

## Konwersja liczb z systemu dwójkowego na dziesiętny

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Animacja
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



## Konwersja liczb z systemu dwójkowego na dziesiętny

Źródło: Pixabay, domena publiczna.

W tym e-materiale powtarzamy wiadomości ze szkoły podstawowej.

Systemy liczbowe mają szerokie zastosowanie w informatyce, a w szczególności w dziedzinie architektury komputerów. Więcej o nich przeczytasz w e-materiałach:

- [Systemy liczbowe](#)
- [Konwersje liczb pomiędzy systemami liczbowymi](#)

Przykładem takiego systemu jest system dwójkowy, w którym do zapisu liczby wykorzystuje się tylko dwie cyfry (0 i 1). Cyfra 0 może oznaczać stan wyłączony, a cyfra 1 stan włączony. Przykładem zastosowania tego systemu mogą być zegary binarne, w których czas przedstawiany jest za pomocą diod LED – włączona lampka oznacza cyfrę 1, a wyłączona cyfrę 0.

W tym e-materiale nauczysz się konwertować liczby z systemu o podstawie 2 na system dziesiętny.

Implementacje omawianego zagadnienia w poszczególnych językach programowania znajdziesz w e-materiałach:

- [Konwersja liczb z systemu dwójkowego na dziesiętny w języku C++](#),

- [Konwersja liczb z systemu dwójkowego na dziesiętny w języku Java](#),
- [Konwersja liczb z systemu dwójkowego na dziesiętny w języku Python](#).

Więcej zadań? Sięgnij do [Konwersja liczb z systemu dwójkowego na dziesiętny – zadania maturalne](#).

### **Twoje cele**

- Przeanalizujesz metodę zamiany liczby z systemu dwójkowego na system dziesiętny.
- Zapiszesz liczby dwójkowe w postaci dziesiętnej.
- Rozwiążesz kilka zadań wymagających przekształcenia liczby dwójkowych do postaci dziesiętnej.

# Przeczytaj

---

Zanim przejdziemy do konwersji liczb, przypomnijmy, czym są systemy liczbowe: binarny i dziesiętny.

## System binarny:

- pozycyjny system liczbowy, którego podstawą jest liczba 2,
- do zapisu dowolnej liczby wykorzystujemy tylko dwie cyfry: 0 oraz 1,
- jest to powszechnie używany system w elektronice i informatyce,
- bitem nazywamy każdą cyfrę liczby w tym systemie.

## System dziesiętny:

- pozycyjny system liczbowy, którego podstawą jest liczba 10,
- jest to system, w którym wykorzystujemy dziesięć cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
- jest to system używany przez nas na co dzień.

Na co dzień posługujemy się liczbami zapisanymi w systemie dziesiętnym, dlatego interpretacja wartości liczby binarnej i wykonywanie obliczeń w tym systemie może być dla nas uciążliwe. Taką liczbę warto wówczas zamienić na liczbę w systemie dziesiętnym. Jak to zrobić?

System dwójkowy, podobnie jak dziesiętny, jest systemem pozycyjnym. Liczby są w nim zapisywane w postaci ciągu cyfr 0 i 1. Każda cyfra (bit) jest mnożną odpowiadającej jej wagi, czyli podstawy systemu (liczby 2) podniesionej do potęgi zależnej od pozycji bitu.

Tabela przedstawia wagi liczby dwójkowej, składającej się z  $n$  cyfr części całkowitej oraz  $m$  cyfr części ułamkowej:

Cyfra	$x_{n-1}$	$x_{n-2}$	...	$x_1$	$x_0$	$x_{-1}$	$x_{-2}$	...	$x_{-m}$
Waga pozycji	$2^{n-1}$	$2^{n-2}$	...	$2^1$	$2^0$	$2^{-1}$	$2^{-2}$	...	$2^{-m}$

Pozycje bitów części całkowitej numerujemy od 0, rozpoczynając od prawej strony. Pozycje bitów części ułamkowej numerujemy po przecinku od lewej strony, zaczynając od  $(-1)$ .

