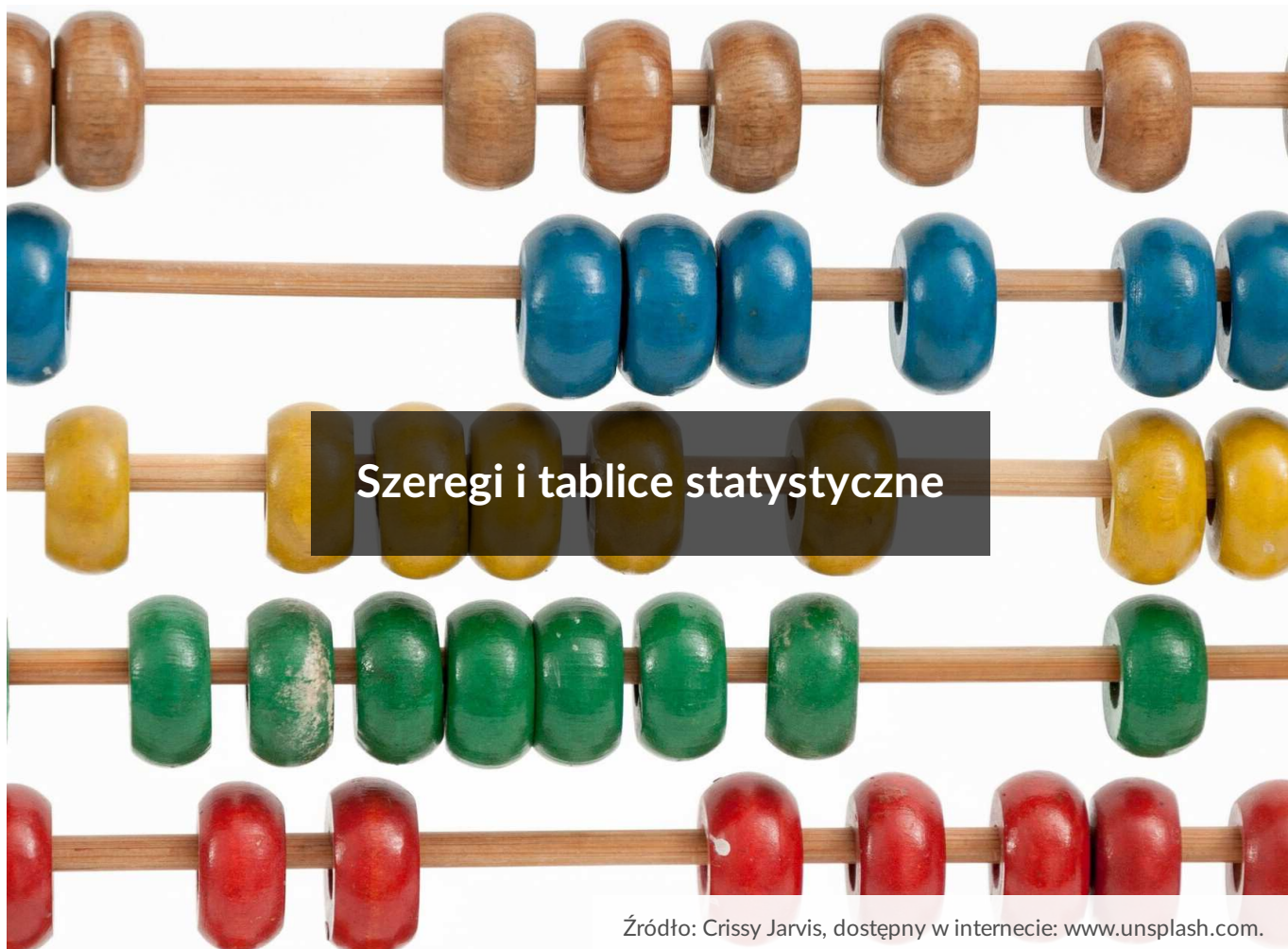


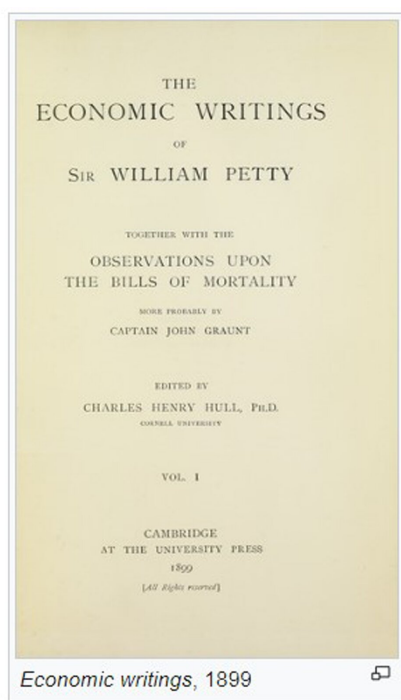


Szeregi i tablice statystyczne

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Infografika](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Źródło: Crissy Jarvis, dostępny w internecie: www.unsplash.com.



Economic writings, 1899

Economic writings, 1899

Źródło: dostępny w internecie:

https://pl.wikipedia.org/wiki/William_Petty.

Czy wiesz, że w dawnej Polsce badania statystyczne określane były mianem arytmetyki politycznej?

Arytmetyka polityczna to metoda badawcza stworzona przez siedemnastowiecznego ekonomistę i naczelnego lekarza armii angielskiej Williama Petty'ego. Jest to pierwsza ilościowa metoda wykorzystana do badania gospodarek krajów europejskich.

Jeśli zainteresowała cię problematyka związana ze statystyką, w tym materiale znajdziesz rozważania na temat zmiennych (cech statystycznych), szeregów i tablic statystycznych.

- Poznasz rodzaje szeregów statystycznych.
- Zbudujesz szereg statystyczny, korzystając z podanych danych.
- Odczytasz i zinterpretujesz dane zawarte w tablicy statystycznej.

Przeczytaj

Szeregi statystyczne

Definicja: Szereg statystyczny

Szeregiem statystycznym nazywamy ciąg wyników obserwacji (ciąg wartości zmiennej statystycznej) uporządkowany zwykle według określonego kryterium.

Przykład 1

