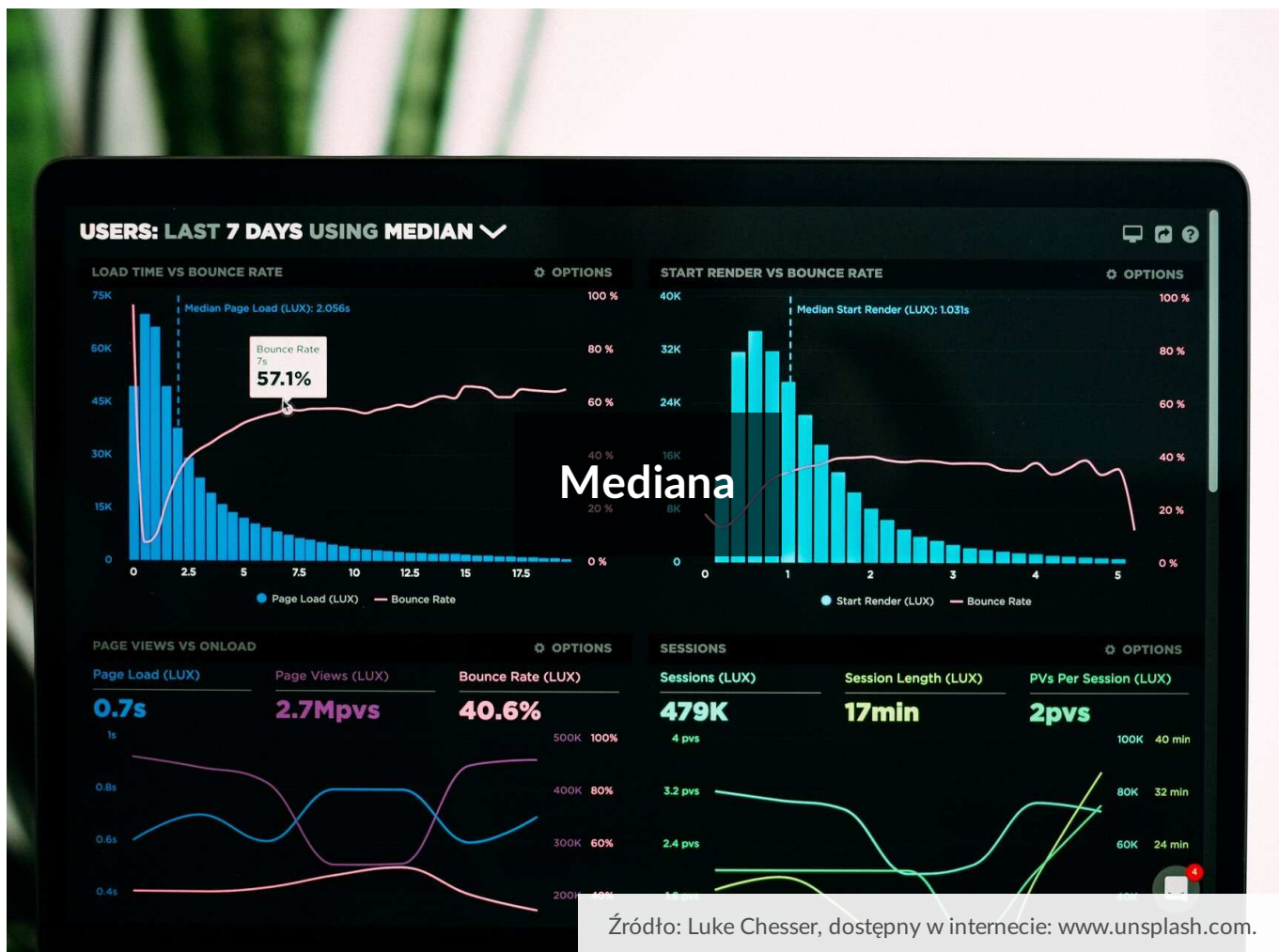




## Mediana

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Galeria zdjęć interaktywnych](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Mediana, podobnie jak średnia arytmetyczna, należy do tak zwanych miar tendencji centralnej, czyli określających „środek” zbioru danych. Czy zatem warto określać medianę, jeśli można obliczyć średnią arytmetyczną?

Okazuje się, że tak. Bowiem średnia arytmetyczna jest mało „odporna” na wartości „odstające” w szeregu danych. Na przykład średnia arytmetyczna zarobków 3 pracowników, z których każdy zarabia 3000 zł i dyrektora, który zarabia 20000 zł jest równa aż 7250 zł, natomiast mediana 3000 zł. Widać więc, że w tym przypadku mediana znacznie bardziej oddaje stan faktyczny zarobków w firmie niż średnia arytmetyczna.

