



Twierdzenie Pitagorasa

Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. Związki miarowe wynikające z twierdzenia Pitagorasa. Prezentacja multimedialna - twierdzenie Pitagorasa.

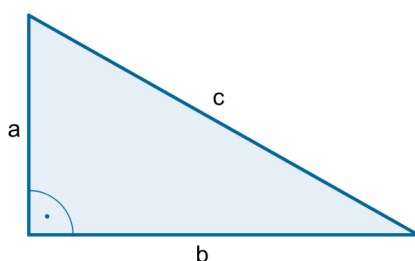
Twierdzenie Pitagorasa

Analizując treści zawarte w tym materiale, poznasz twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i niektóre zastosowania tych twierdzeń.

Twierdzenie: Pitagorasa

W trójkącie prostokątnym suma kwadratów długości przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości przeciwprostokątnej

$$a^2 + b^2 = c^2.$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

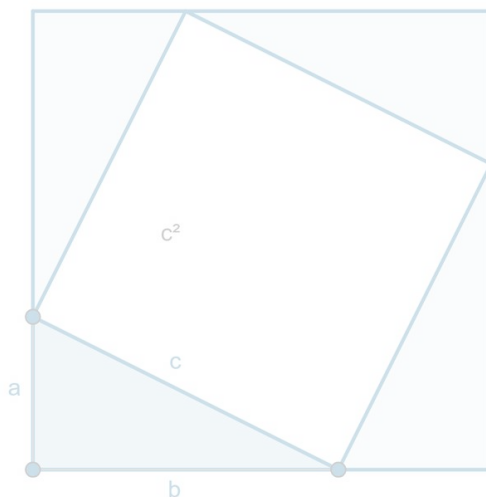
Dowód

Twierdzenie Pitagorasa

etap 2 z 6



Zbudujmy kwadrat o boku $a+b$,
jak na rysunku obok.
Pole białego kwadratu jest równe c^2 .



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P16rnUviM>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Prawdziwe jest też twierdzenie odwrotne do Twierdzenia Pitagorasa.

Twierdzenie: odwrotne do twierdzenia Pitagorasa

Jeżeli suma kwadratów długości dwóch boków trójkąta jest równa kwadratowi długości trzeciego boku, to trójkąt jest prostokątny.

Przykład 1

Sprawdź, czy trójkąt o bokach 9, 12 i 15 jest trójkątem prostokątnym.

Jeżeli trójkąt będzie prostokątny, to przeciwprostokątną będzie najdłuższy z boków.

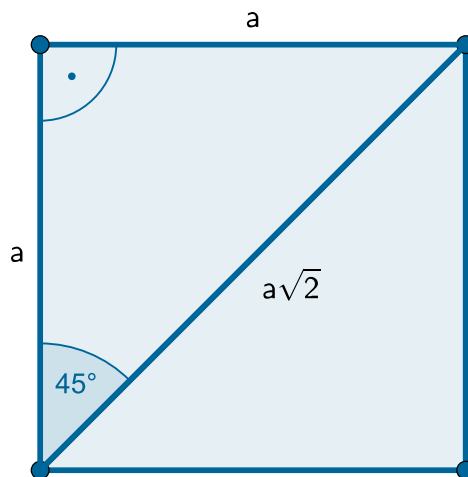
Obliczmy kwadraty długości boków.

$9^2 = 81$, $12^2 = 144$, $15^2 = 225$ i zauważmy, że

$$9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 = 15^2.$$

Zatem z twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa wynika, że ten trójkąt jest trójkątem prostokątnym.

Związki miarowe wynikające z twierdzenia Pitagorasa

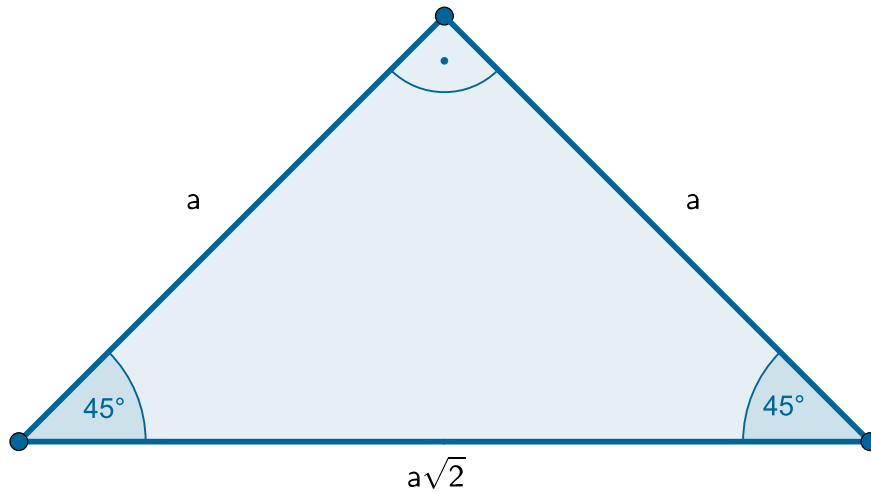


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przekątna w kwadracie o boku a ma długość

$$\sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}.$$

Zatem w trójkącie równoramiennym prostokątnym długości boków pozostają w zależności.



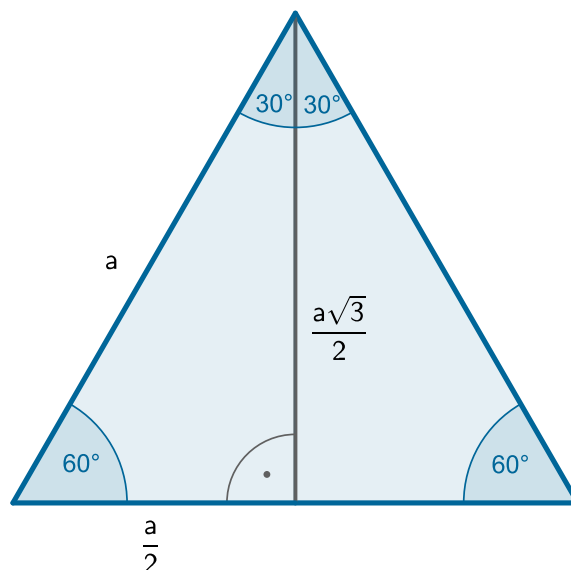
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Rozważmy teraz trójkąt równoboczny o boku a . Jego wysokość liczymy w następujący sposób

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

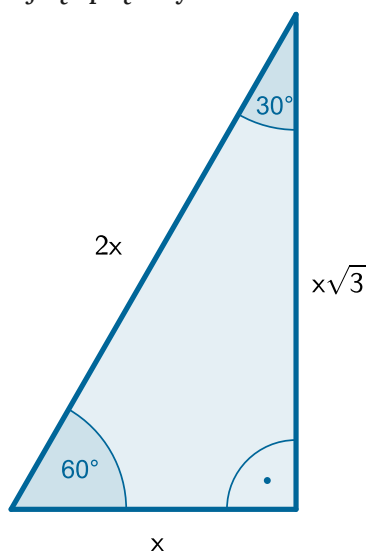
Pole trójkąta równobocznego o boku a jest więc równe

$$P = \frac{1}{2}a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Oznaczmy przez x najkrótszy z boków trójkąta prostokątnego, w którym kąty ostre mają miary 30° i 60° . Wtedy długości boków tego trójkąta są równe x , $2x$, $x\sqrt{3}$. O takim trójkącie mówi się czasami, że jest to „trójkąt piękny”.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.