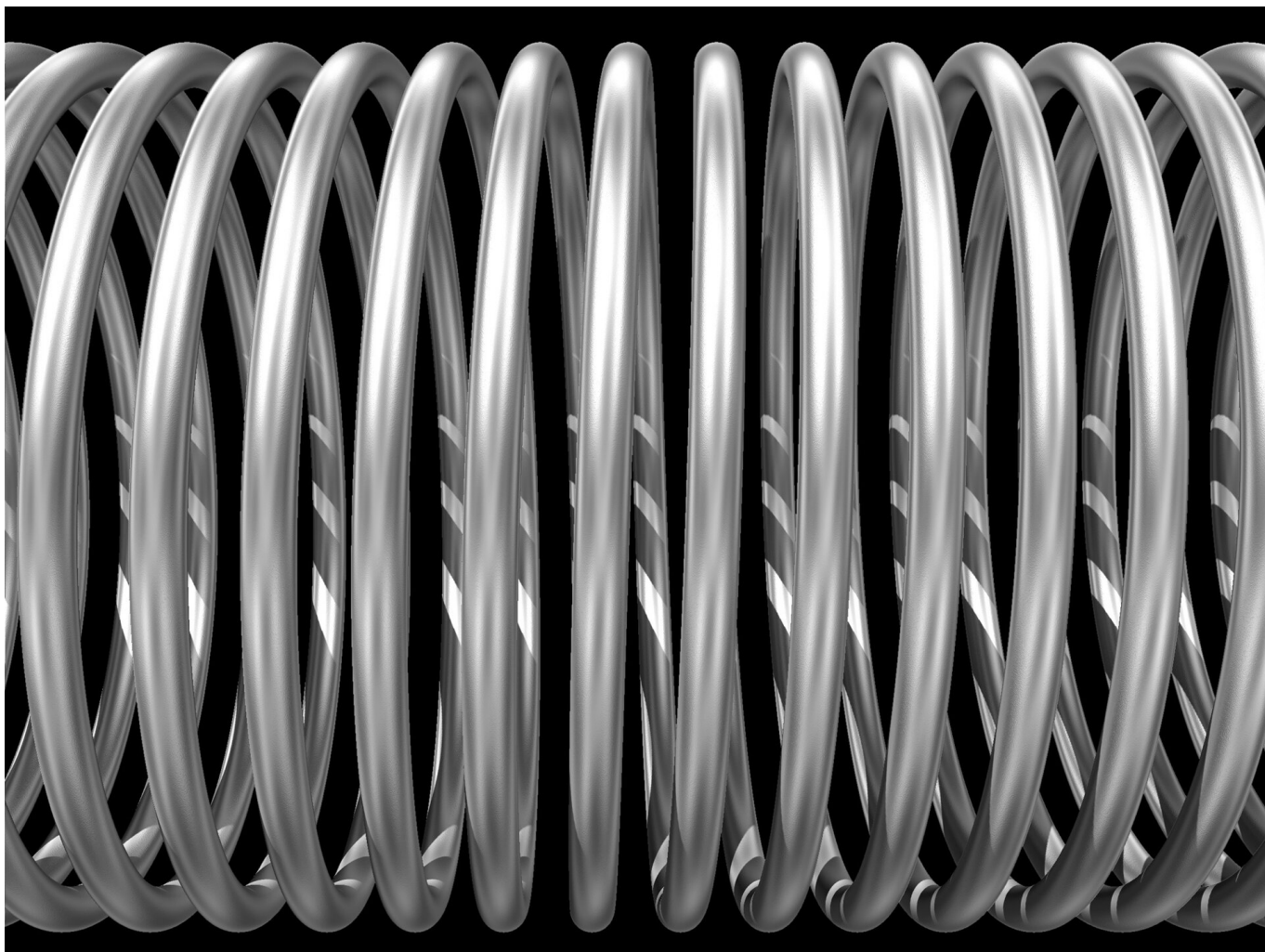
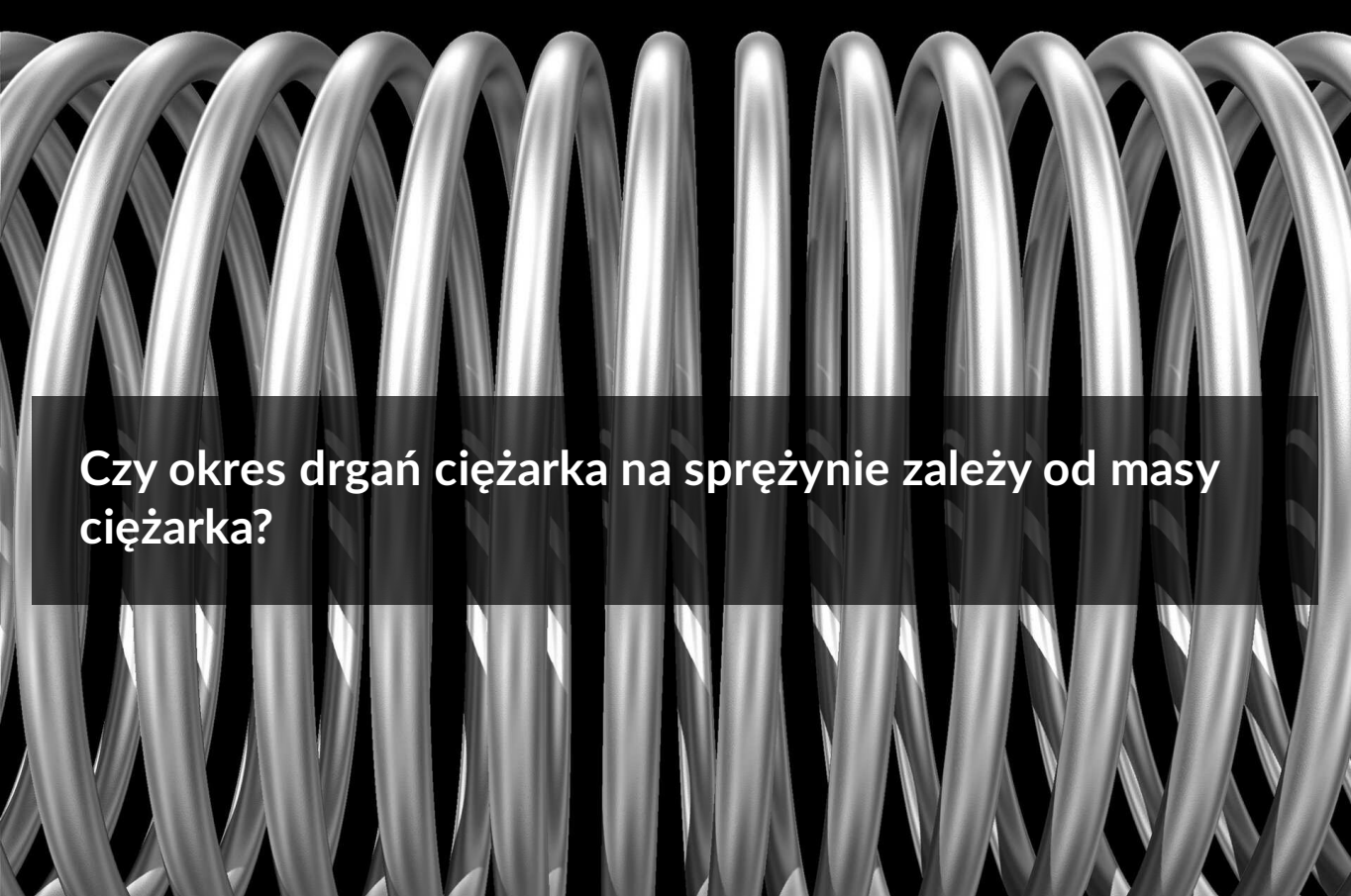




Czy okres drgań ciężarka na sprężynie zależy od masy ciężarka?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Wirtualne laboratorium WL-I](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Czy okres drgań ciężarka na sprężynie zależy od masy ciężarka?

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/illustrations/wiosna-cewka-spr%C4%99%C5%BCyna-%C5%9Brubowa-1084991/> [dostęp 26.05.2022].

Czy to nie ciekawe?

Ciężarek zawieszony na sprężynie może zostać wprowadzony w drgania. Co się stanie, gdy wymienimy go na cięższy? Czy okres drgań wzrośnie, zmaleje, czy pozostanie taki sam? Jaka dokładnie jest zależność okresu od masy ciężarka? Odpowiedzi na te pytania znajdziesz w tym e-materiale.