W jaki sposób oblicza się medianę i jakie ma własności, pokażemy w tym materiale. Zapoznaj się z nim, a na pewno umiejętności, które ukształtujesz, pomogą Ci w przyszłości unikać „pułapek” w interpretacji średniej arytmetycznej.

## Twoje cele

- Poznasz sposoby obliczania mediany zestawu danych.
- Zinterpretujesz medianę danych zapisanych w postaci uporządkowanego szeregu statystycznego.
- Wybierzesz najdogodniejszy sposób wyznaczenia mediany zestawu danych.

- Określisz różnicę między średnią arytmetyczną a medianą tego samego zestawu danych.

# Przeczytaj

---

## Mediana – co to takiego?

**Mediana**, zwana inaczej wartością środkową, zajmuje środkową pozycję w uporządkowanym szeregu statystycznym.

Będziemy ją oznaczać literą  $M$ .

Zatem, aby wyznaczyć medianę, należy najpierw uszeregować dane, zgodnie ze wzrostem ich wartości. Mediana dzieli ciąg tych danych na dwie równoliczne części w ten sposób, że elementy jednej z tych części są nie większe od mediany, a drugiej z tych części – nie mniejsze od mediany.

**Mediana** jest **miarą mianowaną**. Ma takie same miano jak badana cecha statystyczna.

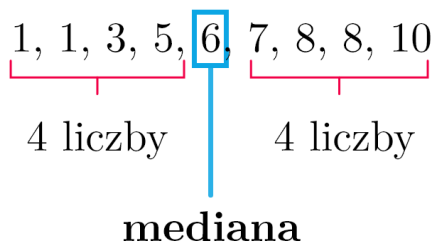
Można ją wyznaczyć dla każdego szeregu statystycznego.

Sposób wyznaczania mediany zależy od typu szeregu statystycznego oraz liczby danych.

## Mediana nieparzystej liczby danych

W przypadku uporządkowanego zestawu danych o nieparzystej liczebności, mediana jest środkowym elementem zestawu.

Na przykład mediana zestawu liczb: 1, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 8, 10 jest równa 6.



### Przykład 1

Wyznamy medianę zestawu liczb: 1, 6, 2, 8, 5, 4, 3.

Porządkujemy zestaw danych: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8.

Jest 7 liczb. Środkowa to liczba 4 (z prawej i lewej strony liczby 4 znajdują się po 3 elementy).

1, 2, 3, 4, 5, 6, 8

$$M = 4$$

### Przykład 2

Grupę dziewcząt zapytano: *Ile uprawiasz dyscyplin sportowych?*

Otrzymano następujące dane: 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3.

Określimy medianę tego zestawu danych.

Uzyskany szereg statystyczny jest już uporządkowany. Liczba elementów jest nieparzysta, zatem medianą będzie wartość środkowa, równa 1.

0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3

$$M = 1$$

Interpretacja wyniku: połowa dziewcząt nie uprawia żadnej dyscypliny sportowej lub uprawia jedną, a druga połowa uprawia co najmniej jedną dyscyplinę sportową.

### Ważne!

#### Mediana nieparzystej liczby danych

Niech liczby  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$  będą uporządkowanym niemalejąco zbiorem wszystkich danych. Jeśli  $n$  jest liczbą nieparzystą, to medianą liczb  $x_1, x_2, \dots, x_n$  jest liczba  $x_k$ , gdzie  $k = \frac{n+1}{2}$ .

Zatem:

$$M = x_{\frac{n+1}{2}}.$$

### Przykład 3

Wyznamy medianę danych, korzystając z uporządkowanego szeregu statystycznego.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
1	2	3	10	20	40	50

Liczba elementów szeregu:  $n = 7$ .

Medianą jest liczba  $x_k$ , gdzie  $k = \frac{7+1}{2} = 4$ .

Stąd  $M = x_4 = 10$ .

Medianą zestawu danych jest liczba 10.

## Mediana parzystej liczby danych

W przypadku, gdy liczba danych jest parzysta, to „w środku” szeregu uporządkowanego znajdują się dwie liczby. Medianą jest wtedy średnia arytmetyczna tych liczb.

$$\begin{array}{c}
 4, 6, 8, \boxed{8, 9}, 11, 13, 15 \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\
 3 \text{ liczby} \quad \quad \quad 3 \text{ liczby} \\
 \quad \quad \quad \downarrow \\
 \quad \quad \quad \text{mediana} \\
 \quad \quad \quad \frac{8 + 9}{2} = 8,5
 \end{array}$$

### Przykład 4

Wyznamy medianę zestawu danych: 1, 4, 4, 6, 1, 1, 5, 2.

Porządkujemy dane: 1, 1, 1, 2, 4, 4, 5, 6.

