



Jakich pojęć należy używać, aby opisać ruch obrotowy bryły sztywnej

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Grafika interaktywna \(schemat\)](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Jakich pojęć należy używać, aby opisać ruch obrotowy bryły sztywnej

Czy to nie ciekawe ?

Kiedy garncarz naciska nogą na pedał (lub bardziej współcześnie – na przycisk uruchamiający silnik), wprowadza stolik, na którym pracuje, w ruch obrotowy. Stolik wraz z gliną, która się na nim znajduje, zaczyna wirować, a zręczne ręce garncarza zamieniają glinę w dzieła sztuki lub zwykły sprzęt użytkowy. Jak opisać ruch obrotowy tego układu?



Rys. a. Wykonywanie glinianego naczynia na kole obrotowym.

Twoje cele

W tym materiale:

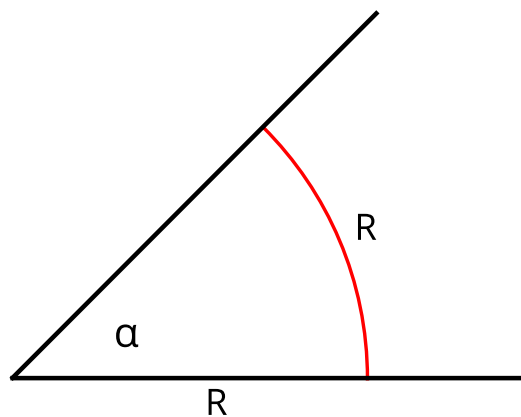
- poznasz przykłady ruchu obrotowego z życia codziennego,
- zdefiniujesz pojęcia wykorzystywane do opisu ruchu obrotowego bryły sztywnej,
- na przykładzie karuzeli omówisz zasadę zachowania momentu pędu,
- zastosujesz zdobytą wiedzę do rozwiązywania prostych przykładów.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Co należy zrobić, aby wprawić bryłę sztywną w ruch obrotowy? Należy przyłożyć siłę \vec{F} w pewnej odległości od środka masy. Wektor łączący oś obrotu bryły z punktem przyłożenia siły oznaczmy jako \vec{r} . Moment siły definiujemy jako $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$, czyli iloczyn wektorowy przyłożonej siły i wektora \vec{r} . Znamy to z życia codziennego – jeśli chcemy otworzyć drzwi, naciskając klamkę, to łatwiej to zrobić, łapiąc ją dalej od osi obrotu. Klamkę umieszcza się po stronie przeciwnej do osi obrotu drzwi. Łatwiej też odkręcić śrubę używając klucza francuskiego niż robiąc to palcami. Wszystkie te przykłady pokazują wydłużanie długości ramienia, na którym działa siła, co zwiększa wartość momentu siły, który powoduje ruch obrotowy. Jak opiszemy ruch obrotowy tej klamki, tych drzwi czy tej śruby dookoła osi, na której są zamontowane?

Przyjmijmy, że pierwotnie klamka była ustawiona poziomo, a po naciśnięciu obróciła się o pewien **kąt**. Warto pamiętać, że kąt możemy wyrażać w stopniach lub w **radianach**. Stopień to 1/360 kąta pełnego i 1/90 kąta prostego. W układzie SI posługujemy się **radianem** – jeden radian jest to taki kąt, przy którym długość łuku jest taka sama jak długość promienia, jak na Rys. 1.



Rys. 1. Obrazowa definicja radiana.

Jak szybko obróciła się nasza klamka? O tym informuje nas **prędkość kątowa**. Zdefiniowana jest ona jako zmiana kąta w czasie. Wyrażana będzie zatem w **radianach** na sekundę lub stopniach na sekundę. Możemy też stosować częstotliwość f , mówiącą, ile pełnych obrotów wykonuje ciało w jednostce czasu. Związek między nimi jest następujący:

$$\begin{cases} \omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} \\ f = \frac{\omega}{2\pi} \end{cases}$$