Dzięki temu możemy obliczyć wartość dziesiętną liczby zapisanej w systemie dwójkowym.

### Ważne!

Wartością dziesiętną liczby o reprezentacji

$\{x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_1, x_0, x_{-1}, x_{-2}, \dots, x_{-m}\}_{(2)}$  jest:

$$x_{n-1}2^{n-1} + \dots + x_12^1 + x_02^0 + x_{-1}2^{-1} + \dots + x_{-m}2^{-m}$$

Algorytm konwersji liczby w systemie dwójkowym na system dziesiętny wygląda następująco:

1. Mnożymy cyfry danej liczby binarnej przez wagi ich pozycji (zgodnie z powyższą tabelą).
2. Dodajemy do siebie otrzymane iloczyny, otrzymując w ten sposób wartość liczby w systemie dziesiętnym.

W systemie binarnym w liczbie mogą występować tylko cyfry 0 i 1, a w systemie dziesiętnym cyfry od 0 do 9.

### Przykład 1

Zamieńmy liczbę  $1001_{(2)}$  na system dziesiętny.

Przy rozwiązywaniu tego zadania może nam się przydać tabela z kolejnymi potęgami liczby 2. Ułatwi ona dokonywanie obliczeń.

Waga	$2^9$	$2^8$	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
Wynik	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Nasza przykładowa liczba jest liczbą całkowitą, bez części ułamkowej. Dlatego kolejne pozycje cyfr w naszej liczbie numerujemy od 0, rozpoczynając od **najmłodszego bitu**, a kończąc na **najstarszym bicie**.

$$1001_{(2)} = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 1 = 9_{(10)}$$

Zauważmy, że cyfry 0 nie zostały uwzględnione w dodawaniu iloczynów. Jeżeli cyfrę 0 pomnożymy przez wagę pozycji, otrzymamy iloczyn równy 0 – a to nie wpływa na wynik obliczeń. Jeżeli chcielibyśmy jednak uwzględnić iloczyny wynoszące 0, działanie wyglądałoby następująco:

$$1001_{(2)} = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 0 + 0 + 1 = 9_{(10)}$$

Jak należało się spodziewać, otrzymaliśmy taką samą wartość.

## Słownik

najmłodszy bit

bit o najmniejszej wadze (najmniej znaczący), najbardziej wysunięty na prawo  
**najstarszy bit**

bit o największej wadze (najbardziej znaczący), najbardziej wysunięty na lewo

# Animacja

---

## Polecenie 1

Przeanalizuj prezentację zamiany przykładowych liczb w systemie dwójkowym na liczby w systemie dziesiętnym.

Następnie wybierz dwie liczby (liczbę naturalną oraz liczbę zawierającą część ułamkową) w systemie binarnym i spróbuj wykonać konwersję samodzielnie.