Liczba danych jest parzysta. Gdybyśmy zaznaczyli prostą, dzielącą zbiór danych na dwie równe części, to mediana byłaby średnią arytmetyczną dwóch liczb, sąsiadujących z prawej i lewej strony z linią podziału. Czyli dwóch liczb „środkowych”.

1, 1, 1, 2, 4, 4, 5, 6

$$M = \frac{2 + 4}{2} = 3$$

Medianą danego zbioru danych jest liczba 3.

### Przykład 5

Określmy medianę wieku grupy 6 osób, od których uzyskano następujące dane: 10 lat, 14 lat, 20 lat, 18 lat, 16 lat, 25 lat.

Tworzymy szereg uporządkowany: 10, 14, 16, 18, 20, 25.

Liczba danych jest parzysta. Obliczamy średnią arytmetyczną dwóch liczb „środkowych”.

$$\frac{16+18}{2} = 17$$

$$M = 17 \text{ lat}$$

Mediana wieku badanej grupy osób jest równa 17 lat.

Interpretacja mediany: 50% badanych osób ma wiek mniejszy bądź równy 17 lat, 50% badanych osób ma wiek większy bądź równy 17 lat.

### Ważne!

#### Mediana parzystej liczby danych

Niech liczby  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$  będą uporządkowanym niemalejąco zbiorem wszystkich danych. Jeśli  $n$  jest liczbą parzystą, to medianą liczb  $x_1, x_2, \dots, x_n$  jest liczba  $M = \frac{x_k + x_{k+1}}{2}$ , gdzie  $k = \frac{n}{2}$ .

### Przykład 6

Wyznamy medianę danych, korzystając z uporządkowanego szeregu statystycznego.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
-1	-2	0	4	10	12	50	57

Liczba elementów szeregu:  $n = 8$ .

Medianą jest liczba  $\frac{x_k + x_{k+1}}{2}$ , gdzie  $k = \frac{8}{2} = 4$ .

Stąd:

$$M = \frac{x_4 + x_5}{2} = \frac{4 + 10}{2} = 7$$

Medianą zestawu danych jest liczba 7.

## Słownik

### mediana

mediana uporządkowanego niemalejąco zestawu liczb  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , to:

- liczba  $x_{\frac{n+1}{2}}$ , gdy  $n$  jest liczbą nieparzystą
- liczba  $\frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$ , gdy  $n$  jest liczbą parzystą

# Galeria zdjęć interaktywnych

---

## Polecenie 1

Zaproponuj sposób wyznaczenia mediany, gdy dane zgrupowane są w szereg rozdzielczy punktowy lub w szereg rozdzielczy o przedziałach klasowych.

Porównaj swój sposób z podanym w galerii zdjęć interaktywnych.

---

## Polecenie 2

Znajdź medianę poniższego zestawu danych.

<b>Wartość</b>	1	2	4	10
<b>Liczebność</b>	1	1	6	15

# Sprawdź się

---

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



W tabeli podano procentowy podział uczniów ze względu na liczbę posiadanych zwierząt domowych.

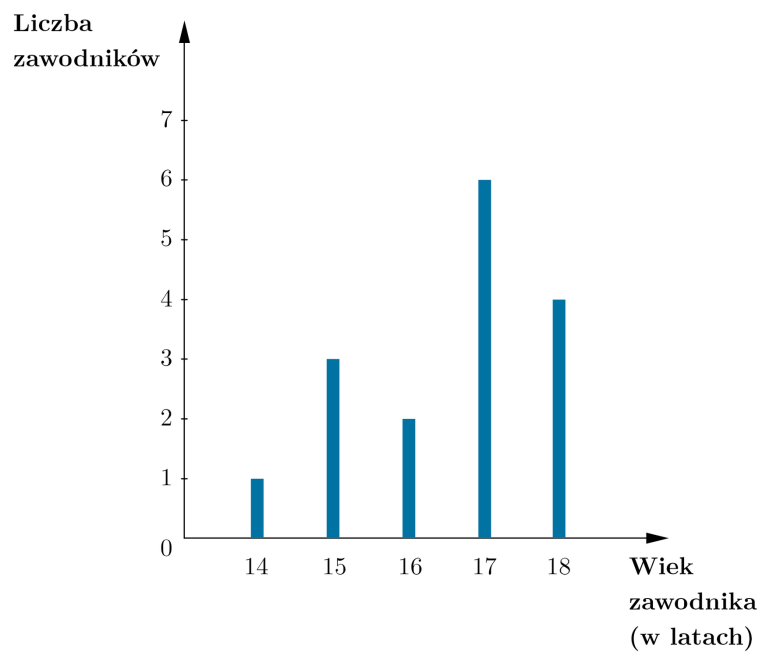
Liczba zwierząt	Liczba uczniów
0	10%
1	50%
2	30%
4	10%

## Ćwiczenie 8



Na wykresie przedstawiono dane dotyczące wieku zawodników uczestniczących w biegach przełajowych.