Prędkość kątowna może być stała lub zmienna. Jeśli na ciało nie działają momenty sił, lub działające momenty się równoważą, to prędkość kątowna będzie stała (w szczególności – będzie wynosiła zero). A jaki będzie rezultat, jeśli na ciało działa niezrównoważony moment siły \vec{M} ? Wtedy będzie się ono poruszać ruchem obrotowym przyspieszonym – prędkość kątowna będzie rosła lub malała. Jak szybko będzie się ona zmieniała? Wielkością, która będzie opisywać szybkość tej zmiany będzie **przyspieszenie kątowne**. Z definicji będzie to zmiana prędkości kątownej w czasie, czyli:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}.$$

Wartość przyspieszenia kątownego będzie zależała od tego, jaką wartość ma moment siły. Im większy, tym przyspieszenie będzie większe. Przyspieszenie kątowne będzie zależało też od **momentu bezwładności** I obracającej się bryły, gdzie $I = \sum_i^n m_i r_i^2$. Im większy moment bezwładności, tym mniejsze będzie przyspieszenie. Relacja między tymi wielkościami ma następującą postać:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}.$$

Z tej relacji widać, że jeśli wypadkowy moment siły jest zerowy, to i przyspieszenie kątowne jest zerowe. Zatem prędkość obrotowa jest stała, bryła obraca się ruchem jednostajnym. Równania ruchu obrotowego, wyrażające zmianę kąta w czasie, będą miały następującą postać:

$$\begin{cases} \varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t \\ \omega(t) = \omega_0 = \text{const} \\ \varepsilon(t) = 0. \end{cases}$$

Jeśli wypadkowy moment siły będzie niezerowy, wtedy bryła będzie się poruszać ruchem przyspieszonym. Jeśli wartość momentu siły będzie stała, stałe będzie również przyspieszenie kątowne. Prędkość kątowna będzie wtedy liniową funkcją czasu. Równania ruchu przybiorą wtedy następującą postać:

$$\begin{cases} \varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon_0 t^2}{2} \\ \omega(t) = \omega_0 + \varepsilon_0 t \\ \varepsilon(t) = \frac{M}{I} = \text{const}. \end{cases}$$

Wielkością, którą stosujemy do opisu ruchu obrotowego jest nie tylko moment siły, ale też **moment pędu** \vec{L} . Dla punktu materialnego jest to iloczyn wektorowy wektora położenia i wektora pędu ciała:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}.$$

Wartość tego iloczynu wektorowego obliczamy zgodnie z definicją jako:

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = |\vec{r}||\vec{p}| \sin \alpha.$$

Jeśli założymy dla uproszczenia, że kąt α pomiędzy wektorami \vec{r} oraz \vec{p} jest kątem prostym, to wartość czynnika $\sin \alpha$ wyniesie: $\sin 90^\circ = 1$. Wyrażenie uprości się do $L = rp$. Dla bryły sztywnej wartość momentu pędu jest to suma momentów pędu wszystkich punktów ciała, co możemy powiązać z momentem bezwładności i prędkością kątową:

$$L = \sum_i^n r_i p_i = \sum_i^n r_i m_i v_i = \sum_i^n r_i m_i \omega r_i = \omega \sum_i^n m_i r_i^2 = I\omega.$$

Jeśli na bryłę nie działają żadne momenty sił lub działające momenty sił się równoważą, to iloczyn tych wielkości ma stałą wartość. Wynika to z zasady zachowania momentu pędu:

$$L = \text{const} \text{ (kiedy } M_{\text{wypadkowy}} = 0),$$

$$\vec{L}_1 = \vec{L}_2,$$

$$I_1 \vec{\omega}_1 = I_2 \vec{\omega}_2.$$

Ostatnią równość łatwo zaobserwować na placu zabaw – przyjrzyjmy się obracającej się karuzeli z dzieckiem w środku. Przyjmijmy, że obserwujemy karuzelę o konstrukcji umożliwiającej dziecku poruszanie się wzdłuż jej promienia, jak na Rys. 2.



Rysunek 2. Karuzela.

Jeśli dziecko zbliży się do środka karuzeli, zmniejszy się moment pędu układu – zatem zwiększy się jego prędkość kątowa. Jeśli dziecko przemieści się na zewnątrz karuzeli zaobserwujemy sytuację odwrotną – skoro zwiększył się moment bezwładności układu, zmniejsza się prędkość kątowa. W ten sam sposób łyżwiarz wykonuje szybkie piruety unosząc ręce do góry i zwalnia, rozkładając ręce w bok – zwiększając swój moment bezwładności zmniejsza prędkość kątową, z jaką się obraca.