Dziesięciu uczniów, zapytanych o liczbę rodzeństwa, dało następujące odpowiedzi: 0, 1, 1, 4, 2, 3, 1, 2, 2, 4.

Przedstawione dane są nieuporządkowane. Zapisano je w postaci **szeregu indywidualnego**.

Dane nieuporządkowane są mało czytelne i trudno z pojedynczych faktów wyciągnąć wnioski. Dlatego zgromadzone dane ustawiamy w ciąg rosnący (lub malejący). Otrzymujemy w ten sposób **szereg szczegółowy**.

Definicja: Szereg szczegółowy

Szereg szczegółowy to dane statystyczne uporządkowane tylko według wartości badanej cechy (zmiennej).

Przykład 2

Dane z Przykładu 1 przedstawiamy w postaci **szeregu statystycznego** szczegółowego wierszowego.

Liczba rodzeństwa	0	1	2	3	4
-------------------	---	---	---	---	---

W badaniach statystycznych zwykle zbiera się dużą liczbę informacji. Wtedy rozdziela się te informacje na wartości badanej cechy oraz odpowiadającej jej liczebności i zapisuje w postaci **szeregu rozdzielczego**.

Przykład 3

Szereg rozdzielczy zbudowany na podstawie danych z Przykładu 1.

Liczba rodzeństwa	Liczba osób
0	1
1	3
2	3

Liczba rodzeństwa	Liczba osób
3	1
4	2
Razem:	10

Szereg rozdzielczy z Przykładu 3 zbudowany jest z 5 klas (zmienna – liczba rodzeństwa – ma 5 różnych wariantów) i zwany jest **szeregiem rozdzielczym punktowym**, ponieważ wariant cechy zawiera tylko jedną wartość (liczbę rodzeństwa). Szeregi rozdzielcze punktowe tworzone są z reguły dla cechy mierzalnej skokowej.

