



Mnożenie sum algebraicznych

Materiał zawiera ilustracje (fotografie, obrazy, rysunki), ćwiczenia, w tym interaktywne.

Ilustracje: mnożenie sum algebraicznych.

Ćwiczenia: mnożenie sum algebraicznych, zamiana iloczynu na sumę, zapisywanie treści zadań w postaci wyrażeń algebraicznych.

Mnożenie sum algebraicznych

W tym materiale znajdziesz informacje na temat mnożenia sum algebraicznych, przykłady mnożenia takich sum oraz ćwiczenia sprawdzające tą umiejętność. Wykorzystasz tu swoją wiedzę na temat mnożenia jednomianów. Jeśli potrzebujesz dodatkowych informacji na temat działań na jednomianach zajrzyj do materiału [Mnożenie i dzielenie sumy algebraicznej przez jednomian](#).

Zapamiętaj!

Aby pomnożyć przez siebie dwie sumy algebraiczne, mnożymy każdy wyraz pierwszej sumy przez każdy wyraz drugiej sumy.

Przykład 1

Pomnożymy przez siebie sumy algebraiczne:

$$\begin{aligned}(2x - 3y)(-x + 5y) &= -2x \cdot x + 2x \cdot 5y + 3y \cdot x - 3y \cdot 5y = \\ &= -2x^2 + 10xy + 3xy - 15y^2 = -2x^2 + 13xy - 15y^2.\end{aligned}$$

Przykład 2

Pomnożymy przez siebie sumy algebraiczne, wykorzystując prawa działań na potęgach o wykładniku naturalnym.

$$\begin{aligned}(3a^2b - 5b)(-4ab + 3b) &= \\ &= -3a^2b \cdot 4ab + 3a^2b \cdot 3b + 5b \cdot 4ab - 5b \cdot 3b = -12a^3b^2 + 9a^2b^2 + 20ab^2 - 15b^2.\end{aligned}$$

Przykład 3

Pomnożymy przez siebie trzy sumy algebraiczne

$$(2x + 3y)(x - 2y)(-3x + y).$$

W pierwszej kolejności mnożymy przez siebie dwie sumy algebraiczne, a następnie wynik tego działania mnożymy przez trzecią sumę.

$$(2x + 3y)(x - 2y)(-3x + y) =$$

$$\begin{aligned}
 &= (2x^2 - 4xy + 3xy - 6y^2)(-3x + y) = \\
 &= (2x^2 - xy - 6y^2)(-3x + y) = \\
 &= -6x^3 + 2x^2y + 3x^2y - xy^2 + 18xy^2 - 6y^3 = \\
 &= -6x^3 + 5x^2y + 17xy^2 - 6y^3.
 \end{aligned}$$

Ćwiczenie 1



Pomnóż sumy algebraiczne.

1. $(-2a + 3b)(8a - 5b)$
2. $(4x^2 - 2y)(-3x + 6y^2)$
3. $(5xy - 3x + 2y)(-3x + 7xy)$
4. $(-2a^3 + 4b - 3)(2b^2 - 5a + 1)$
5. $(-3xy + 2x - 3y)(x - 5y + 3)$
6. $(4ab^2 - 3a^2 + 1)(-3a^2b + 2b - 3)$
7. $(2, 5x^2y - 0, 4x + 1, 2y)(-2xy^2 + 3y - 0, 8x)$
8. $(1\frac{1}{2}a - 2\frac{2}{3}b)(-2ab + \frac{3}{8})$
9. $(-1\frac{3}{4}xy + 4y)(2\frac{1}{2}x - 4xy)$