Co trzeba zrobić, aby nadać ciału określony moment pędu? Należy przyłożyć do bryły niezrównoważony moment siły:

$$\vec{M} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t}.$$

Warto zauważyć, że te rozważania są spójne z poprzednimi – jeśli do powyższego wzoru wstawimy definicję momentu pędu, otrzymamy tę samą zależność między momentem siły, a momentem bezwładności i przyspieszeniem kątowym co wcześniej:

$$\vec{M} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \frac{I \Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = I \vec{\epsilon}.$$

Każdy punkt bryły sztywnej porusza się z tą samą prędkością kątową ω . Jednakże prędkość liniowa tych punktów zmienia się w zależności od odległości punktu od osi obrotu. Jak wyrazić energię kinetyczną ruchu obrotowego bryły sztywnej? Należy przeprowadzić sumowanie energii kinetycznej wszystkich jej punktów, uwzględniając zależność $v = \omega R$. Wtedy:

$$E_{obr} = \sum E_i = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum \frac{m_i (\omega R_i)^2}{2} = \sum \frac{m_i R_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum m_i R_i^2 = \frac{\omega^2}{2} I = \frac{I \omega^2}{2}$$

Słowniczek

Radian

(*ang.: Radian*) – jednostka miary łukowej kąta płaskiego. Definiuje się ją jako miarę kąta środkowego, w którym długość łuku wyznaczonego przez kąt środkowy jest równy promieniowi okręgu (z j. łacińskiego: '*radius*' - promień).

Grafika interaktywna (schemat)

Jakich pojęć należy używać, aby opisać ruch obrotowy bryły sztywnej

W grafice do wyboru są wielkości opisujące ruch obrotowy bryły sztywnej – po kliknięciu w odpowiedni numer pojawia się powiększenie obrazu wraz z definicją i wzorem.

Polecenie 1

Wskaż, które z parametrów opisujących ruch obrotowy bryły sztywnej są wielkościami skalarnymi, a które wektorowymi:

prędkość kątowa, moment siły, energia kinetyczna, przyspieszenie kątowe, moment pędu

wielkości wektorowe	
wielkości skalarne	

Polecenie 2

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Zmianę kąta (obrót) możemy wyrażać w stopniach lub radianach. Aby przeliczyć stopnie na radiany stosuje się wzór $\alpha \text{ (rad)} = \frac{\alpha(^{\circ})\pi}{180^{\circ}}$ rad. Ciało obróciło się o 50 stopni. Wyraż tę zmianę w radianach, zaokrąglając do dwóch miejsc znaczących.

Odp.: rad

Ćwiczenie 3



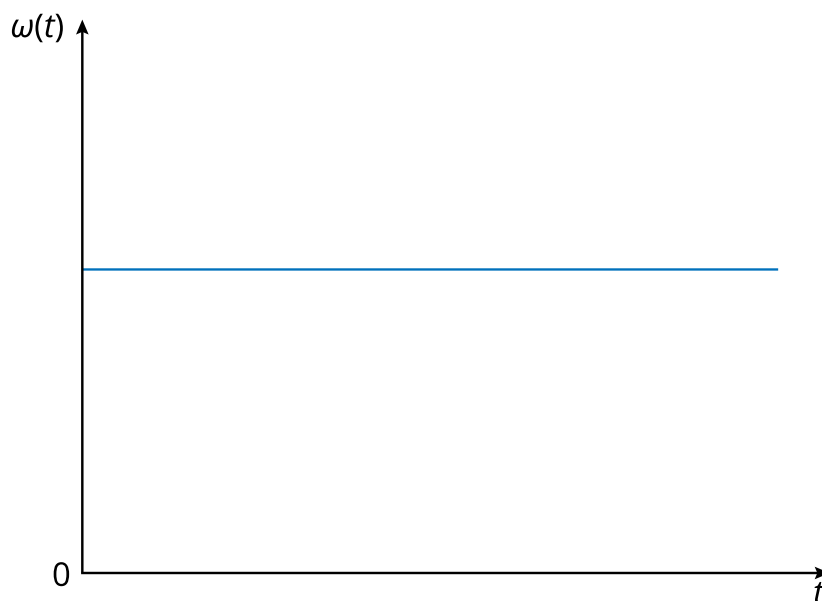
Jeśli ciało obraca się z prędkością kątową 3 radianów na sekundę, to o jaki kąt się obróci po 2 sekundach? Odpowiedź podaj w stopniach z dokładnością do czterech miejsc znaczących.