Gdy wariantów zmiennej jest dużo, wykorzystuje się szeregi rozdzielcze o **przedziałach klasowych**.

Przykład 4

Szereg rozdzielczy o **przedziałach klasowych** zbudowany na podstawie danych z Przykładu 1.

Liczba rodzeństwa	Liczba osób
0 – 2	7
3 – 4	3
Razem:	10

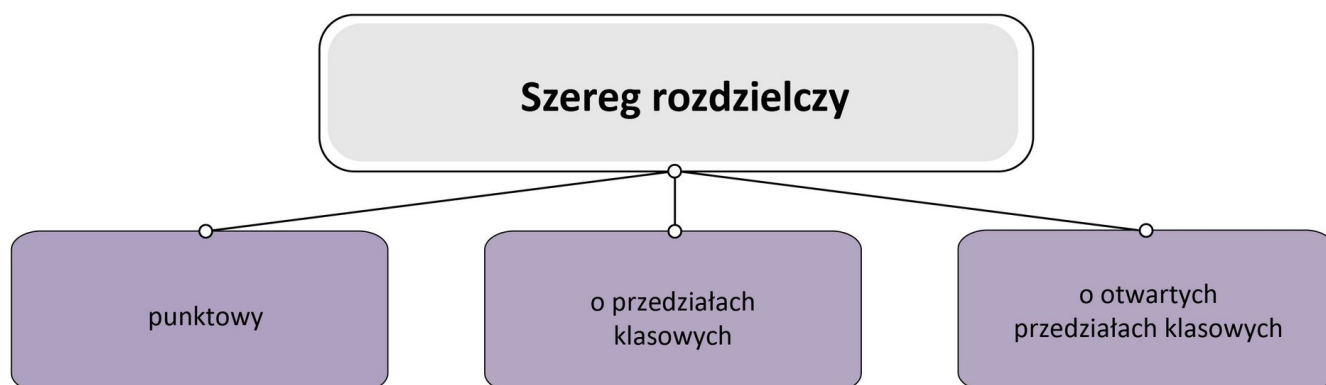
Rozpiętość przedziału klasowego: $2 - 0 = 2$.

Obszar zmienności cechy (różnica między największą, a najmniejszą wartością): $4 - 0 = 4$.

Przykład 5

Sprawdzono, ile godzin zajęć w tym miesiącu opuścili uczniowie klasy III C. Dane zebrano w postaci szeregu **rozdzielczego o otwartych przedziałach klasowych** (pierwszy i ostatni przedział to przedziały nieograniczone). Liczebność dla danego wariantu cechy została wyrażona w procentach.

Liczba godzin zajęć opuszczonych przez uczniów w badanym okresie	Liczba uczniów	Odsetek uczniów (w %)
Poniżej 10 godzin	9	45
$\langle 10, 20 \rangle$	6	30
$\langle 20, 30 \rangle$	4	20
30 i więcej godzin	1	5



Tablice statystyczne

Tablica statystyczna podaje liczbowy obraz struktury badanej zbiorowości. W tablicach statystycznych może być ujętych kilka cech statystycznych.

Przykład 6

Poniższa tablica statystyczna charakteryzuje liczbę uczniów klas III pewnego technikum ze względu na ogólną liczbę uczniów. Liczbę dziewcząt i chłopców w poszczególnych klasach.

Uczniowie klas III			
Klasa	Ogółem	Dziewczęta	Chłopcy
III A	20	6	14
III B	30	12	18
III C	26	3	23
Ogółem:	76	21	55

Liczbę określającą, ile razy dany wynik został osiągnięty, nazywamy **częstością wyniku**. **Względna częstość** danego wyniku to liczba, która określa wartość stosunku częstości danego wyniku do sumy częstości wyników.

Przykład 7

W tabelce poniżej zamieszczono dane na temat ocen z matematyki uzyskanych przez 20 uczniów klasy III D na koniec roku szkolnego. W przedostatnim wierszu określono częstość względną poszczególnych wyników. W ostatnim wierszu wyrażono częstość w procentach.