Ćwiczenie 2



Zapisz iloczyn w postaci sumy. Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi liczbami. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

$$\bullet (\sqrt{7} - \sqrt{2})(-2\sqrt{7} + 3\sqrt{2}) = \boxed{}$$

$$\bullet (\sqrt{5} + 2\sqrt{6})(-\sqrt{15} + \sqrt{2}) = \boxed{}$$

$$\bullet (\sqrt{5} + 3)(3\sqrt{5} - 4) = \boxed{}$$

$$\bullet (\sqrt{6} - 2\sqrt{2})(\sqrt{3} - 3\sqrt{6}) = \boxed{}$$

$$\bullet (-5\sqrt{3} + 4\sqrt{2})(2\sqrt{6} - 5) = \boxed{}$$

$$3\sqrt{5} + 12 - 2\sqrt{5} - 7\sqrt{3}$$

$$-50\sqrt{2} + 41\sqrt{3}$$

$$3 - 2\sqrt{5}$$

$$-\sqrt{3} - 5\sqrt{10}$$

$$50\sqrt{4} - 31\sqrt{5}$$

$$-20 + 5\sqrt{14}$$

$$3\sqrt{2} - 18 - 2\sqrt{6} + 12\sqrt{3}$$

$$3 + 5\sqrt{5}$$

$$\sqrt{6} - 5\sqrt{2}$$

$$-10 - 5\sqrt{8}$$

$$6 + 5\sqrt{2}$$

$$-\sqrt{3} + 10\sqrt{5}$$

$$-25\sqrt{2} + 47\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{4} - 16 - 2\sqrt{4} + 12\sqrt{8}$$

$$25 + 5\sqrt{12}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Poniżej przedstawiono iloczyny sum algebraicznych oraz wyniki tych iloczynów. Połącz w pary iloczyny z odpowiednimi wynikami.

$$(2, 5x^2y^2 - 4xy^3)(-2 + 8x)$$

$$-12x^2y^3 + 6xy^3 + 16x^2y - 8xy$$

$$(-3xy^2 + 4x)(4xy - 2y)$$

$$-6x^2y + 12x^2 + 15xy^2 - 30xy$$

$$(1\frac{1}{2}x - 3\frac{3}{4}y)(-4xy + 8x)$$

$$-6x^2 + 22xy - 12y^2$$

$$(\sqrt{2}x - 3\sqrt{2}y)(-\sqrt{18}x + \sqrt{8}y)$$

$$-11x^2y^2 + 12x^3y + 2,5xy^3$$

$$(1, 2xy - 0,5y^2)(-5xy + 10x^2)$$

$$-5x^2y^2 + 20x^3y^2 + 8xy^3 - 32x^2y^3$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi jednomianami. Kliknij w lukę aby wyświetlić listę rozwijalną i wybierz właściwą odpowiedź.

$$\bullet (2ab - 3b^2)(-2,5a + 5b^2) = \boxed{} + 10ab^3 + 7,5ab^2 - 15b^4$$

$$\bullet (-4xy + 5x)(2x^2y - xy^2) = -8x^3y^2 + \boxed{} + 10x^3y - 5x^2y^2$$

$$\bullet (1,5a^3b - 2,2ab^2)(-4a + 3,5ab) = -6a^4b + \boxed{} + 8,8a^2b^2 - 7,7a^2b^3$$

$$\bullet \left(1\frac{1}{2}x - 4,5y^2\right)(-2y^2 + 3x) = \boxed{} + 4,5x^2 + 9y^4 - 13,5xy^2 = \\ = \boxed{} + 4,5x^2 + 9y^4$$

$$\bullet (5,5xy - 1,2y)(\boxed{} + 10y) = -11x^2y + 55xy^2 + 2,4xy - 12y^2$$

$$\bullet (4a^2b^2 + \boxed{})(-2ab + 5a) = -8a^3b^3 + 20a^3b^2 - 6ab^3 + 15ab^2$$

$-3xy^2$

$7xy^2$

$-16,5xy^2$

$2x$

$-5a^2b$

$3b$

$-2x$

$4x^2y^3$

a^2b

$3b^2$

$5\frac{1}{4}a^4b^2$

Ćwiczenie 5



Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi wyrażeniami. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz właściwą odpowiedź.