Odp.: °

Ćwiczenie 4



Przyjrzyj się poniższemu wykresowi. Jakim ruchem poruszało się to ciało?



Ćwiczenie 5



Prędkość kątowna ciała wynosi 30 stopni na sekundę. Ile wynosi jego częstotliwość? Podaj wynik z dokładnością do dwóch miejsc znaczących.

Odp.: 1/s

Ćwiczenie 6



Przyspieszenie kątowne ciała wynosi $\varepsilon = 3 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ i jest stałe w czasie. Początkowa prędkość kątowna ciała wynosi zero. Ile pełnych obrotów wykona to ciało w czasie 4 sekund?

Ćwiczenie 7



Zmianę kąta (obrót) możemy wyrażać w stopniach lub radianach. Aby przeliczyć radiany na stopnie stosuje się wzór $\alpha (^{\circ}) = \alpha (\text{rad}) \cdot \frac{180^{\circ}}{\pi}$. Ciało obróciło się o 2 radiany. Wyraż tę zmianę w stopniach, zaokrąglając do czterech miejsc znaczących.

Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Konspekt (scenariusz) lekcji

Imię i nazwisko autora:	Dariusz Aksamit
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Jakich pojęć należy używać, aby opisać ruch obrotowy bryły sztywnej
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	<p>Cele kształcenia – wymagania ogólne</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p>Zakres rozszerzony</p> <p>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych.</p> <p>III. Mechaniki bryły sztywnej. Uczeń: 2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi.</p>
Kształtowane kompetencje kluczowe:	<p>Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</p> <ul style="list-style-type: none">• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,• kompetencje cyfrowe,• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> wymienia pojęcia używane do opisu ruchu obrotowego bryły sztywnej. stosuje zdobytą wiedzę do rozwiązywania prostych przykładów.
Strategie i metody nauczania:	<ul style="list-style-type: none"> - Strategia Kształcenia Wyprzedzającego, - Strategia eksperymentalno-obszerności.
Formy zajęć:	<ul style="list-style-type: none"> - praca indywidualna, - praca grupowa.
Środki dydaktyczne:	Komputer z dostępem do Internetu i projektorem multimedialnym.
Materiały pomocnicze	wiatrak
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
<p>Nauczyciel prezentuje uczniom obracający się obiekt (może to być gramofon, jeśli ma do niego dostęp, ale również wiertło wiertarki, mikser, wiatrak) i zadaje pytanie jakie są istotne parametry, jakimi należy opisać ten ruch. Nauczyciel porządkuje i zapisuje odpowiedzi uczniów na tablicy (kąąt, prędkość kątoowa, przyspieszenie kątoowe). Następnie nauczyciel pyta uczniów o relacje między tymi wielkościami – i prosi o nagranie telefonem komórkowym filmu obracającego się obiektu (np. wiatraka).</p>	
Faza realizacyjna:	
<p>Nauczyciel prosi uczniów lub sam odtwarza nagrany film w zwolnionym tempie, śledząc ruch poszczególnych punktów wirnika (lub innego obracającego się obiektu), sprawdzając wyprowadzone wcześniej relacje – prędkość kątoowa każdego z punktów bryły sztywnej jest taka sama, ale prędkość liniowa zależy od odległości od osi obrotu.</p>	
Faza podsumowująca:	
<p>Nauczyciel prosi uczniów o rozwiązanie zadań 1-6 z niniejszego e-materiału w podgrupach i wspólne przedyskutowanie odpowiedzi. Na koniec nauczyciel prezentuje uczniom grafikę interaktywną dla utrwalenia nowych wiadomości.</p>	
Praca domowa:	
<p>Rozwiązanie zadań, będących częścią tego e-materiału, których nie rozwiązano w trakcie lekcji.</p>	

**Wskazówki metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium:**

Medium może być wykorzystane na początku lekcji w celu sprowokowania do dyskusji lub po lekcji w celu powtórzenia i utrwalenia wiadomości przez uczniów.