Znajdź medianę wieku tych zawodników.



# Dla nauczyciela

---

**Autor:** Justyna Cybulska

**Przedmiot:** Matematyka

**Temat: Mediana**

**Grupa docelowa:**

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

**Podstawa programowa:**

XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Zakres podstawowy.

Uczeń:

3) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę.

**Kształtowane kompetencje kluczowe:**

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

**Cele operacyjne:**

Uczeń:

- wyznacza medianę zestawu danych
- analizuje, porządkuje dane i określa medianę zestawu
- interpretuje wyniki badań, na podstawie wyznaczonej mediany
- porównuje medianę z innymi miarami tendencji centralnej i dobiera właściwą miarę do danej sytuacji

**Strategie nauczania:**

- konstruktywizm
- konektywizm

**Metody i techniki nauczania:**

- okrągły stół

- metoda tekstu przewodniego
- ikonografia

### **Formy pracy:**

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

### **Środki dydaktyczne:**

- komputery z dostępem do Internetu w takiej liczbie, żeby każdy uczeń miał do dyspozycji komputer

### **Przebieg lekcji**

#### **Przed lekcją:**

1. Nauczyciel prosi uczniów, aby w domu przypomnieli sobie podstawowe pojęcia statystyczne.
2. Chętni uczniowie mogą w domu znaleźć w prasie codziennej przykłady artykułów, opierających się na badaniach statystycznych i przynieść te artykuły na lekcję.

#### **Faza wstępna:**

1. Uczniowie wspólnie przypominają poznane do tej pory miary tendencji centralnej (średnią arytmetyczną, średnią ważoną). Podają przykłady ich zastosowań.
2. Nauczyciel przedstawia sytuację, w której wykorzystanie średniej arytmetycznej nie opisuje dobrze istniejącego stanu rzeczy (np. średni wzrost w grupie składającej się z kilkorga dzieci o wzroście 100 cm i 2 wysokich dorosłych), zwracając przy tym uwagę na konieczność wykorzystania innej miary tendencji centralnej.
3. Nauczyciel podaje temat, cele zajęć i kryteria sukcesu.

#### **Faza realizacyjna:**

1. Uczniowie pracują w 2 grupach, metodą tekstu przewodniego – wykorzystując odpowiednie treści z sekcji „Przeczytaj”.  
Celem 1 grupy jest poznanie sposobu wyznaczania mediany w przypadku nieparzystej liczby danych, a grupy 2 – w przypadku parzystej liczby danych.
2. Wszyscy uczniowie spotykają się przy „okrągłym stole”. Zadaniem przedstawicieli grup jest przekazanie zdobytej wiedzy i zaopatrzenie pozostałych uczniów w umiejętności potrzebne do wyznaczenia mediany zestawu danych odpowiednio nieparzystych i parzystych.
3. Dyskusja – dlaczego w niektórych przypadkach istotne jest wyznaczanie mediany zestawu danych (ze zwróceniem uwagi, że średniej nie można wyznaczyć w przypadku

danych nie liczbowych).

4. Uczniowie ponownie pracują w 2 grupach. Tym razem zapoznają się z galerią zdjęć interaktywnych – grupa 1 ze sposobem wyznaczania mediany w przypadku danych zgrupowanych w szereg rozdzielczy punktowy, a druga grupa – w szereg rozdzielczy o przedziałach klasowych.
5. Spotkanie przy „okrągłym stole” – wzajemne uczenie się jak wyznaczać medianę danych zgrupowanych w szeregi rozdzielcze.
6. Dyskusja – w jakich przypadkach zestaw danych lepiej charakteryzuje średnia, a w jakich mediana.

### **Faza podsumowująca:**

1. W ramach podsumowania uczniowie wspólnie, metodą ikonograficzną zbierają najważniejsze wiadomości na temat mediany.
2. Przedstawiciele grup omawiają najważniejsze elementy, jakie były omawiane w trakcie lekcji, zwracają uwagę na mocne i słabe strony pracy uczniów, problemy jakie pojawiły się w czasie pracy.
3. Nauczyciel ocenia pracę uczniów pod kątem osiągniętych celów zajęć i zakładanych kryteriów.

### **Praca domowa:**

Uczniowie w domu mają za zadanie wykonanie ćwiczeń interaktywnych

### **Materiały pomocnicze:**

[Średnia, mediana, dominanta](#)

### **Wskazówki metodyczne:**

Galeria zdjęć interaktywnych może być wykorzystana do pracy indywidualnej uczniów lub pracy w parach.