• $(2a - 3)(a + 1)(-3a + 4) =$

• $(4x + 2y)(-5x - y)(3y - x) =$

• $(2a + 3b)(3b - 2a)(a - b) =$

• $(5x - 4)(-x + 3)(2x + 1) =$

$15x^3 + 33x^3 + 25x - 12$

$-6a^2 - 11a^2 + 5a + 10$

$18ab^3 + 9b^2 - 4a^2 - 2a^3b$

$-46x^2y - 40xy^2 + 20x^3 - 6y^3$

$12ab^2 - 9b^3 + 4a^3 + 6a^3b$

$-44x^2y + 40xy^3 + 20x^3 + 6y^2$

$6a^3 + 11a^3 - 5a - 14$

$-6a^3 + 11a^2 + 5a - 12$

$48x^3y - 40xy^3 - 20x^2 - 6y^2$

$-5x^2 - 33x^3 - 10x + 12$

$-10x^3 + 33x^2 - 5x - 12$

$9ab^2 - 9b^3 - 4a^3 + 4a^2b$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi jednomianami. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz właściwą odpowiedź.

$$\bullet (-5y + 1)(2y - 3)(y + 2) = -10y^3 - \boxed{}y^2 + 31y - 6$$

$$\bullet (3x + 2y)(-x - 3y)(x - 3) = -3x^3 + 9x^2 - 11x^2y + \boxed{} - 6xy^2 + 18y^2$$

$$\bullet (-2a + 4b)(a - b)(4a - 2b) = -8a^3 + \boxed{} - 28ab^2 + 8b^3$$

$$\bullet (7x - 3)(3y + 2)(x - y) = 21x^2y - 21xy^2 + 14x^2 - \boxed{} + 9y^2 - 6x + 6y$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



W jakiej postaci można zapisać objętość sześcianu o krawędzi długości $x - 1$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $x^3 - 3x^2 - x^3 - 3x^2 - 3x + 1$

☐ $x^3 - 3x^2 + 3x + 1$

☐ $x^3 + 3x^2 - 3x - 1$

☐ $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐

Wyrażenia $(x - 4y)(4y + x)$ i $16y^2 - x^2$ są równe.

☐

Pole rombu, którego dłuższą przekątną o długości $4x$ wydłużono o $2y$, a krótszą przekątną o długości y skrócono o $2x$, wynosi $2y^2 - 8x^2$.

☐

Pole kwadratu o boku $5x - 1$ można zapisać w postaci $25x^2 - 10x + 1$.

☐

Mnożąc sumy algebraiczne $(-2\sqrt{3}x + 4y)(\sqrt{12}y - 2x)$, otrzymamy $-20xy + 4\sqrt{3}x^2 + 8\sqrt{3}y^2$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości $2x$ i $y - 1$. O ile zwiększy się pole tego trójkąta, jeżeli każdą z nich zwiększymy o 4? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐

$7x + 2y - 6$

☐

$4x + 2y + 6$

☐

$2x - 6y + 4$

☐

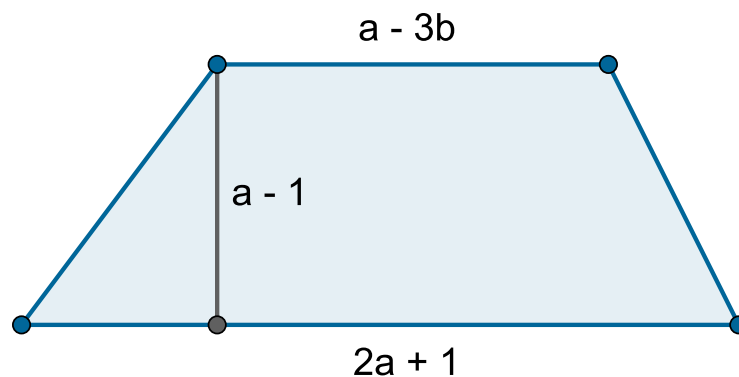
$6x - 4y + 2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego pole poniższego trapezu.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij zdanie, przeciągając w lukę odpowiednie wyrażenie algebraiczne lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Pole powyższego trapezu można zapisać wyrażeniem .

