



Mnożenie sumy algebraicznej przez jednomian

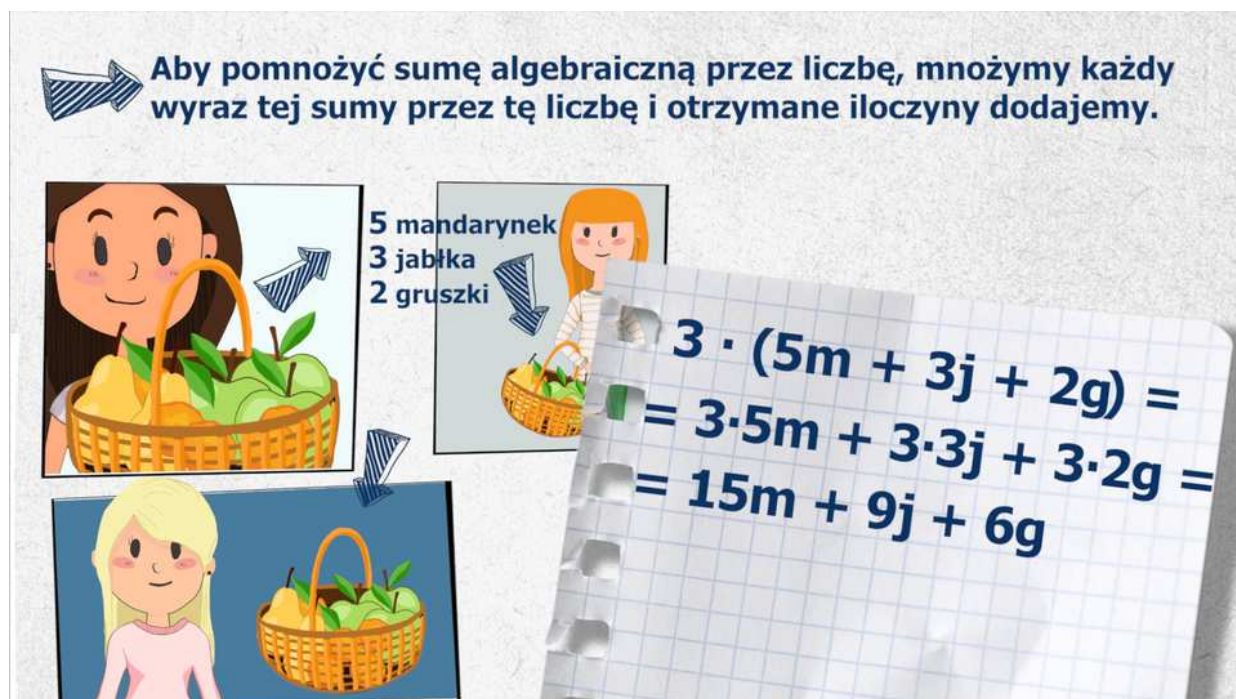
Materiał zawiera filmy, ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Filmy - sposób mnożenia sumy algebraicznej przez liczbę, dzielenie sumy algebraicznej przez liczbę.

Przykłady - mnożenie sumy przez liczbę, przekształcanie sum algebraicznych.

Ćwiczenia- mnożenie (dzielenie) sum algebraicznych przez jednomiany, przekształcanie wyrażeń algebraicznych, wykorzystanie mnożenia jednomianu przez sumę w zadaniach.

Mnożenie sumy algebraicznej przez jednomian



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RgO4nPYIClkWL>

Dział V_M4_Mnozenie jednomianu przez sumę algebraiczną_atrapa_animacja_341

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia jak wykonać przykładowe zadanie, wykorzystując mnożenie sumy algebraicznej przez liczbę.

Przykład 1

Pomnóżmy sumę algebraiczną $3x - 2y + 5$ przez liczbę (-2)

$$-2 \cdot (3x - 2y + 5) = (-2) \cdot 3x - (-2) \cdot 2y + (-2) \cdot 5 = -6x + 4y - 10.$$

Pomnóżmy teraz tę samą sumę przez jednomian $7x$.

$$7x \cdot (3x - 2y + 5) = 7x \cdot 3x - 7x \cdot 2y + 7x \cdot 5 = 21x^2 - 14xy + 35x.$$

Przykład 2



Aby podzielić sumę algebraiczną przez liczbę, należy każdy wyraz tej sumy podzielić przez tę liczbę.
Znak dzielenia możemy zastąpić kreską ułamkową.

$$\frac{(15xy^2 + 3x - 21)}{3} =$$
$$= \frac{15xy^2}{3} + \frac{3x}{3} - \frac{21}{3} = 5xy^2 + x - 7$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R16OhlbPi8j0y>

Dział V_Mnozenie jednomianu przez sume algebraiczna_animacja_atrapa_342

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy podzielić sumę algebraiczną przez liczbę.