Film dostępny pod adresem [/preview/resource/R5bJQiT2w6aFP](#)

Rys. a. Ciężarek zawieszony na sprężynie i wprowadzony w drgania.

Źródło: Svjo <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Animated-mass-spring-faster.gif>, licencja: CC BY-SA 3.0.

Rys. a. Animacja pokazuje wahadło złożone ze srebrnej sprężyny w postaci pionowej spirali zamocowanej do mosiężnego ściętego stożka u góry i mosiężnego cylindrycznego ciężarka – drga w kierunku pionowym. Jest to przykład ruchu harmonicznego.

Twoje cele

- wyjaśnisz, jaka jest zależność okresu drgań ciężarka na sprężynie od masy ciężarka,
- wykonasz doświadczenie w wirtualnym laboratorium, na podstawie którego zweryfikujesz doświadczalnie przewidywaną teoretycznie zależność okresu drgań ciężarka na sprężynie od jego masy,
- rozwiążesz zadania dotyczące drgań ciężarka na sprężynie.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Od czego zależy okres drgań masy na sprężynie?

Niezależnie od tego, czy znajdujemy się w polu grawitacyjnym, czy nie, ciężarek zawieszony na sprężynie może zostać wprowadzony w drgania. **Okres** tych drgań, który wynika z teoretycznej analizy ruchu drgającego, dany jest wyrażeniem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} . \tag{1}$$

Współczynnik sprężystości sprężyny oznaczony jest symbolem k , zaś m to masa ciężarka. Z powyższego wzoru wynika, że okres drgań T powinien zależeć od dwóch parametrów układu drgającego: od masy m oraz od **współczynnika sprężystości** sprężyny k . Ta pierwsza zależność, $T(m)$, jest w tym e-materiale przedmiotem Twoich badań eksperymentalnych.

Wpływ masy ciężarka na okres drgań

Im większa jest masa ciężarka, tym dłuższy jest okres jego drgań. Dokładnie mówiąc, aby okres zwiększył się dwukrotnie, masa musi wzrosnąć czterokrotnie – to jest wniosek ze wzoru (1). Można to również przewidzieć intuicyjnie: większa masa ma większą bezwładność. Trudniej ją więc przyspieszyć i zahamować. Ciężarek o masie coraz większej osiąga zatem prędkości o coraz mniejszej wartości. Przemieszcza się on – średnio rzecz biorąc – coraz wolniej, co interpretujemy jako wzrost okresu drgań.

Wpływ współczynnika sprężystości na okres drgań

Z kolei wzrost współczynnika k powoduje, że okres zmniejsza się. Wiemy (porównaj e-materiał „O czym mówi współczynnik sprężystości i jaka jest jego jednostka?”), że im większy współczynnik k , tym bardziej „sztywna” i trudna do rozciągnięcia jest sprężyna. Np. sprężyna amortyzatora samochodowego (Rys. 1.) ma znacznie większy współczynnik sprężystości niż sprężyna „slinky” do zabawy (Rys. 2.).



Rys. 1. Amortyzator. [Wikipedia, Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported]

Źródło: Avsar Aras, dostępny w internecie: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mini_Shocks.JPG [dostęp 16.04.2023], licencja: CC BY-SA 3.0.



Rys. 2. Zabawka sprężynowa "Slinky".

Źródło: Roger McLassus, dostępny w internecie: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2006-02-04_Metal_spiral.jpg [dostęp 16.04.2023], licencja: CC BY-SA 3.0.

Większą siłą działa na ciężarek sprężyna, która ma większy współczynnik sprężystości. Intuicja podpowiada, że ciężarek pod jej wpływem prędzej przyspieszy oraz prędzej zostanie wyhamowany, osiągając – średnio rzecz biorąc – prędkości o wartości większej. To zaś wywołuje szybsze tempo drgań i odpowiednio mniejszy ich okres.

Wykres zależności okresu drgań od masy

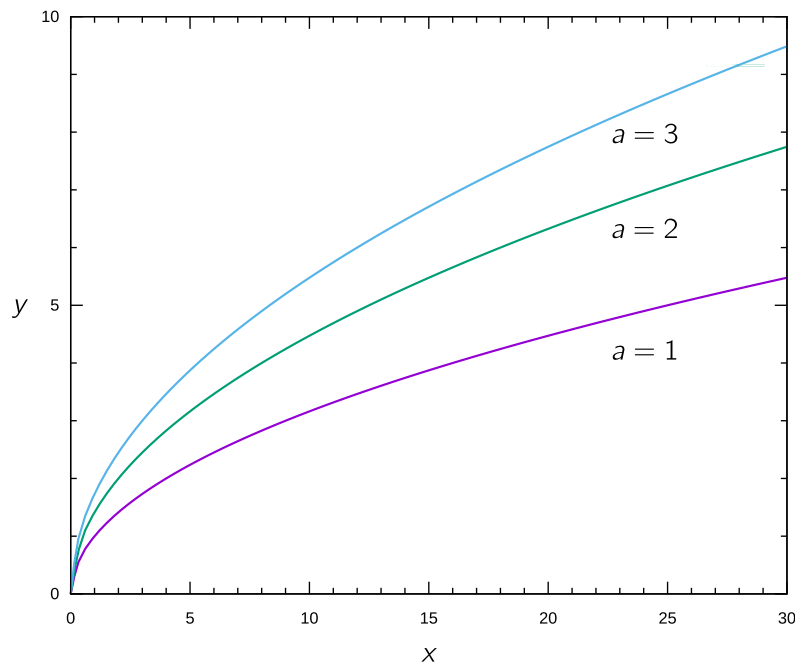
Zastanówmy się teraz, jak powinien wyglądać wykres zależności okresu T od masy m ciężarka, $T(m)$. Można przyjąć, że podczas drgań ciężarka współczynnik sprężystości sprężyny nie ulega zmianie. To przybliżenie jest tym dokładniejsze, im mniejsza jest amplituda drgań. Zapiszmy wyrażenie (1) w postaci zależności funkcyjnej:

$$T(m) = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{k} \cdot m} = \sqrt{a \cdot m}.$$

(2)

Wykres funkcji $y(x) = \sqrt{ax}$

W równaniu tej zależności rozpoznajemy kwadratowy pierwiastek z masy m , która jest argumentem funkcji (inaczej: zmienną niezależną), pomnożonej przez stały czynnik $a = \sqrt{\frac{4\pi^2}{k}}$. Trzy wykresy funkcji $y(x) = \sqrt{ax}$, dla różnych wartości parametru a , pokazuje Rys. 3. W każdym z wykresów wartość a jest stała.



Rys. 3. Wykres funkcji $y(x) = \sqrt{ax}$ dla trzech różnych wartości współczynnika a .

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Taki wykres możesz sporządzić we własnym zakresie. Zaczynij od tabeli wartości funkcji dla różnych jej argumentów - utworzysz ją za pomocą kalkulatora bądź w arkuszu kalkulacyjnym. W każdym przypadku należy wybrać wartość współczynnika a oraz określić dziedzinę dla zmiennej x .

Łatwo zauważyć, że im większa jest wartość współczynnika a , tym większe wartości przybiera funkcja dla ustalonego x . Zwróć też uwagę na inną, ciekawszą cechę tej funkcji: w pobliżu $x = 0$ wykresy są najbardziej strome. W tym obszarze zadanej zmiany argumentu x odpowiadają największe zmiany wartości y .

Wzorcowy wykres zależności $T(m)$

Celem eksperymentu jest zbadanie, czy okres drgań masy na sprężynce zależy od wartości tej masy. Należy więc zmierzyć okres drgań różnych znanych mas, zaczepionych na tej samej sprężynie. Jednym ze sposobów opracowania i analizy wyników jest naniesienie wyników pomiarów na wzorcowy wykres zależności $T(m)$. Wykres ten przygotujesz zgodnie z przewidywaniami teoretycznymi, czyli z zależnością (2).

Zasady konstrukcji tabeli oraz samego wykresu są nieco bardziej skomplikowane niż w przypadku zależności funkcyjnej w matematyce. Jest to związane z tym, że zmienne oraz parametry, którymi operujemy w fizyce, są na ogół wielkościami mianowanymi.

