materiału. Nauczyciel komentuje najważniejsze punkty upewniając się, czy uczniowie dobrze je rozumieją.
4. Nauczyciel kontynuuje rozmowę kierowaną omawiając z uczniami strategię ustalania stopnia pewności, wybierania jako przesłanki stwierdzenia możliwie najbardziej prawdopodobnego, oraz odróżniania prawdopodobieństwa w sensie logicznym od innych rodzajów prawdopodobieństwa.
5. Koniec lekcji i praca domowa: zadaniem ucznia jest obejrzenie lub wysłuchanie bloku informacyjnego, wynotowanie co najmniej pięciu podanych w nim stwierdzeń, a następnie oceny ich stopnia prawdopodobieństwa.

Faza podsumowująca:

1. Nauczyciel ponownie wyświetla na tablicy temat lekcji zawarty w sekcji „Wprowadzenie” i inicjuje krótką rozmowę na temat kryteriów sukcesu. Czego się uczniowie nauczyli?

Praca domowa:

1. Uczniowie wykonują ćwiczenie nr 8 zawarte w sekcji „Sprawdź się”. Przygotowują uzasadnienia poprawnych odpowiedzi.

Materiały pomocnicze:

- Martens E., *Dydaktyka filozoficzna*, w: „Edukacja Filozoficzna” 6 (1988).
- Walczak P., *Metody aktywizujące w nauczaniu filozofii*, w: „Analiza i egzystencja” 10 (2009).

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania multimedium:

- Uczniowie mogą wykorzystać treść multimedium do stworzenia własnej prezentacji na temat prawdopodobieństwa we wnioskowaniu.