Przykład 3

Wykorzystując wiadomości dotyczące dodawania, odejmowania i mnożenia przez jednomian sum algebraicznych, możemy wykonywać działania na sumach algebraicznych. W przypadku wyrażeń algebraicznych obowiązuje taka sama kolejność wykonywania działań, jak dla wyrażeń arytmetycznych.

Zapisujemy w najprostszej postaci:

$$4x(5y - 2) - 7y(3x - 4) + 5(xy - 2x + 8y + 3).$$

W pierwszej kolejności wykonujemy mnożenie

$$\begin{aligned} &4x(5y - 2) - 7y(3x - 4) + 5(xy - 2x + 8y + 3) = \\ &= 4x \cdot 5y - 4x \cdot 2 - 7y \cdot 3x + 7y \cdot 4 + 5 \cdot xy - 5 \cdot 2x + 5 \cdot 8y + 5 \cdot 3 = \\ &= 20xy - 8x - 21xy + 28y + 5xy - 10x + 40y + 15. \end{aligned}$$

W ostatnim etapie wykonana została redukcja wyrazów podobnych.

$$4xy - 18x + 68y + 15.$$

Ćwiczenie 1



Pomnóż jednomian przez sumę algebraiczną, a następnie połącz w pary wyrażenia z wynikami.

$$\frac{2}{3}(6a - 12b + 9)$$

$$-12x^2y + 24xy^2 - 42xy$$

$$(-5x + 7y - 2z) \cdot (-2)$$

$$10x - 14y + 4z$$

$$5(-3x + 12y - 4)$$

$$a - 6a^2$$

$$-2a\left(-\frac{1}{2} + 3a\right)$$

$$4a - 8b + 6$$

$$-20x^2(5x + 2y - 7z)$$

$$-15x + 60y - 20$$

$$m(-4m + 3n - 2)$$

$$-4m^2 + 3mn - 2m$$

$$6xy(-2x + 4y - 7)$$

$$-100x^3 - 40x^2y + 140x^2z$$

$$ab(-10a + 20b - 35)$$

$$-10a^2b + 20ab^2 - 35ab$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Podziel sumę algebraiczną przez liczbę, a następnie połącz w pary wyrażenia z wynikami.

$$(-6m^2 + 9mn - 15) : \frac{1}{3}$$

$$4x^2 + 10x - 8xy + 6y$$

$$\frac{-18ab+9a-27b}{-3}$$

$$-37,5a + 22,5b - 15c$$

$$\frac{10a+15b-35}{5}$$

$$6ab - 3a + 9b$$

$$(-2x^2 - 5x + 4xy - 3y) : (-\frac{1}{2})$$

$$2xy - 3z$$

$$\frac{25a-15b+10c}{-\frac{2}{3}}$$

$$2a + 3b - 7$$

$$(-8xy + 12z) : (-4)$$

$$-18m^2 + 27mn - 45$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi wartościami. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz poprawną odpowiedź w każdej równości.

- $3ab(-4a + 5b - 9) = \boxed{} a^2b + \boxed{} ab^2 - \boxed{} ab$
- $1,5x(-5xy + 20x^2 - 7,5y) = \boxed{} x^2y + \boxed{} x^3 - \boxed{} xy$
- $-1\frac{1}{2}(-3x + 5y - 4) = \boxed{} x - \boxed{} y + \boxed{}$
- $-0,4(5x - 3,5y^2 + 4) = \boxed{} x + \boxed{} y^2 - \boxed{}$
- $-8x(5x - 4xy + 15) = -40\boxed{} + 32\boxed{} - 120\boxed{}$
- $2,5ab(-3a + 10b - 12ab) = -7,5\boxed{} + 25\boxed{} - 30\boxed{}$
- $-0,6k^2(-5k + kl - 10) = 3\boxed{} - 0,6\boxed{} + 6\boxed{}$

7,5

-12

x

30

$4\frac{1}{2}$

-7,5

a^2b

x^2y

1,6

k^3

a^2b^2

27

-2

ab^2

11,25

15

x^2

6

k^2

1,4

k^3l

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi wyrażeniami. Kliknij w lukę aby wyświetlić listę rozwijalną i wybierz poprawną odpowiedź w każdej równości.