1. Musisz znać wartość współczynnika sprężystości użytej sprężyny. Przyjmijmy przykładową wartość $k = 4 \text{ N/m}$. Wtedy współczynnik, mnożący pod pierwiastkiem masę m , ma wartość

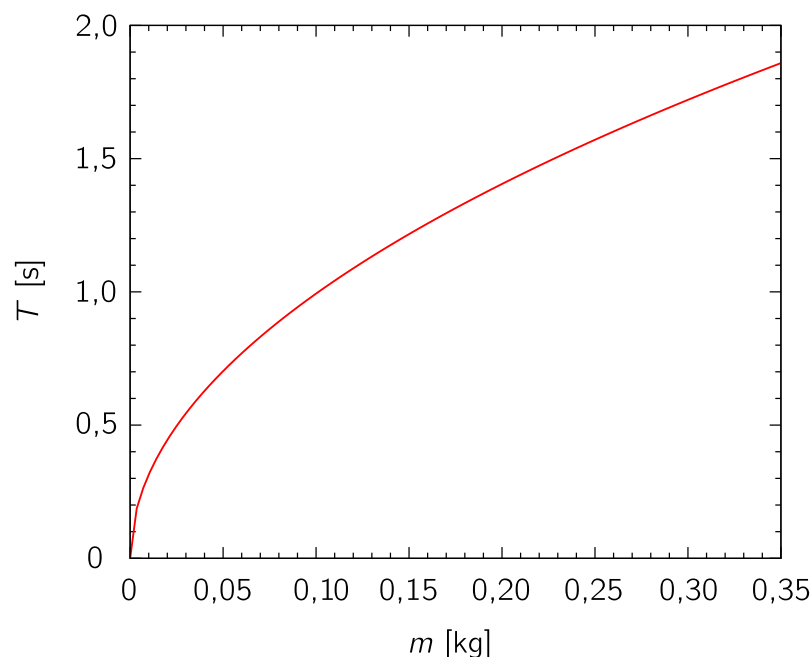
$$a = \frac{4\pi^2}{k} \approx \frac{39,478}{4 \text{ N/m}} = 9,8695 \text{ s}^2/\text{kg}.$$

Zaokrąglenie do pięciu cyfr znaczących powinno być wystarczające wobec niepewności pomiarowej, występującej w typowym szkolnym doświadczeniu. Gdyby jednak okazało się, że Twoje wyniki są znane z dokładnością lepszą, należałoby ponownie wykonać obliczenia, z odpowiednio dobraną liczbą cyfr znaczących.

2. Musisz dopasować dziedzinę zmienności m do warunków swojego eksperymentu. Przyjmijmy, że na sprężynie zamierzasz wieszać odważniki o masach od 50 g do 300 g. Dobrym rozwiązaniem będzie wtedy wybór dziedziny dla masy $m \in [0; 350 \text{ g}]$.

Zwróć przy tym uwagę, że do wyrażenia (2) musisz wstawiać masy wyrażone w kilogramach! Uzyskasz wtedy wykres pokazany na Rys. 4.

3. Musisz wykonać tabelę wartości funkcji (2) z parametrem obliczonym w punkcie (1). Na jej podstawie narysujesz wykres tej funkcji (Rys. 4).



Rys. 4. Wykres zależności okresu T drgań ciężarka na sprężynie od jego masy m . Współczynnik sprężystości sprężyny $k = 4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Przebieg i opracowanie eksperymentu

Wiemy już więc, jaka jest przewidywana teoretycznie zależność okresu drgań ciężarka na sprężynie od jego masy. Teraz przydałoby się zweryfikować to przewidywanie poprzez eksperyment!

W tym celu można zaplanować i wykonać doświadczenie.

1. Zawieszamy na statywie sprężynę o znanym współczynniku sprężystości.
2. Przygotowujemy kilka ciężarków o różnych masach, których wartości znamy.
3. Wieszamy kolejne ciężarki, każdy z osobna, na sprężynie.
4. Każdy ciężarek wprawiamy w drgania o możliwie niewielkiej amplitudzie i stoperem mierzymy okres tych drgań.
5. Wyniki pomiarów umieszczamy – w postaci punktów z odcinkami niepewności pomiaru – na uprzednio przygotowanym wykresie wzorcowym.
6. Jeśli punkty układają się w pobliżu przewidzianej teoretycznie krzywej, oznacza to, że zgadza się ona z doświadczeniem.

Ważne!

Aby ściśle sprawdzić zgodność przewidywania teoretycznego z doświadczeniem, na punkty pomiarowe należy jeszcze nanieść odcinki niepewności (zob. e-materiały „*Jak prawidłowo konstruować wykresy?*” oraz „*Przedstawianie niepewności pomiarowych w formie graficznej*”).

Nie jest bowiem istotne, by wszystkie punkty pomiarowe leżały dokładnie na wzorcowej krzywej $T(m)$. Wystarczy, że przecina ona odcinki ich niepewności. Mamy wtedy prawo wnioskować, że wynik doświadczenia jest zgodny z zależnością teoretyczną.

Jeśli jest inaczej, należy zastanowić się, czy mamy do czynienia z tzw. grubym błędem pomiarowym (zob. e-materiał „*Błąd przypadkowy, błąd systematyczny*”). Byłoby to tym bardziej prawdopodobne, im więcej jest takich „niepasujących” punktów. Pojawiają się różne hipotezy na temat źródła tego błędu. Oto niektóre z nich:

- Może niepoprawnie oszacowaliśmy niepewności pomiarowe?
- Istotna jest też wartość współczynnika k , pełniąca w tym eksperymencie rolę wzorca – na jej podstawie powstał przecież wzorcowy wykres. A co, jeśli przyjęta wartość $k = 4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ różniła się zauważalnie od rzeczywistej wartości współczynnika sprężystości sprężyny wykorzystanej do pomiarów? By to sprawdzić, należałoby wykonać pomiar wartości k w oddzielnym doświadczeniu.
- Albo właśnie zaobserwowaliśmy jakiś ciekawy efekt fizyczny, którego nie braliśmy pod uwagę!

Słowniczek

okres drgań

(ang.: *period of oscillation*) – czas trwania jednego pełnego drgania.

współczynnik sprężystości

(ang.: *spring constant*) – właściwość sprężyny, wyrażana w N/m. Zgodnie z prawem Hooke'a jest to stosunek wartości siły sprężystości do wartości wydłużenia sprężyny, czyli $k = \frac{F}{x}$.

Wirtualne laboratorium WL-I

Czy okres drgań ciężarka na sprężynie zależy od jego masy?

W Wirtualnym laboratorium wykonasz pomiary, dzięki którym samodzielnie zweryfikujesz wyrażenie

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

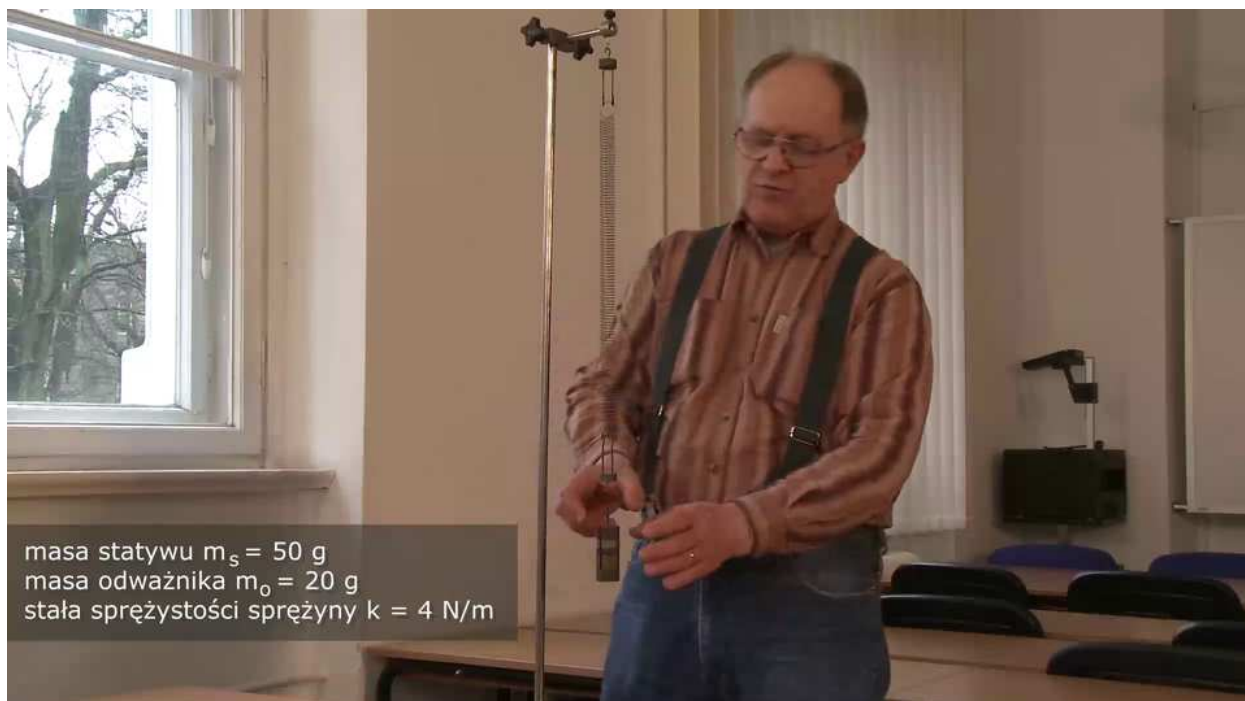
(1)

opisujące czas T trwania jednego okresu drgań ciężarka o masie m , umieszczonego na sprężynie o stałej sprężystości k .