## Problem 1

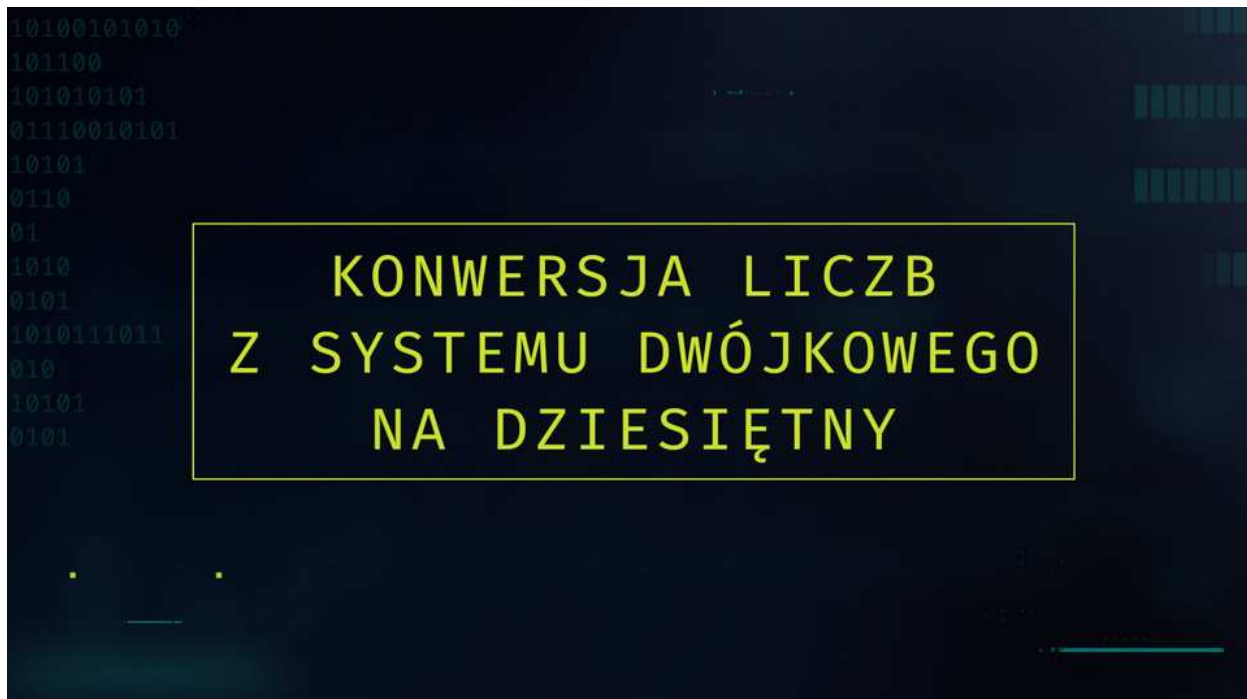
### Specyfikacja problemu:

Wykaż, w jaki sposób zastosujemy schemat Hornera w konwersji liczby z systemu dwójkowego na dziesiętny.

### Dane:

- liczba w systemie binarnym:  $11111_2$ .

Trwa wczytywanie danych..



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R14ATb3pbzwCL>




Źródło: Contentplus.pl Sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Film nawiązujący do treści materiału: Konwersja liczb z systemu dwójkowego na dziesiętny.

---

# Sprawdź się

---

Pokaż ćwiczenia:   

## Ćwiczenie 1



## Ćwiczenie 2



## Ćwiczenie 3

Zamień liczbę  $11101011_{(2)}$  na system dziesiętny.



$$11101011_{(2)} = \dots\dots\dots(10)$$

## Ćwiczenie 4

Liczba  $0,001_{(2)}$  zapisana w systemie dziesiętnym:



- 0,125
- 0,225
- 0,5
- 0,25

## Ćwiczenie 5

Zamień liczbę  $101,1_{(2)}$  na system dziesiętny.



$$101,1_{(2)} = \dots\dots\dots(10)$$

## Ćwiczenie 6

Zamień liczbę  $101111,01_{(2)}$  na system dziesiętny.



$$101111,01_{(2)} = \dots\dots\dots(10)$$

### Ćwiczenie 7



Zamień liczbę  $110,1001_{(2)}$  na system dziesiętny.

$$110,1001_{(2)} = \dots\dots\dots_{(10)}$$

### Ćwiczenie 8



Połącz w pary te same wartości zapisane w innych systemach liczbowych.

$34.875_{(10)}$ ,  $32.5_{(10)}$ ,  $15.9375_{(10)}$ ,  
 $35.09375_{(10)}$ ,  $47.875_{(10)}$

$100010.111_{(2)}$	
$1111.1111_{(2)}$	
$100000.100000_{(2)}$	
$101111.111000_{(2)}$	
$100011.00011_{(2)}$	

### Ćwiczenie 9



Zamień liczbę  $111111,111_{(2)}$  na system dziesiętny.

$$111111,111_{(2)} = \dots\dots\dots_{(10)}$$

### Ćwiczenie 10



### Ćwiczenie 11



# Dla nauczyciela

---

**Autor:** Maurycy Gast

**Przedmiot:** Informatyka

**Temat:** Konwersja liczb z systemu dwójkowego na dziesiętny

**Grupa docelowa:**

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres podstawowy

**Podstawa programowa:**

Cele kształcenia – wymagania ogólne

I. Rozumienie, analizowanie i rozwiązywanie problemów na bazie logicznego i abstrakcyjnego myślenia, myślenia algorytmicznego i sposobów reprezentowania informacji.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Rozumienie, analizowanie i rozwiązywanie problemów.