$$2,8a^2 + a - 1,5ab + 1,5b + \frac{4}{2}$$

$$1,4a^3 - a - 1,5ab - 3,5b + \frac{7}{2}$$

$$3,2a^5 + a - 1,5ab - 4,5b + \frac{6}{2}$$

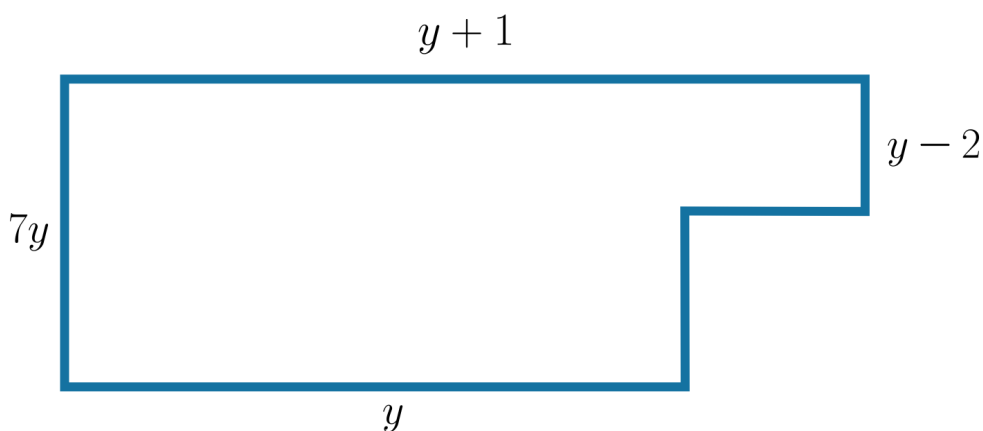
$$1,5a^2 - a - 1,5ab + 1,5b - \frac{1}{2}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Jakie wyrażenie algebraiczne opisuje pole wielokąta przedstawionego na rysunku poniżej?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij zdanie, przeciągając w lukę odpowiednie wyrażenie algebraiczne lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Pole tego wielokąta opisuje wyrażenie .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



W poniedziałek w księgarni sprzedano x książek, z których każda kosztowała y złotych. Następnego dnia cenę książki obniżono o 5 zł i wtedy sprzedano o 20 książek więcej niż pierwszego dnia. Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego, ile pieniędzy uzyskała księgarnia ze sprzedaży książek w ciągu dwóch dni. Uzupełnij poniższe zdanie odpowiednim wyrażeniem algebraicznym. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

Odpowiedź: Księgarnia uzyskała pieniędzy.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Wokół kwadratowego klombu o boku $3a$ metrów biegnie ścieżka o szerokości 2,5 metra. Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego pole powierzchni zajmowane przez klomb wraz ze ścieżką. Uzupełnij poniższe zdanie odpowiednim wyrażeniem algebraicznym. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

Odpowiedź: Pole powierzchni wynosi .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Prostokątny obraz umieszczono w ramie. Obraz wraz z ramą ma długość $3x + 20$ cm i szerokość $2x + 15$ cm. Jakie jest pole powierzchni obrazu, jeżeli szerokość ramy wynosi 18 cm?