- $5x(2y + \boxed{}) = \boxed{} + 15x^2y$
- $-8xy(\boxed{} - 2y) = 40xy + \boxed{}$
- $4xy^2(-9x + \boxed{}) = \boxed{} + 16xy^3$
- $-10y(-2x - \boxed{}) = \boxed{} + 25xy^2$
- $2x^2(\boxed{} - 8y^2) = -8x^2y - \boxed{}$

-5 $20xy$ $16xy^2$ $4y$ $16x^2y^2$ $10xy$ $-4y$ $3xy$ $-36x^2y^2$ $2,5xy$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Wykonaj działania, a następnie połącz dane wyrażenie z uzyskanym wynikiem.

$$4(x + 5)$$

$$4x + 20$$

$$(-12x + 4y) : 4$$

$$14xy - 8y$$

$$(8xy - 4) : 2$$

$$4x^2y - 20xy$$

$$2y(7x - 4)$$

$$2x - 5y$$

$$4xy(x - 5)$$

$$y - 3x$$

$$4x(x + 5)$$

$$4x^2 + 20x$$

$$-3(2x - 7y)$$

$$-6x + 21y$$

$$\frac{6x - 15y}{3}$$

$$4xy - 2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Wykonaj działania, a następnie połącz dane wyrażenie z uzyskanym wynikiem.

$$2xy^2(-4x + 2) - 3xy(6x - 8) + 5x^2(-$$

$$-6x^2y + 19x + 8y - 14xy$$

$$k(-kl^2 + 8kl) - 4k^2(l^2 - 5l) - (2k^2l$$

$$-10x^2y + 23xy^2 - 24xy - 4y$$

$$-3xy(2x - 5y + 8) - 4y(x^2 - 2xy +$$

$$-32k^2l + 44kl^2 + 24kl - 8l$$

$$3x(-xy + 4) + 2y(x^2 - 7x + 4) + (-$$

$$-7k^2l^2 + 28k^2l + 9$$

$$8kl(-2k + 4l + 3) - 2l(8k^2 - 6kl + 4)$$

$$-8x^2y^2 + 4xy^2 - 28x^2y + 24xy + 35$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Zapisz bez użycia nawiasów wyrażenia algebraiczne redukując wyrazy podobne, a następnie oblicz jego wartość liczbową i uzupełnij puste pola. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz właściwą odpowiedź.

- $4(a + 3b) + 2(a - 4b)$, dla $a = 0,5$ i $b = -3$, skrócony zapis to .
- $-2(x^2 + y) - 3(4y - 2x^2)$, dla $x = -2$ i $y = -4$, skrócony zapis to .
- $5(x + 2y - 3z) - 4(-3x + 4y - z)$, dla $x = -1$, $y = -3$ i $z = 4,5$, skrócony zapis to .
- $-3(xy - 2z) + 4(-3xy + 5z - 3)$ dla $x = -2$, $y = 3$ i $z = 2$, skrócony zapis to .

$$-15xy + 26z - 12 = 130$$

$$8a + 4b = -12$$

$$-25xy + 26z - 14 = 115$$

$$17x - 6y - 11z = -48,5$$

$$8x^4 - 12y = 72$$

$$6a + 4b = -9$$

$$4x^2 - 14y = 72$$

$$12x - 3y - 11z = -46,5$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Kwadrat nazywamy magicznym, jeżeli sumy wyrazów w każdym wierszu, w każdej kolumnie i na przekątnych są takie same. Uzupełnij poniższy kwadrat odpowiednimi wyrażeniami algebraicznymi, tak aby stał się kwadratem magicznym. Kliknij w lukę aby wyświetlić listę rozwijalną, następnie wybierz właściwą odpowiedź.

		$6x^2$
		$4x$
		$2x$

$4x(1 - \frac{1}{2}x)$	$4x^2$	$2x(x + 1)$	$2x(2x + 1)$	$8x^2$	$-4x(x - 1)$
------------------------	--------	-------------	--------------	--------	--------------

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



W szkole, w której uczy się Dorota, oceny semestralne wystawia się w oparciu o średnią ważoną. Średnią ważoną oblicza się, dzieląc sumę wszystkich iloczynów ocen i ich wag przez sumę wszystkich wag.

Zapisz i przedstaw w najprostszej postaci wyrażenie przedstawiające średnią ważoną ocen Doroty z matematyki, jeżeli dziewczynka uzyskała x piątek z wagą 3 i y piątek z wagą 2, x czwórek z wagą 3, y czwórek z wagą 2, jedną trójkę z wagą 3 i jedną trójkę z wagą 2. Suma wag wszystkich ocen Doroty wynosi 20.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Dany jest trapez równoramienny, którego dłuższa podstawa ma długość x cm, krótsza podstawa ma długość $(y + 3)$ cm, a wysokość z cm. Zapisz w najprostszej postaci wyrażenia opisujące sytuację w zdaniach i uzupełnij nimi puste pola.

