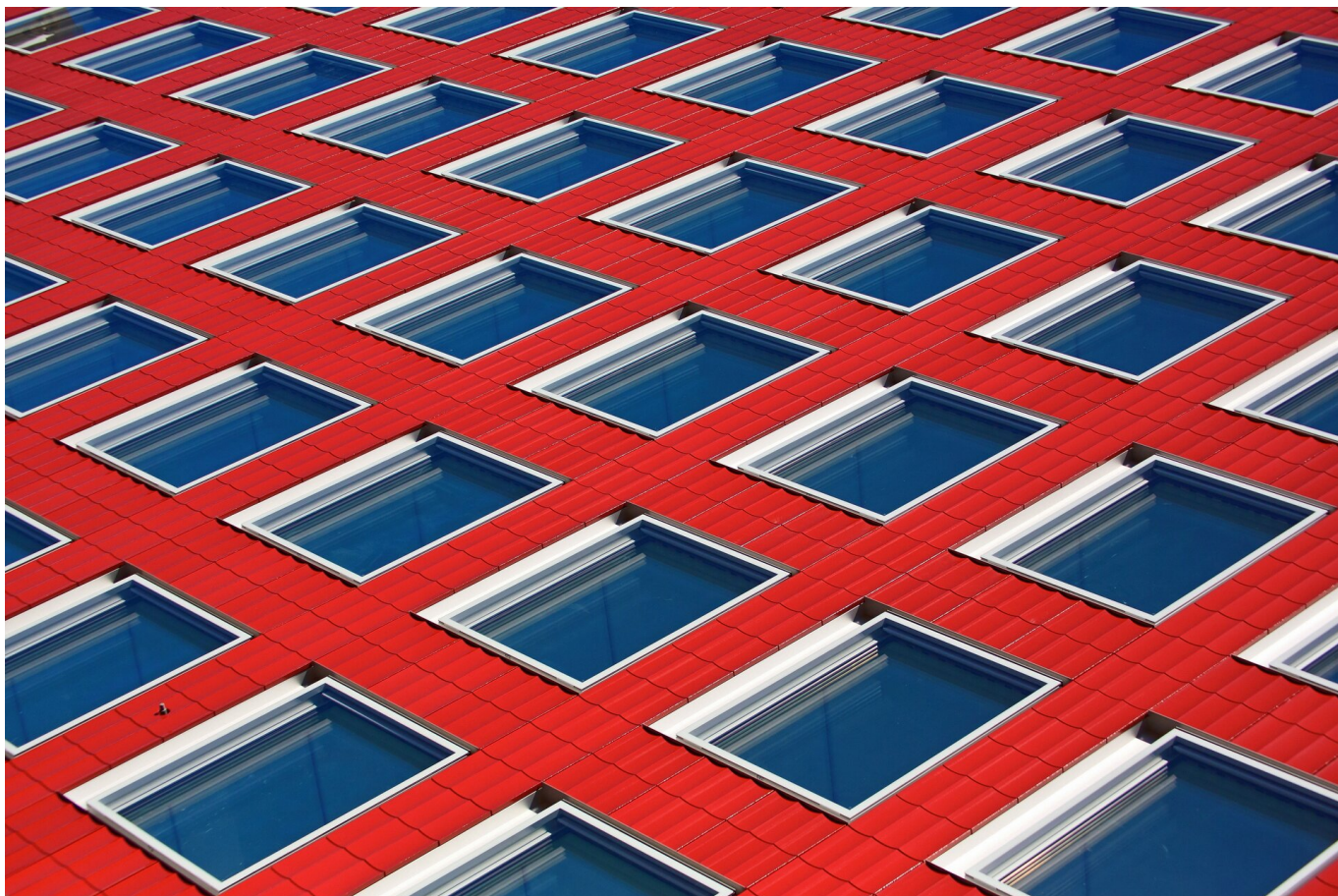




Dyskusja liczby rozwiązań równania kwadratowego niezupełnego z parametrem

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Galeria zdjęć interaktywnych](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Dyskusja liczby rozwiązań równania kwadratowego niezupełnego z parametrem

Źródło: dostępny w internecie: pxfuel.com, domena publiczna.

W tym materiale zajmiemy się dyskusją liczby rozwiązań równania kwadratowego niezupełnego z parametrem. Analiza ta będzie polegała na zbadaniu liczby rozwiązań równania w zależności od parametru, czyli na podaniu takich wartości, dla których równanie ma dokładnie jedno rozwiązanie, dwa rozwiązania lub jest sprzeczne.

Obliczymy również wartość parametru, dla którego podana liczba jest rozwiązaniem równania.