Analiza wyników rzeczywistego doświadczenia

Zanim rozpoczniesz pracę w laboratorium wirtualnym, proponujemy Ci obejrzenie filmu nagranego podczas pomiarów w pracowni. Nauczyciel fizyki wykonuje pomiary czasu trwania 10 okresów drgań sprężyny o stałej sprężystości $k = 4 \text{ N/m}$, obciążonej ciężarkiem, którego masę można zmieniać. Na masę ciężarka składa się masa specjalnego statywu $m_s = 50 \text{ g}$ i obciążników o masie $m_o = 20 \text{ g}$ każdy. Obciążniki te można ze statywu zdejmować, zmniejszając w ten sposób masę całego układu.

Przyjmij, że wszystkie masy - statywu oraz odważników - zostały określone z dokładnością do 0,01 g. Są one więc znane z dokładnością lepszą niż 0,1%. Uwzględnij to w swojej analizie.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/ReQlGTnRsc03R>

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Zapoznaj się z audiodeskrypcją filmu.

Polecenie 1

1.1 Oglądając film, sporządź tabelkę wyników prowadzonych w nim pomiarów.

m [kg]	t [s]	$T = \frac{t}{10}$ [s]
0,05		
0,07		
0,09		
0,11		
0,13		
0,15		
0,17		

1.2 Przygotuj wzorcowy wykres zależności okresu drgań od masy zgodny z wyrażeniem (1). Wykorzystaj do tego arkusz kalkulacyjny lub kalkulator.

Ustal dziedzinę masy w taki sposób, by na wykresie widoczne były wszystkie pomiary z filmu.

1.3 Nanieś wyniki pomiarów na przygotowany wykres.

1.4 Podaj argumenty przemawiające za faktem, iż:

- a) okres drgań T masy na sprężynie zależy od tej masy;
- b) zależność $T(m)$ jest rosnąca;
- c) wyniki pomiarów są zgodne z wyrażeniem (1).

Analiza wyników doświadczenia w Wirtualnym laboratorium

Uruchom Wirtualne laboratorium i sprawdź, w nieco innych warunkach, w jaki sposób czas trwania pojedynczego okresu drgań masy na sprężynie zależy od tej masy.

Zacznij od przeprowadzenia analizy graficznej, proponowanej w ramach Doświadczenia 1. Następnie przedstaw wyniki tych samych pomiarów na inaczej zorganizowanym wykresie – postępowanie to jest opisane w Doświadczeniu 2.

Doświadczenie 1

Graficzna analiza zależności okresu drgań od masy

Problem badawczy

Celem eksperymentu jest graficzne zbadanie zależności okresu drgań T masy na sprężynie od wartości tej masy m .

Hipoteza

Punkty pomiarowe pasują do wzorcowego wykresu badanej zależności, przygotowanego na podstawie informacji o właściwościach badanego układu.

Co będzie potrzebne

Wykorzystaj wyposażenie Wirtualnego laboratorium.

Ćwiczenie 1

Porównaj wyposażenie Wirtualnego laboratorium z wyposażeniem stanowiska pomiarowego laboratorium pokazanego w filmie.

Uzupełnij notatkę o podobieństwach i różnicach w wyposażeniu tych laboratoriów.

1. a) Procedura określania masy zawieszanej na sprężynie:

jest w obu laboratoriach praktycznie jednakowa ☐

jest w obu laboratoriach zdecydowanie różna ☐ .

b) Na uzyskanie większej liczby punktów pomiarowych pozwala wyposażenie:

laboratorium pokazanego w filmie ☐

laboratorium wirtualnego ☐ .

c) Na przeprowadzenie badania w szerszym zakresie mas pozwala wyposażenie:

laboratorium pokazanego w filmie ☐

laboratorium wirtualnego ☐ .

2. Elektroniczny stoper ma rozdzielczość:

jednakową w obu laboratoriach i równą 100 ms ☐

jednakową w obu laboratoriach i równą 10 ms ☐

równą 10 ms w laboratorium w filmie zaś 100 ms w wirtualnym ☐

równą 100 ms w laboratorium w filmie zaś 10 ms w wirtualnym ☐

3. Udział człowieka i jego wpływ na niepewność pomiaru (chodzi o tzw. czynnik ludzki)

a) w nastawieniu masy jest:

pomijalny w obu laboratoriach ☐

niepomijalny i porównywalny w obu laboratoriach ☐

pomijalny tylko w laboratorium w filmie ☐

pomijalny tylko w laboratorium wirtualnym ☐ .

b) w pomiarze okresu drgań jest:

porównywalny w obu laboratoriach ☐

istotniejszy w laboratorium w filmie ☐

istotniejszy w laboratorium wirtualnym ☐ .

Ćwiczenie 2

Nie ma wątpliwości, że rozstrzygnięcie hipotezy jest tym bardziej wiarygodne, im więcej wykonasz pomiarów, oraz, niezależnie od tego, im szerszy zakres mas przebadasz. Zaproponuj taką modyfikację wyposażenia Wirtualnego laboratorium, by możliwe było za jego pomocą wykonanie co najmniej siedmiu pomiarów dla różnych wartości masy (jak w laboratorium z filmu).

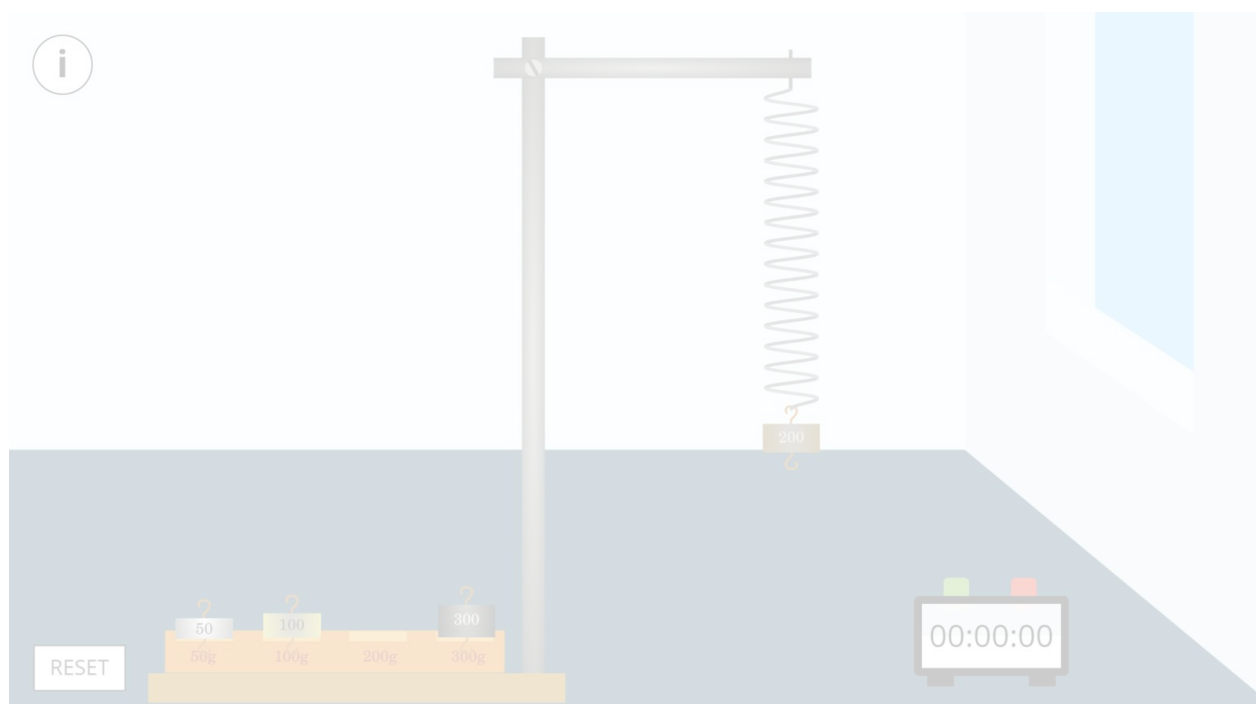
Zapisz swoją propozycję w Dzienniku pomiarów.