Ocena	Liczebność (częstość)	Częstość względna	Częstość (w %)
1	1	$\frac{1}{20}$	5
2	8	$\frac{8}{20}$	40

Ocena	Liczebność (częstość)	Częstość względna	Częstość (w %)
3	1	$\frac{1}{20}$	5
4	3	$\frac{3}{20}$	15
5	6	$\frac{6}{20}$	30
6	1	$\frac{1}{20}$	5

Słownik

szereg statystyczny

to ciąg wyników obserwacji (ciąg wartości zmiennej statystycznej) uporządkowany zwykle według określonego kryterium

Infografika

Polecenie 1

Przeanalizuj infografikę pokazującą przykłady szeregów statystycznych. Zaobserwuj różnice między szeregami. Określ, jakie dane zebrano, aby zbudować poszczególne szeregi.

Polecenie 2

Dziesięć uczennic zapytano, ile rozmów telefonicznych prowadzą dziennie. Uzyskano następujące informacje: 2, 10, 10, 16, 4, 5, 30, 3, 5, 10. Utwórz na podstawie powyższych informacji szereg szczegółowy.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Informacja do ćwiczeń 1, 2, 3, 4.

Zmierzono (z dokładnością do 1 cm) wzrost kilku uczniów pewnej klasy i otrzymano następujące wyniki: 160 cm, 178 cm, 184 cm, 176 cm, 164 cm, 164 cm, 184 cm, 176 cm, 182 cm, 176 cm, 160 cm.

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Zaznacz, każde prawdziwe stwierdzenie, odnoszące się do danych zapisanych w Informacji.

☐ Uczniowie o wzroście poniżej 177 cm stanowią ponad połowę badanych uczniów.

☐ Aż 6 uczniów ma wzrost powyżej 170 cm.

☐ Częstość względna wzrostu 164 cm jest równa $\frac{1}{5}$.

☐ Tylko 2% wszystkich uczniów stanowią uczniowie o wzroście 160 cm.

Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Przyporządkuj odpowiednią nazwę do opisu.

Ciąg wyników obserwacji uporządkowany według określonego kryterium.

Szereg statystyczny

Informacje zapisane po rozdzieleniu na wartości badanej cechy oraz odpowiadającej jej liczebności.

Szereg szczegółowy

Dane statystyczne uporządkowane tylko według wartości badanej cechy.

Szereg rozdzielczy o przedziałach klasowych

Szereg rozdzielczy utworzony dla kilku wariantów zmiennej.

Szereg rozdzielczy

Ćwiczenie 6



W tabelce zapisano dane uzyskane od uczniów, którym zadano pytanie: *Ile minut dziennie odrabiasz lekcje?*

Liczba minut	$\langle 0, 50 \rangle$	$(50, 100]$	$(100, 150]$	$(150, 200]$	$(200, 250]$
Liczba osób	2	10	8	9	1

Uzupełnij zdania, przeciągając w odpowiednie miejsca prawidłowe liczby.

Odpowiedzi uzyskano od uczniów.

Obszar zmienności badanej cechy jest równy: minut.

Rozpiętość przedziału klasowego wynosi: minut.

Ponad 150 minut odrabia lekcje uczniów.

50

60

200

250

10

100

240

20

30

Ćwiczenie 7



Aby ustalić liczbę klas, budując szereg z przedziałami klasowymi, można skorzystać ze wzoru:

$$k = \sqrt{N},$$

gdzie:

k – liczba klas,

N – liczebność badanej zbiorowości.

Wśród grupy uczniów zebrano informacje dotyczące otrzymywanego kieszonkowego (w zł). Uzyskano następujące dane: 584 zł, 326 zł, 800 zł, 250 zł, 620 zł, 950 zł, 688 zł, 420 zł, 835 zł, 460 zł, 500 zł, 830 zł, 490 zł, 510 zł, 338 zł, 400 zł.