Zakres podstawowy. Uczeń:

2) stosuje przy rozwiązywaniu problemów z różnych dziedzin algorytmy poznane w szkole podstawowej oraz algorytmy:

a) na liczbach: badania pierwszości liczby, zamiany reprezentacji liczb między pozycyjnymi systemami liczbowymi, działań na ułamkach z wykorzystaniem NWD i NWW,

**Kształtowane kompetencje kluczowe:**

- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii.

**Cele operacyjne (językiem ucznia):**

- Przeanalizujesz metodę zamiany liczby z systemu dwójkowego na system dziesiętny.
- Zapiszesz liczby dwójkowe w postaci dziesiętnej.
- Rozwiążesz kilka zadań wymagających przekształcenia liczby dwójkowych do postaci dziesiętnej.

## **Strategie nauczania:**

- konstruktywizm;
- konektywizm.

## **Metody i techniki nauczania:**

- dyskusja;
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem multimediu i ćwiczeń interaktywnych;
- metody aktywizujące.

## **Formy pracy:**

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

## **Środki dydaktyczne:**

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

## **Przebieg lekcji**

### **Przed lekcją:**

1. **Przygotowanie do zajęć.** Nauczyciel loguje się na platformie i udostępnia e-materiał: „Konwersja liczb z systemu dwójkowego na dziesiętny”. Nauczyciel prosi uczniów o zapoznanie się z treściami w sekcji „Przeczytaj”.

### **Faza wstępna:**

1. Nauczyciel wprowadza uczniów szczegółowo w temat lekcji i jej cele. Może posłużyć się wyświetloną na tablicy zawartością sekcji „Wprowadzenie”.
2. **Rozpoznanie wiedzy uczniów.** Nauczyciel wyświetla na tablicy pytania zawarte w sekcji „Wprowadzenie”:
  - jakie znasz metody zamiany liczby z systemu dwójkowego na system dziesiętny?
  - w jaki sposób można zapisywać liczby dwójkowe w postaci dziesiętnej?Chętni uczniowie udzielają na nie odpowiedzi.

### **Faza realizacyjna:**

1. **Praca z multimediu.** Uczniowie w zespołach dwuosobowych zapoznają się z treścią polecenia nr 1: „Przeanalizuj prezentację zamiany przykładowych liczb w systemie

dwójkowym na liczby w systemie dziesiętnym. Następnie wybierz dwie liczby (liczbę całkowitą oraz ułamek) w systemie binarnym i spróbuj wykonać konwersję samodzielnie.” z sekcji „Animacja” i wspólnie analizują kolejne kroki rozwiązania postawionego problemu.

2. **Ćwiczenie umiejętności.** Poszukiwanie najefektywniejszego rozwiązania problemu. Uczniowie wykonują w indywidualnie ćwiczenia nr 1-8 z sekcji „Sprawdź się”, a następnie omawiają je na forum. Nauczyciel ocenia efektywność zastosowanego rozwiązania.

#### **Faza podsumowująca:**

1. Nauczyciel wyświetla na tablicy temat lekcji i cele zawarte w sekcji „Wprowadzenie”. W kontekście ich realizacji podsumowuje przebieg zajęć, a także wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów.
2. Nauczyciel prosi uczniów o podsumowanie zgromadzonej wiedzy.

#### **Praca domowa:**

1. Uczniowie wykonują ćwiczenia nr 9–11 z sekcji „Sprawdź się”.

#### **Wskazówki metodyczne:**

- Uczniowie mogą wykorzystać treści w sekcjach: „Przeczytaj”, „Animacja”, „Sprawdź się” jako materiał do lekcji powtórkowej.