Instrukcja

Postępuj zgodnie z instrukcją zaproponowaną w Laboratorium.

Polecenie 2

- Wybierz wartość n - liczby pełnych okresów drgań układu, po których zatrzymasz stoper i odczytasz czas t .
- Przeprowadź pomiar okresu drgań T dla czterech wartości masy m , dostępnych w laboratorium.
- Wyniki wpisz do Tabeli pomiarów.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D12Ft5tjV>

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Drgania masy na sprężynie

Zależność okresu drgań od masy

Dziennik pomiarów

Data: DD-MM-RRRF

Analiza graficzna zależności $T\left(\frac{m}{m_0}\right)$

$n =$ $m_0 =$

Tabela wyników

Lp.	m [kg]	$\frac{m}{m_0}$	t [s]	$u(t)$ [s]	$T = \frac{t}{n}$ [s]	$u(T)$ [s]
1	0,05					
2	0,1					
3	0,2					
4	0,3					

Argumentacja, analiza wykresu, rozstrzygnięcie hipotezy, konkluzje, pomysł
alternatywnego wyposażenia

Podsumowanie

Polecenie 3

a) Niepewność $u(m)$

Przyjmij, że - podobnie jak w pracowni - masy odważników w Wirtualnym laboratorium zostały określone z dokładnością do 0,01 g. Są one więc znane z dokładnością lepszą niż 0,1%. Zapisz to w Tabeli i uwzględnij w swojej analizie.

b) Niepewność $u(T)$

Przeanalizuj zaproponowaną w instrukcji propozycję określenia niepewności standardowej $u(t)$ pomiaru czasu trwania n okresów drgań układu. Jeśli zgadzasz się z przedstawioną tam oceną, uzupełnij kolumny $u(t)$ oraz $u(T)$ w Tabeli zgodnie z tą propozycją.

W przeciwnym razie oszacuj tę niepewność zgodnie z własną wiedzą i doświadczeniem, a odpowiednie kolumny uzupełnij zgodnie z dokonaną oceną. Swoje rozumowanie przedstaw w Dzienniku pomiarów.

c) Wykres wzorcowy $T(m)$ i parametr m_0

Sporządź, dla potrzeb swojej analizy, wykres wzorcowej zależności w postaci $T(\frac{m}{m_0})$. W tym celu przekształć wyrażenie (1) do postaci:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_0}{k} \cdot \frac{m}{m_0}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_0}{k}} \cdot \sqrt{\frac{m}{m_0}}. \quad (2)$$

Dzięki takiemu wprowadzeniu parametru m_0 możesz przedstawić wzorcową zależność w postaci iloczynu dwóch czynników. Pierwszy, $2\pi\sqrt{\frac{m_0}{k}}$, jest stały i ma wymiar czasu, tak jak okres drgań. Drugi, $\sqrt{\frac{m}{m_0}}$, jest bezwymiarowym czynnikiem zmiennym, opisującym możliwe wartości masy układu w postaci wielokrotności m_0 . Iloraz $\frac{m}{m_0}$ jest zmienną niezależną wzorcowego wykresu.

Ile wynosi m_0 ? Możesz wybrać dowolną wartość tego parametru, byle dodatnią. Typowym postępowaniem jest wybór wartości powiązanej z masami występującymi w eksperymencie. Tutaj oczywistym pomysłem jest $m_0 = 50 \text{ g} = 0,05 \text{ kg}$ - jest to najmniejsza masa dostępna w Wirtualnym

laboratorium. Jeśli jednak wybierzesz inną wartość, to z nią przeprowadź wszystkie obliczenia.

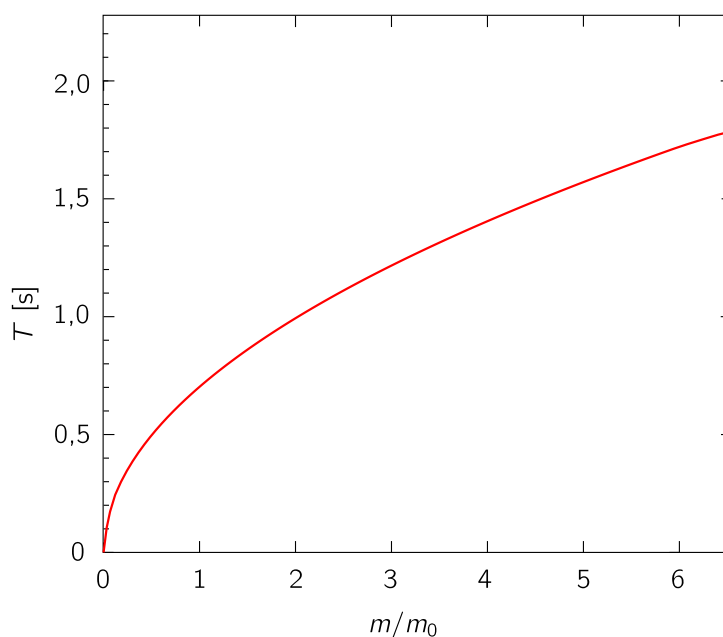
Zweryfikuj przybliżoną wartość stałego współczynnika w tym wyrażeniu, korzystając z podanych wartości współczynnika sprężystości sprężyny oraz parametru:

$$2\pi\sqrt{\frac{m_0}{k}} \approx 0,7024815 \text{ s}.$$

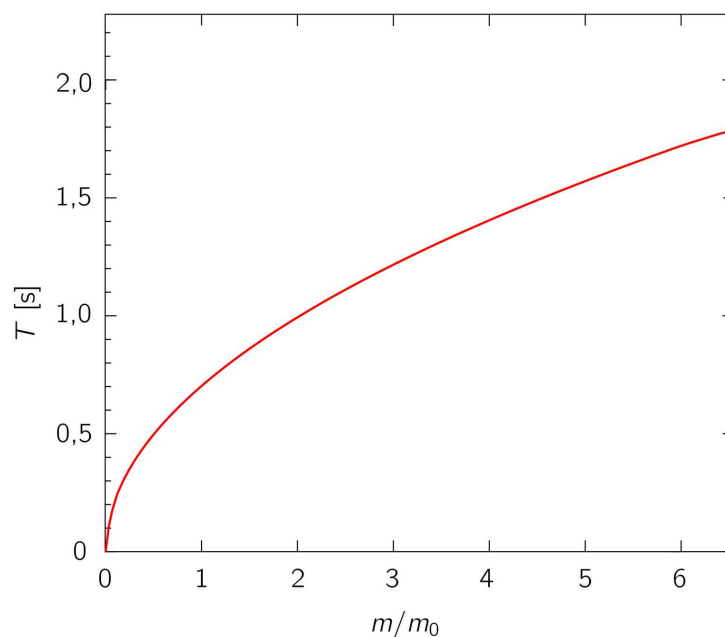
Dla potrzeb swoich obliczeń zaokrąglij tę wartość do minimalnej liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności Twoich pomiarów okresu drgań T . Zapisz swoje zaokrąglenie, wraz z krótkim uzasadnieniem, w Dzienniku pomiarów.

Alternatywnie możesz pobrać jeden z wzorcowych wykresów i odpowiednio go uzupełnić w dowolnym programie graficznym. Zostały one sporządzone zgodnie z opisanymi tutaj zasadami.