- Pole tego trapezu wynosi .
- Pole trapezu otrzymanego w wyniku wydłużenia dłuższej podstawy o 7 cm, skrócenia krótszej podstawy o 2 cm i zwiększenia wysokości 5 razy wynosi .
- Różnica pól trapezów opisanych w podpunktach b) i a) wynosi .

$$\frac{15xz+10yz+45z}{6}$$

$$\frac{xz+yz+6z}{4}$$

$$\frac{5xz+5yz+40z}{2}$$

$$\frac{xz+yz+3z}{2}$$

$$\frac{4xz+4yz+37z}{2} = 2xz + 2yz + 18,5z$$

$$\frac{8xz+4yz+37z}{5} = 5xz + 2yz + 16,5z$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Średnia arytmetyczna liczb x , $2x + 6$ i $6x - 9$ wynosi $3x + 3$.

☐ Po przekształceniu wyrażenia $a(2a + 3) - 3a(4 - a)$ do najprostszej postaci otrzymamy wyrażenie $5a^2 - 9$.

☐ Pole równoległoboku o boku długości x i wysokości $4x$, po zmniejszeniu wysokości równoległoboku o 2, zmniejszy się o $2x$.

☐ Mnożąc jednomian $(-3xy)$ przez sumę $2x + 3y - 5$, otrzymamy sumę $-6x^2y + 9xy^2 + 15xy$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi wyrażeniami algebraicznymi. Kliknij w lukę aby wyświetlić listę rozwijalną i wybierz poprawną odpowiedź w każdej równości.

- $x(x - 2y) + 3y(x - 2) + \boxed{} = xy$
- $-4ab(2a - 3b + 4) - (2a^2b + \boxed{} - 12ab) = -6a^2b + 2ab^2 - 4ab$
- $k^2(-2l + k - 7) - 2l(3k^2 - 1) = k^3 - 7k^2 + \boxed{}$
- $xy(2x - 3y) + x(-3xy + 5y^2 + 3) = \boxed{} + 2xy^2$

$-8k^2l + 2l$	$x^2 - 6y$	$-x^2y + 3x$	$4a^2b - 10ab^2$	$4a^2b + 10ab^2$	$x^2y - 3x$
$8k^2l + 2l$	$x^2 + 6y$	$-x^2 - 6y$	$8k^2l - 2l$	$-x^2y - 3x$	$-4a^2b + 10ab^2$
$-8k^2l - 2l$	$-4a^2b - 10ab^2$	$-x^2 + 6y$	$x^2y + 3x$		

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Uzupełnij poniższe zdania wyrażeniami algebraicznymi tak, aby były zdaniami prawdziwymi. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz poprawną odpowiedź w każdym ze zdań.

- Kasia i Asia zbierały muszelki. Kasia zbierała muszelki 2 dni, a Asia 3 dni. Kasia każdego dnia zbierała x muszelek i wyrzucała 5 muszelek uszkodzonych. Asia każdego dnia zbierała y muszelek i wyrzucała 7 uszkodzonych. Oznacza to, że obie dziewczynki mają razem $\boxed{}$ muszelek.
- Jacek dostaje x zł kieszonkowego miesięcznie, a Michał y zł. W listopadzie i grudniu Jacek dostał dodatkowo po 20 zł od cioci, natomiast Michał dostał dodatkowo po 30 zł od swojego brata. Oznacza to, że w listopadzie i grudniu obaj chłopcy otrzymali razem $\boxed{}$ zł.

$2x + 2y + 100$	$4x + 3y + 100$	$2x + 4y + 110$	$2x + 6y - 30$	$2x + 3y - 31$
$4x + 3y - 31$				

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Wiadomo, że:

$$W = 3x - 7xy + y - 3; Q = -4x$$

$$R = -5x^2 + 3,5x^2y - 7xy + 9.$$

Zapisz w najprostszej postaci.

1. $Q \cdot W + R$

2. $Q \cdot R - W$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Alina i Balladyna zbierały maliny. Alina zebrała $(2x + 3)$ kg malin, a Balladyna o 4 kg malin mniej. Uzupełnij poniższe zdania wyrażeniami algebraicznymi tak, aby były zdaniami prawdziwymi. Kliknij w lukę aby wyświetlić listę rozwijalną i wybierz właściwą odpowiedź.

- Alina i Balladyna zebrały razem kg malin.
- Każda z nich zebrała średnio kg malin.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



W dzbanku są 3 l mleka. Mlekiem z dzbanka dopełniamy dwie szklanki o pojemności 0,2 l, wiedząc, że w każdej z nich znajduje się x litrów mleka. Ile mleka zostanie w dzbanku? Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz poprawne wyrażenie algebraiczne.

W dzbanku zostanie l mleka.

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.