Uzupełnij poniższe zdanie odpowiednim wyrażeniem algebraicznym. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Odpowiedź: Pole powierzchni obrazu wynosi .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z jednego wierzchołka wynoszą $2x$, $3y$ i z . Jaką objętość będzie miał prostopadłościan, którego każda z krawędzi ma długość o 1 większą? Uzupełnij poniższe zdanie odpowiednim wyrażeniem algebraicznym. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

Odpowiedź: Objętość prostopadłościanu wynosi .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Uzupełnij poniższe zdania odpowiednimi wyrażeniami algebraicznymi. Kliknij w lukę aby wyświetlić listę rozwijalną i wybierz poprawną odpowiedź.

1. Iloczyn trzech kolejnych liczb naturalnych, z których największa jest równa n to .

2. Iloczyn dwóch kolejnych liczb nieparzystych, z których mniejsza jest równa $2n + 1$ to

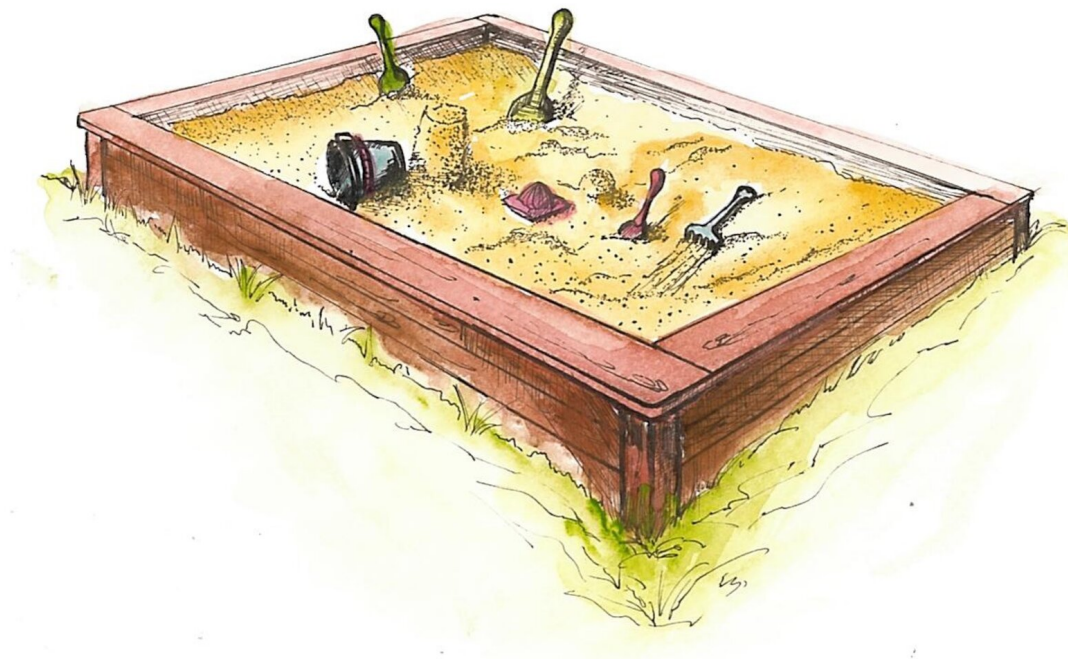
3. Iloczyn trzech kolejnych liczb parzystych, z których najmniejsza jest równa $2n$ to .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Piaskownica jest prostokątem o długości $2a$ metrów b centymetrów i szerokości $3b$ metrów a centymetrów. Ile metrów kwadratowych ma pole powierzchni piaskownicy? Uzupełnij poniższe zdanie odpowiednim wyrażeniem algebraicznym. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Odpowiedź: Pole powierzchni piaskownicy wynosi metrów kwadratowych.

$$6ab + \frac{a^2}{25} + \frac{3b^2}{125} + \frac{ab}{11000}$$

$$4ab + \frac{a^2}{75} + \frac{9b^2}{115} + \frac{ab}{15000}$$

$$6ab + \frac{a^2}{100} + \frac{3b^2}{100} + \frac{ab}{5000}$$

$$6ab + \frac{a^2}{50} + \frac{3b^2}{100} + \frac{ab}{10000}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.