Wykres wzorcowy $T\left(\frac{m}{m_0}\right)$ (format svg)



Wykres wzorcowy $T\left(\frac{m}{m_0}\right)$ (format jpg)



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

d) Punkty pomiarowe na wykresie $T(\frac{m}{m_0})$

Nanieś punkty pomiarowe na wzorcowy wykres. Przypomnij sobie, w razie potrzeby, procedurę opisaną w e-materiale „*Przedstawianie niepewności pomiarowych w formie graficznej*”.

Rozważ celowość naniesienia, dla każdego punktu, odcinków niepewności pomiaru okresu drgań. Zapisz swoją decyzję wraz z krótkim uzasadnieniem, w Dzienniku pomiarów.

e) Analiza i wnioski

Na podstawie analizy położenia punktów pomiarowych rozstrzygnij hipotezę badawczą. Swoją argumentację zapisz w Dzienniku pomiarów.

Doświadczenie 2

Graficzna analiza zależności kwadratu okresu drgań od masy

Problem badawczy

Celem eksperymentu jest graficzne zbadanie zależności kwadratu okresu drgań T^2 masy na sprężynie od wartości tej masy m .

Hipoteza

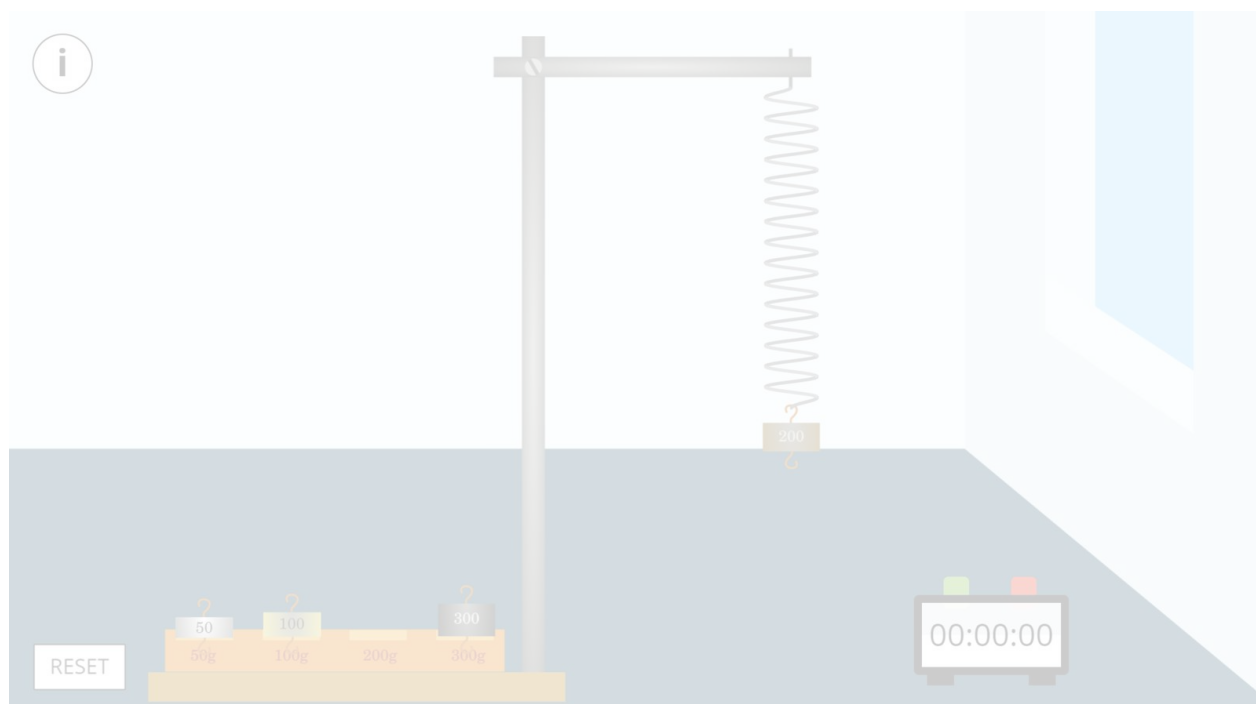
Punkty pomiarowe pasują do linii prostej, będącej wykresem badanej zależności, przygotowanym na podstawie informacji o właściwościach badanego układu.

Co będzie potrzebne

Wykorzystaj informacje o układzie z Doświadczenia 1. Jeśli postanowisz powtórzyć pomiary, wykorzystaj wyposażenie Wirtualnego laboratorium.

Instrukcja

Wykorzystaj dane pomiarowe uzyskane w Doświadczeniu 1. albo wykonaj ponownie wszystkie pomiary. W tym drugim przypadku możesz przyjąć inną wartość n - liczby pełnych okresów drgań układu, po których zatrzymasz stoper i odczytasz czas t .



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D12Ft5tjV>

Na podstawie tabeli pomiarów takiej jak w Doświadczeniu 1., przygotuj tabelę do analizy zależności kwadratu okresu od masy.

Drgania masy na sprężynie

Zależność kwadratu okresu drgań od masy

Dziennik pomiarów

Data: DD-MM-RRRR

Analiza graficzna zależności $T^2(m)$

$n =$

Tabela wyników

Lp.	m [kg]	T [s]	$u(T)$ [s]	T^2 [s ²]	$u(T^2) = 2Tu(T)$ [s ²]
1	0,05				
2	0,1				
3	0,2				
4	0,3				

Argumentacja, analiza wykresu, rozstrzygnięcie hipotezy, konkluzje

Podsumowanie

Polecenie 4

a) Niepewności wielkości mierzonych bezpośrednio

Zastosuj takie samo jak w Doświadczeniu 1. postępowanie wobec niepewności pomiaru masy $u(m)$ oraz niepewności pomiaru okresu drgań $u(T)$. Wpisz odpowiednie wartości do Tabeli wyników.

b) Kwadrat okresu drgań i jego niepewność $u(T^2)$

Kwadrat okresu T^2 jest wielkością mierzoną pośrednio. Jest on wyrażony jako kwadrat wielkości mierzonej bezpośrednio - okresu drgań T . Niepewności pomiaru wszystkich okresów $u(T)$ są jednakowe.

Wyznacz niepewność pomiaru $u(T^2)$ dla każdego okresu, zgodnie z zasadami opisanymi w e-materiale „*Niepewność wielkości mierzonej pośrednio*”. Zwróć uwagę na sekcję „Dla zainteresowanych” na końcu części „Przeczytaj”. W punkcie drugim podano gotowe wyrażenie, które możesz bezpośrednio zastosować,

$$u(T^2) = 2T \cdot u(T)$$

Wpisz do Tabeli wyników wartości T^2 oraz $u(T^2)$.

c) Wykres wzorcowy $T^2(m)$

Sporządź, dla potrzeb swojej analizy, wykres wzorcowej zależności w postaci $T^2(m)$. W tym celu przekształć wyrażenie (1) do postaci:

$$T^2 = \left(2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \right)^2 = \frac{4\pi^2}{k} \cdot m .$$

(3)

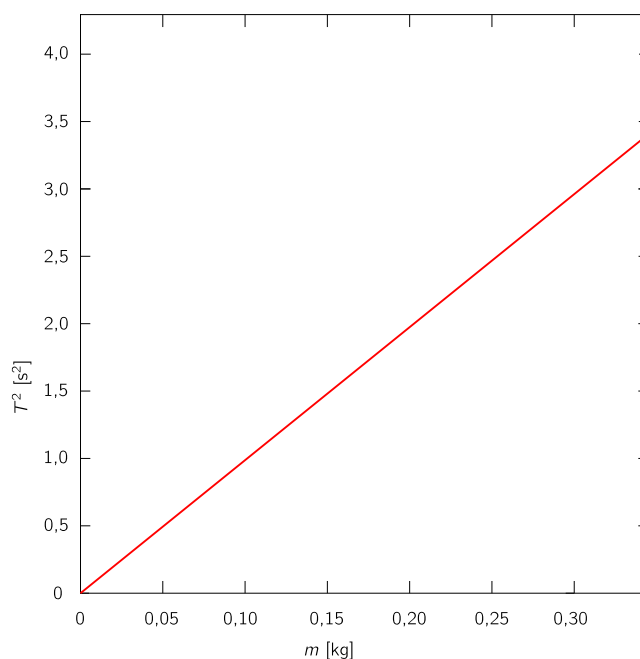
Wzorcowa zależność ma postać funkcji liniowej $y(x) = ax + b$, w której wyraz wolny $b = 0$. Jest to więc zależność wprost proporcjonalna. Stały czynnik $a = \frac{4\pi^2}{k}$ jest w tej zależności współczynnikiem proporcjonalności; ma on wymiar $\frac{s^2}{kg}$. Zweryfikuj przybliżoną wartość tego współczynnika, korzystając z podanej wartości współczynnika sprężystości sprężyny:

$$\frac{4\pi^2}{k} \approx 9,869604 \frac{s^2}{kg} .$$

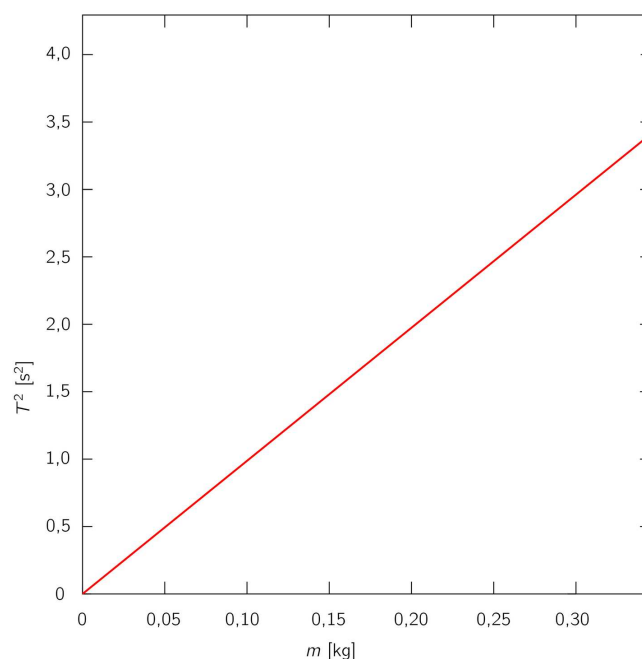
Dla potrzeb swoich obliczeń zaokrąglij tę wartość do minimalnej liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności Twoich pomiarów okresu drgań oraz jego kwadratu. Zapisz swoje zaokrąglenie, wraz z krótkim uzasadnieniem, w Dzienniku pomiarów.

Alternatywnie możesz wykorzystać jeden z wykresów udostępnionych w podpowiedzi. Zostały one sporządzone zgodnie z opisanymi tutaj zasadami.

Wykres wzorcowy $T^2(m)$ (format svg)



Wykres wzorcowy $T^2(m)$ (format jpg)



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

d) Punkty pomiarowe na wykresie $T^2(m)$

Nanieś swoje punkty pomiarowe na przygotowany wykres zależności $T^2(m)$. Rozważ celowość naniesienia, dla każdego punktu, odcinków niepewności pomiaru kwadratu okresu. Zapisz swoją decyzję wraz z krótkim uzasadnieniem, w Dzienniku pomiarów.

e) Analiza i wnioski

Na podstawie analizy ułożenia wyników pomiarów na tle wzorcowego wykresu rozstrzygnij hipotezę badawczą. Swoją argumentację zapisz w Dzienniku pomiarów.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Zaznacz odpowiednie słowa tak, aby tekst był poprawny.

Okres drgań ciężarka na sprężynie zależy od masy ciężarka i współczynnika sprężystości sprężyny. Im większa jest masa ciężarka, tym / jest okres. Jeśli chcemy, by okres zmalał czterokrotnie, masa ciężarka musi / / / / .

Ćwiczenie 2



Im większy jest współczynnik sprężystości, tym okres drgań jest

☐ mniejszy.

☐ większy.

Ćwiczenie 3



Sprężyny A i B mają identyczne wymiary, ale są wykonane z różnych materiałów. Przez to współczynnik sprężystości sprężyny A jest większy niż współczynnik sprężystości sprężyny B. Uzupełnij luki literami "A" i "B", aby uzyskać poprawne stwierdzenia.

1. Rozciągamy obie sprężyny o taką samą długość. Aby to zrobić, większą siłę należy przyłożyć do sprężyny .

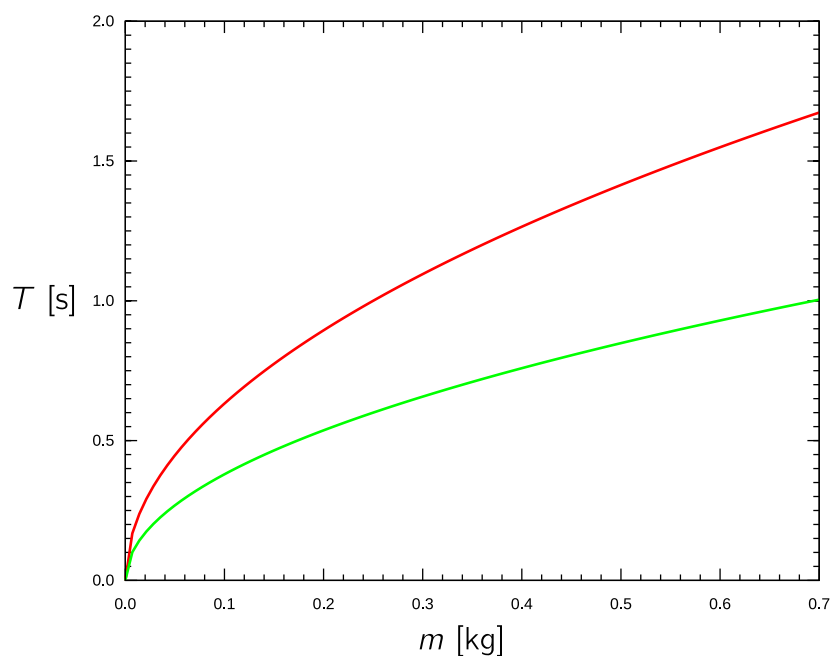
2. Ściskamy obie sprężyny o taką samą długość. Aby to zrobić, większą siłę należy przyłożyć do sprężyny .

3. Wieszamy obie sprężyny na statywie w pewnym laboratorium na Ziemi. Zawieszamy na obydwu sprężynach identyczne ciężarki. Bardziej wydłuży się sprężyna .

Ćwiczenie 4



Poniższy rysunek przedstawia wykresy zależności okresu drgań od masy ciężarka dla sprężyny 1 (krzywa czerwona) i sprężyny 2 (krzywa zielona). Wskaż sprężynę o większym współczynniku sprężystości; odpowiedź uzasadnij.

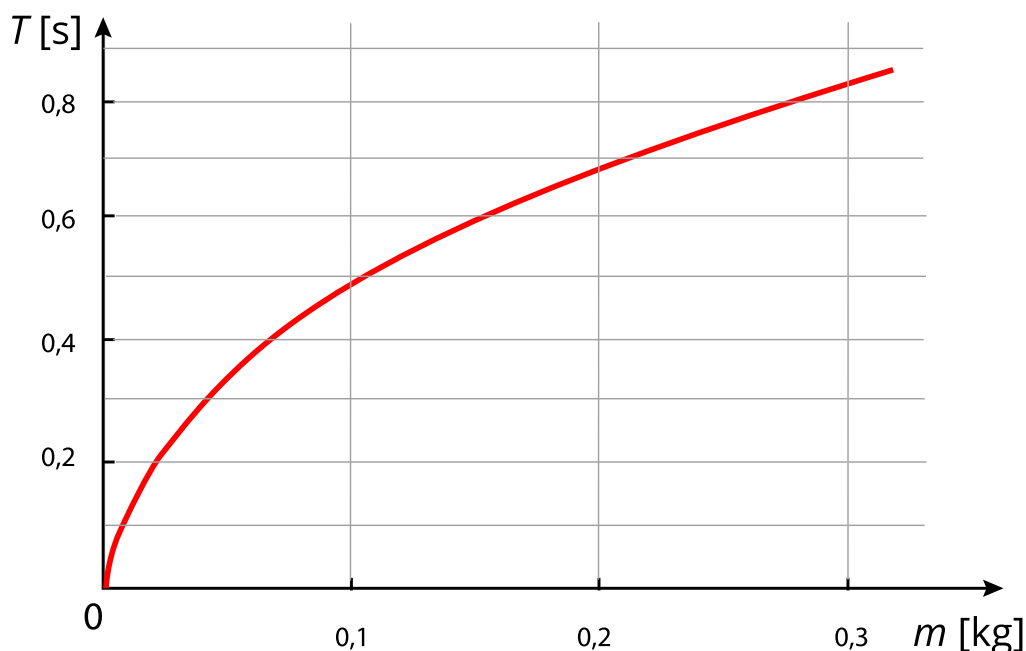


Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Ćwiczenie 5



Rysunek przedstawia wykres teoretycznej zależności $T(m)$ okresu drgań ciężarka na sprężynie od jego masy. Uczniowie badali drgania ciężarków na tej sprężynie, żeby sprawdzić doświadczalnie tę zależność.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Uczniowie przy pomocy stopera mierzyli okres drgań ciężarków o trzech różnych masach. Okres mierzono stoperem, mierząc czas trwania 10 drgań i dzieląc wynik przez 10. Czas reakcji człowieka średnio wynosi ok. 0,2 s, co oznacza, że uczeń mógł zarówno włączyć, jak i wyłączyć pomiar czasu o 0,2 s za wcześniej lub za późno. Uczniowie używali bardzo precyzyjnych ciężarków, dla których można przyjąć, że niepewność masy jest pomijalna.