Jaką liczbę klas można uzyskać, budując dla tych danych szereg z przedziałami klasowymi, według powyższej formuły? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ 4

☐ 8

☐ 2

☐ 16

Ćwiczenie 8



Wskaż poprawnie zbudowany szereg szczegółowy, w którym wykorzystano następujące dane na temat liczby ocen z matematyki uzyskanych w listopadzie przez kilku uczniów: 1, 5, 2, 7, 3, 1, 5, 5, 8.

Tabela A

Liczba ocen

1

5

2

7

3

1

5

5

8

Tabela B

Liczba ocen

8

5

5

1

3

7

2

8

5

Tabela C

Liczba ocen

1

1

2

3

5

5

5

7

8

Tabela D

Liczba ocen

1

2

3

5

7

8

Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ Tabela D

☐ Tabela C

☐ Tabela A

☐ Tabela B

Dla nauczyciela

Autor: Justyna Cybulska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Szeregi i tablice statystyczne

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Zakres podstawowy.

Uczeń:

- 3) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę;
- 4) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozpoznaje szeregi statystyczne szczegółowe, rozdzielcze punktowe, rozdzielcze o przedziałach klasowych
- buduje szeregi statystyczne według określonych kryteriów
- odczytuje i interpretuje dane zawarte w tablicach statystycznych
- wyznacza liczbę klas szeregu z przedziałami klasowymi

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- odwrócona lekcja
- sesja plakatowa

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z dostępem do Internetu w takiej liczbie, żeby każda grupa uczniów miała do dyspozycji komputer oraz każdy uczeń miał dostęp do komputera
- miarka krawiecka, kartony, mazaki

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Uczniowie w domu mieli zapoznać się z treściami zawartymi w sekcji „Przeczytaj” oraz w schemacie interaktywnym.

Zatem na początku zajęć wybrana przez nauczyciela osoba przypomina krótko co to jest szereg statystyczny, jakie są rodzaje takich szeregów i w jakich przypadkach najczęściej się je stosuje.

Drugi z wybranych uczniów przedstawia informacje na temat tabel statystycznych.

W ten sposób uczniowie systematyzują i uzupełniają wiadomości pozyskane w domu.

2. Uczniowie ustalają temat zajęć, kryteria sukcesu i narzędzia sprawdzenia stopnia osiągniętych celów.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w grupach. Efektem pracy grup ma być scharakteryzowanie uczniów danej klasy. Pierwsza grupa określa wzrost uczniów (za pomocą miarki krawieckiej), druga grupa ustala długość stopy uczniów (za pomocą linijki lub miarki krawieckiej), trzecia grupa określa kolor włosów, czwarta grupa – kolor oczu. Ponadto każda z grup bada dodatkowo jeszcze jedną, wybraną przez siebie cechę uczniów (np. liczbę rodzeństwa, ilość czasu poświęcaną dziennie na odrabianie lekcji, itp.).

Zebrane dane grupy muszą przedstawić graficznie (za pomocą szeregów statystycznych lub tabel), korzystając z pozyskanych w domu informacji.

2. Sesja plakatowa – grupy prezentują wytworzone przez siebie plakaty, łącząc je wspólnie w jeden plakat, na którym ujęta jest charakterystyka przeciętnego ucznia danej klasy.
3. Uczniowie indywidualnie wykonują zaproponowane ćwiczenia interaktywne 2, 3, 7.

Faza podsumowująca:

1. Nauczyciel prosi wybranych uczniów o przedstawienie najważniejszych elementów, jakie były omawiane w trakcie lekcji. Liderzy grup dzielą się swoimi spostrzeżeniami na temat pracy uczniów, ewentualnych trudności, pomysłów, itp.
2. Nauczyciel przekazuje swoje obserwacje, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, ocenia pracę grup.

Praca domowa:

W domu uczniowie mają wykonać ćwiczenia 1, 4, 5, 6, 8.

Materiały pomocnicze:

[Odczytywanie danych statystycznych](#)

[Przedstawianie danych statystycznych](#)

Wskazówki metodyczne:

Uczniowie na lekcji mogą samodzielnie stworzyć infografikę i porównać ją z zamieszczoną w materiale.