Twoje cele

- Obliczysz wartość parametru, dla którego rozwiązaniem jest podana liczba.
- Zbadasz liczbę rozwiązań równania kwadratowego w zależności od parametru występującego w równaniu.
- Znajdziesz wszystkie takie wartości rzeczywiste parametru, aby rozwiązania równania kwadratowego spełniały określony warunek.

Przeczytaj

Definicja: Równanie kwadratowe niezupełne

Równanie postaci $ax^2 + bx + c = 0$, dla $a \neq 0$, $b = 0$ lub $c = 0$.

Parametry w matematyce najczęściej oznaczają się początkowymi literami alfabetu, np. a, b lub symbolami m, n, p, s . Końcowe litery alfabetu często używane są jako zmienne, choć nie jest to regułą. Dlatego w poleceniu zadania często pojawia się informacja, która litera jest zmienną, a która parametrem.

Zwróć uwagę na oznaczenia parametrów w poniższych przykładach.

Przykład 1

Znajdziemy wszystkie rzeczywiste wartości parametru k , dla których jednym z rozwiązań równania kwadratowego niezupełnego $3kx^2 - (k + 1) \cdot x = 0$ z niewiadomą x jest liczba (-2) .

Do równania podstawimy w miejsce x liczbę (-2) .

$$3k(-2)^2 - (k + 1) \cdot (-2) = 0$$

$$12k + 2k + 2 = 0$$

$$14k = -2$$

$$k = -\frac{1}{7}$$

Aby jednym z rozwiązań równania niezupełnego $3k \cdot x^2 - (k + 1) \cdot x = 0$ była liczba (-2) parametr

$$k = -\frac{1}{7}.$$

Przykład 2

Dla jakich wartości parametru k równanie $x^2 - 2k^2x - x = 0$ z niewiadomą x ma dwa rozwiązania, z których jedno jest równe 0, a drugie jest liczbą dodatnią?

Najpierw uporządkujemy i zapiszemy równanie kwadratowe w postaci iloczynowej.

$$x^2 - (2k^2 + 1)x = 0$$

$$x[x - (2k^2 + 1)] = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x = 2k^2 + 1$$

Wyrażenie $2k^2 + 1 > 0$ dla dowolnego $k \in \mathbb{R}$.

Warunki zadania są spełnione dla $k \in \mathbb{R}$.

Przykład 3

Dla jakich wartości parametru m równanie kwadratowe niezupełne $x^2 + 4 = m^2$ z niewiadomą x ma dokładnie jedno rozwiązanie?

$$x^2 + 4 = m^2$$

$$x^2 = m^2 - 4$$

$$m^2 - 4 = 0$$

$$(m - 2)(m + 2) = 0$$

$$m = 2 \text{ lub } m = -2$$

Aby równanie miało jedno rozwiązanie $m = -2$ lub $m = 2$.

Przykład 4

Ustalimy, dla jakich wartości parametru k rozwiązaniem równania $x^2 - k^2 + 6k - 9 = 0$ są liczby x_1, x_2 spełniające warunek $|x_1 - x_2| = 4$.

$$x^2 - k^2 + 6k - 9 = 0$$

$$x^2 = k^2 - 6k + 9$$

$$x^2 = (k - 3)^2$$

$$\text{Czyli } x_1 = k - 3 \text{ lub } x_2 = -k + 3$$

$$|x_1 - x_2| = |k - 3 - (-k + 3)| = |k - 3 + k - 3| = |2k - 6|$$

$$|2k - 6| = 4$$

Korzystając z własności wartości bezwzględnej otrzymujemy:

$$2k - 6 = 4 \text{ lub } 2k - 6 = -4$$

$$2k = 10 \text{ lub } 2k = 2$$

$$k = 5 \text{ lub } k = 1$$

Przykład 5

Określmy, kiedy równanie $|x^2 - 9| = m - 1$ jest sprzeczne.

Aby równanie było sprzeczne wyrażenie $m - 1$ musi być liczbą ujemną.

$$m - 1 < 0$$

$$m < 1$$

Aby równanie było sprzeczne $m \in (-\infty, 1)$.

Słownik

równanie kwadratowe niezupełne

równanie postaci $ax^2 + bx + c = 0$, dla $a \neq 0$, $b = 0$ lub $c = 0$

Galeria zdjęć interaktywnych

Polecenie 1

Zapoznaj się galerią zdjęć i przeanalizuj sposób przeprowadzenia dyskusji istnienia i liczby rozwiązań równania w zależności od parametru m .