Tabela przedstawia wyniki pomiarów. Nanieś je na wzorcowy wykres (możesz go wydrukować) wraz ze słupkami niepewności i zweryfikuj, czy standardowy wzór na okres drgań ciężarka na sprężynie jest zgodny z doświadczeniem.

pomiar	masa ciężarka $m [g]$	okres drgań $T [s]$	niepewność standardowa okresu drgań $u(T) [s]$
1	100	0,47	0,023

2	200	0,65	0,023
3	300	0,83	0,023

Ćwiczenie 6



Na sprężynie drga ciężarek o masie 50 dag. Zmierzone, że jego okres drgań wynosi $T = 1,17$ s. Oblicz współczynnik sprężystości tej sprężyny. Wynik podaj z dokładnością do dwóch cyfr znaczących.

Odpowiedź: $\frac{\text{N}}{\text{m}}$

Ćwiczenie 7



Ciężarek o masie m drga na sprężynie o współczynniku sprężystości k z okresem T_1 . Trzy ciężarki, o masie m każdy, drgają na sprężynie o współczynniku sprężystości dwukrotnie większym niż k , z okresem T_2 . Oblicz stosunek tych okresów. Wynik podaj z dokładnością do trzech cyfr znaczących.

Odpowiedź:

Ćwiczenie 8



Dwa różne ciężarki drgają na dwóch identycznych sprężynach. Masa pierwszego ciężarka wynosi 40 dag. W czasie, gdy pierwszy ciężarek wykonuje 15 drgań, drugi ciężarek wykonuje 12 drgań. Oblicz masę drugiego ciężarka. Wynik podaj z dokładnością do dwóch cyfr znaczących.

$m_2 =$ dag

Ćwiczenie 9



Do końca sprężyny wiszącej na statywie na stałe przyspawana jest metalowa kula o nieznanej masie. Nie znamy również współczynnika sprężystości tej sprężyny. Mamy do dyspozycji stoper i ciężarek o znanej masie m , który można przyczepić do kuli. Wyprowadzając stosowny wzór, udowodnij, że przy pomocy tych przyrządów jesteśmy w stanie zmierzyć współczynnik sprężystości tej sprężyny.

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Krzysztof Lorek
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Czy okres drgań ciężarka na sprężynie zależy od masy ciężarka?
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników. Zakres podstawowy Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 10) przeprowadza wybrane obserwacje, pomiary i doświadczenia korzystając z ich opisów; wyróżnia kluczowe kroki i sposób postępowania oraz wskazuje rolę użytych przyrządów i uwzględnia ich rozdzielczość; 13) posługuje się pojęciem niepewności pomiaru wielkości prostych; zapisuje wynik pomiaru wraz z jego jednostką oraz z uwzględnieniem informacji o niepewności IV. Drgania. Uczeń: 5) doświadcza: b) bada zależność okresu drgań ciężarka na sprężynie od jego masy. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:

	10) przeprowadza wybrane obserwacje, pomiary i doświadczenia korzystając z ich opisów; planuje i modyfikuje ich przebieg; formułuje hipotezę i prezentuje kroki niezbędne do jej weryfikacji; 15) posługuje się pojęciem niepewności pomiaru wielkości prostych i złożonych; zapisuje wynik pomiaru wraz z jego jednostką oraz z uwzględnieniem informacji o niepewności; uwzględnia niepewności przy sporządzaniu wykresów; V. Drgania. Uczeń: 8) doświadczalnie: c) bada zależność okresu drgań ciężarka od jego masy i od współczynnika sprężystości sprężyny.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	Uczeń: 1. wyjaśnia, jaka jest zależność okresu drgań ciężarka na sprężynie od masy ciężarka, 2. przeprowadza doświadczenie w wirtualnym laboratorium, na podstawie którego weryfikuje doświadczalnie przewidywaną teoretycznie zależność okresu drgań ciężarka na sprężynie od masy ciężarka, 3. rozwiązuje zagadnienia problemowe i rachunkowe dotyczące drgań ciężarka na sprężynie.
Strategie i metody nauczania:	strategia eksperymentalno-obserwacyjna
Formy zajęć:	wykład, doświadczenie w wirtualnym laboratorium, doświadczenie
Środki dydaktyczne:	WL_I, ciężarki szkolne (np. 50 g), sprężyny o znanych współczynnikach sprężystości, statywy, stopery lub telefony komórkowe ze stoperami, papier milimetrowy, waga

Materiały pomocnicze:	T. Dryński, Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, PWN, Warszawa 1980
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
• Na poprzedniej lekcji nauczyciel prosi uczniów w ramach pracy domowej o zapoznanie się z wirtualnym laboratorium z tego e-materiału oraz przypomnienie sobie wiadomości z analizy niepewności pomiarowych, potrzebnych do wykonania tego eksperymentu w klasie. • Przed rozpoczęciem lekcji należy wydrukować dla każdego ucznia egzemplarz fragmentu wykresu okresu drgań ciężarka na sprężynie od masy ciężarka, podobnego do tego w zadaniu 4. • Przed rozpoczęciem lekcji nauczyciel musi również zważyć ciężarki i wyznaczyć niepewność pomiarową masy. • Na początku lekcji nauczyciel przypomina uczniom, jak oblicza się okres drgań ciężarka na sprężynie.	
Faza realizacyjna:	
• Nauczyciel zwraca uwagę na fakt, że okres zależy od masy ciężarka. Wyprowadza tę zależność i rysuje na tablicy przewidywany wykres $T(m)$, podobnie jak w części „Warto przeczytać”. • Nauczyciel dzieli klasę na grupy 4-osobowe. Każda grupa otrzymuje statyw, trzy ciężarki, sprężynę i stoper (zamiast stopera można polecić uczniom, żeby korzystali ze stoperów w swoich telefonach komórkowych). Oprócz tego każdy uczeń otrzymuje wydrukowany ww. wykres. Każda grupa ma przymocować sprężynę do statywu i ma za zadanie zmierzyć stoperem okres drgań ciężarków o trzech różnych masach, znajdujących się w dziedzinie wydrukowanego wykresu. Jeśli ciężarki są identyczne, można wieszać kilka naraz. Następnie każdy uczeń ma za zadanie nanieść punkty pomiarowe na swój wykres, wraz z prostokątami błędów, i stąd zweryfikować, czy wzór wyrażający okres drgań takiego układu jest zgodny z doświadczeniem. Nauczyciel komentuje i zapisuje na tablicy, jak zmierzyć okres drgań oraz jego niepewność. • Uczniowie wykonują zadanie, a nauczyciel w razie potrzeby służy pomocą, zarówno w sprawach technicznych, jak i przy opracowywaniu wyników.	
Faza podsumowująca:	

• Nauczyciel przedstawia całej klasie pracę ucznia, na której najlepiej widać, że wykres przechodzi przez wszystkie prostokąty błędów. Praca powinna wyglądać podobnie do odpowiedzi do podpunktu (b) zadania 4 z zestawu ćwiczeń. • Nauczyciel przypomina zależność okresu drgań ciężarka na sprężynie od masy ciężarka i komentuje, że właśnie zbadaliśmy doświadczalnie, że jest ona zgodna z doświadczeniem.	
Praca domowa:	
• Zadania 3, 5 i 7 z zestawu ćwiczeń w celu utrwalenia wiadomości zdobytych na lekcji.	
Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium:	Uczniowie mogą wykonać doświadczenie w wirtualnym laboratorium jako powtórzenie po lekcji.