Polecenie 2

Określ liczbę pierwiastków równania $mx^2 - 2 = 0$ w zależności od parametru m .

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Zaznacz poprawną odpowiedź. Aby jednym z rozwiązań równania $(k + 1)x^2 - 2kx = 0$ z niewiadomą x była liczba (-1) musi zachodzić warunek:

☐ $k = -1$

☐ $k = 0$

☐ $k = \frac{1}{3}$

☐ $k = -\frac{1}{3}$

Ćwiczenie 2



Wpisz w wyznaczone miejsce odpowiednią liczbę.

Aby jednym z rozwiązań równania $(2k + 1)x^2 - 2k^2x - 1 = 0$ z niewiadomą k była liczba (-1) , musi zachodzić warunek:

$x =$.

Ćwiczenie 3



Wpisz w wyznaczone miejsca liczby w kolejności rosnącej.

Rozwiązaniem równania $x^2 - 3x = m^2 - 5$ z niewiadomą x dla $m = \sqrt{5}$ są liczby:

$x =$, $x =$.

Rozwiązaniem równania $x^2 - 3x = m^2 - 5$ z niewiadomą m dla $x = -1$ są liczby:

$m =$, $m =$.

Ćwiczenie 4



Równanie $x^2 + 3m = 6$ jest sprzeczne dla:

☐ $m = 2$

☐ $m > 2$

☐ $m = 0$

☐ $m < 2$

Ćwiczenie 5



Dla jakich wartości parametru m równanie $x^2 + 14 = m^2 - 5m$ z niewiadomą x ma dokładnie jedno rozwiązanie?

Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ -1

☐ -2

☐ 2

☐ 7

☐ -7

☐ 1

Ćwiczenie 6



Określ liczbę pierwiastków równania $m^2 \cdot x^2 = 2$ w zależności od parametru m . Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ Dla $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ równanie ma dwa rzeczywiste rozwiązania.

☐ Dla $m > 0$ jednym z rozwiązań równania jest liczba 0.

☐ Równanie nigdy nie posiada jednego rozwiązania.

☐ Dla $m < 0$ równanie jest sprzeczne.

☐ Dla $m = 0$ równanie nie posiada rozwiązania.

Ćwiczenie 7



Dla jakich wartości parametru z rozwiązaniami równania $x^2 = z^2 + 4z + 4$ są liczby x_1, x_2 spełniające warunek $|x_1 - x_2| = 4$?

Przenieś w wyznaczone miejsce odpowiednią liczbę.

$z =$

Ćwiczenie 8



Równanie $|4x^2 - 9| = -2m + 4$ jest sprzeczne dla:

☐ $m > 2$

☐ $m < 2$

☐ $m > -2$

☐ $m = 2$

Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Dyskusja liczby rozwiązań równania kwadratowego niezupełnego z parametrem

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres rozszerzony.

Uczeń:

5) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- oblicza wartość parametru, dla którego rozwiązaniem danego równania jest podana liczba
- bada liczbę rozwiązań równania kwadratowego w zależności od parametru występującego w równaniu
- znajduje wszystkie takie wartości rzeczywiste parametru, aby rozwiązania równania kwadratowego spełniały określony warunek
- przeprowadza rozumowania związane z analizą równania kwadratowego niezupełnego z parametrem

- formułuje wnioski dotyczące liczby rozwiązań równania kwadratowego i uzasadnia ich poprawność

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- śnieżna kula
- dyskusja
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem galerii zdjęć interaktywnych

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają sobie w grupach wiadomości i umiejętności związane ze sposobami rozwiązywania równań liniowych z parametrem.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w grupach metodą śnieżnej kuli. Najpierw wymieniają się w parach wiadomościami dotyczącymi sposobów rozwiązań równania kwadratowego niezupełnego, które przypomnieli w domu. Następnie łączą się w grupy 4 osobowe omawiają przykłady z sekcji „Przeczytaj”.
2. Uczniowie oglądają galerię zdjęć interaktywnych i analizują w dyskusji liczbę rozwiązań równania kwadratowego niezupełnego z parametrem.
3. Uczniowie w parach wykonują ćwiczenia interaktywne wskazane przez nauczyciela. Wspólnie omawiają odpowiedzi.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń interaktywnych.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie rozwiązują przykład 2 umieszczony pod galerią zdjęć interaktywnych.

Materiały pomocnicze:

[Równanie kwadratowe](#)

Wskazówki metodyczne:

Przykłady zawarte w galerii zdjęć interaktywnych uczniowie mogą wykorzystać jako wstęp do zajęć poświęconych rozwiązywaniu równań kwadratowych zupełnych z parametrem.