



Kurs logiki: lekcja 46. Rachunek zdań. Część 3: Alternatywa łączna i rozłączna

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

Bibliografia:

- Orygenes, *O zasadach*, tłum. S. Kalinkowski, Kraków 1996.



Kurs logiki: lekcja 46. Rachunek zdań. Część 3: Alternatywa łączna i rozłączna

Źródło: Pixabay, domena publiczna.

Po zapoznaniu się z dzisiejszą lekcją dobrze zrozumiecie pojęcia *alternatywy łącznej* i *alternatywy rozłącznej*. Może być też tak, że albo zrozumiecie obie alternatywy, albo nie zrozumiecie żadnej z nich. To oczywiście żart – na pewno zrozumiecie wszystko. Ale czy zwróciliście uwagę, że do sformułowania tego żartu użyłem alternatywy (w tym przypadku rozłącznej)? Na dzisiejszej lekcji poznacie różnice między obiema alternatywami. Albo nie poznacie... Znowu żartowałem.

Twoje cele

- Poznasz dwa kolejne funktory prawdziwościowe: alternatywę łączną i rozłączną.
- Zrozumiesz różnicę między tymi funktorami.
- Przećwiczysz stosowanie obu rodzaju alternatyw.
- Poćwiczysz stosowanie rachunku zdań przy użyciu czterech poznanych już funktorów.
- Pofilozofujesz z Orygenesem na temat zastosowania alternatywy do analizy filozoficznej.

Przeczytaj

Uproszczona metoda stosowania rachunku zdań

Rachunek zdań nieraz jest stosowany do bardzo rozbudowanych zdań wielokrotnie złożonych. Skromną próbkę takich zdań przedstawiliśmy już w ćwiczeniach do tematu [Negacja i koniunkcja](#). W jednym z ćwiczeń pojawia się następujące zdanie:

|

$$[p \wedge \sim p \wedge \sim q] \wedge \sim q$$

Na pewno chwilę zajęło wam ustalenie, czy jest to zdanie prawdziwe na bazie przyjętych założeń. Pomocna w badaniach tego rodzaju zdań jest pewna uproszczona metoda. Warunkiem jej zastosowania jest wyróżnienie głównych części składowych zdania (tutaj wyróżnionych nawiasami), a potem wyodrębnienie części składowych tych części składowych, idąc za tą metodą aż do najdrobniejszych części, a następnie przyporządkowanie im wartości logicznych i sumowanie ich na każdym poziomie analizy. Oto, jak można to przeprowadzić.

Założmy, że:

|

$$\begin{aligned} p &= 1 \\ q &= 1 \end{aligned}$$

Teraz musimy podstawić 1 pod każde p i q , a następnie sprawdzić, jak wpływa na to dodany [funktor prawdziwościowy](#).

[p	$\wedge$	$\sim$	(p	$\wedge$	$\sim$	q)]	$\wedge$	$\sim$	q
[1	$\wedge$	$\sim$	(1	$\wedge$	$\sim$	1)]	$\wedge$	$\sim$	1
[1	$\wedge$	$\sim$	(1	$\wedge$	0)]		$\wedge$	0	
[1	$\wedge$	$\sim$	0]				$\wedge$	0	
[1	$\wedge$	1]					$\wedge$	0	
0							$\wedge$	0	
0									

Wartość podana w ostatnim wierszu tabeli to wartość logiczna całego równania. Metodę tę można z powodzeniem stosować do wszystkich zdań złożonych, jakkolwiek duża nie byłaby liczba ich zdań podrzędnych. Warunkiem przeprowadzenia tej operacji jest, rzecz jasna, znajomość wartości logicznych zdań wyjściowych. Czasami jednak, jeśli znamy wartość logiczną tylko jednego z takich zdań, i tak warto przeprowadzić taką analizę, ponieważ możemy wtedy poznać warunki prawdziwości danego zdania. Przykładowo, może się zdarzyć, że zdanie będzie prawdziwe nawet wtedy, gdy jeden z jego argumentów – ten, którego wartości nie znamy – jest fałszywy.

Alternatywa łączna

W języku polskim do wyrażenia alternatywy używamy wielu słów, np. lub, albo, bądź, a niekiedy czy („ten czy tamten”). Jednak najczęściej używamy lub lub albo. Stosując te wyrazy, nie zawsze sobie uświadamiamy, że mają one nieco odmienny sens, a w logice używa się ich do wyrażenia dwu różnych prawdziwości logicznych, dwu różnych funktorów prawdziwościowych. Pierwszy z nich (lub) to alternatywa łączna, nazywana także zwykłą alternatywą i wyrażana zazwyczaj za pomocą symbolu $\vee$.

Prawidłowość logiczną, wyrażaną przez lub, a więc funktor prawdziwościowy alternatywy łącznej, ujmujemy za pomocą następującej matrycy:

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Matryca alternatywy łącznej

Źródło: Englishsquare.pl sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Przykładowo, weźmy zdanie języka naturalnego:

Karolina lub Karol spędzą w tym roku wakacje w Grecji.

Dla pełni jasności alternatywy powinniśmy je zapisać następująco:

Karolina spędzi w tym roku wakacje w Grecji lub Karol spędzi w tym roku wakacje w Grecji.

Z przytoczonej tu matrycy funktora alternatywy łącznej wynika, że zdanie to jest fałszywe tylko w jednym przypadku, mianowicie kiedy ani Karolina, ani Karol nie spędzą wakacji w Grecji. W każdym innym przypadku zdanie to jest prawdziwe. W przypadku alternatywy łącznej wystarczy, że jeden jej człon jest prawdziwy, żeby całe zdanie było prawdziwe. Oba jej człony również mogą być naraz prawdziwe.

Alternatywa rozłączna

Niekiedy zależy nam, żeby użyć alternatywy w innym, nieco węższym znaczeniu. Wąskość tego znaczenia polega na tym, że zdanie powstałe w wyniku alternatywy w tym znaczeniu jest prawdziwe tylko w dwóch przypadkach, a nie – jak to miało miejsce w alternatywie łącznej – w trzech przypadkach. Alternatywę taką oddajemy najczęściej za pomocą słowa *albo* (choć można też ujmować ją za pomocą *bądź*) i wyrażamy symbolem $\perp$. Nazywamy ją rozłączną dlatego, że oddziela od siebie oba zdania podrzędne, ustanawiając, że tylko jedno z nich może być prawdziwe, nigdy oba naraz.

Matryca alternatywy rozłącznej ma następującą postać:

p	q	$p \perp q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Matryca alternatywy rozłącznej

Źródło: Englishsquare.pl sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Z powyższej matrycy wynika, że zdanie powstałe na skutek użycia tego funktora prawdziwościowego będzie fałszywe zarówno wtedy, gdy fałszywe okażą się oba jej człony, jak i wtedy, gdy oba jej człony okażą się prawdziwe. Przykładowo weźmy zdanie z poprzedniej części wykładu, tyle że teraz użyjmy słowa *albo*. Otrzymamy wtedy zdanie:

Karolina spędzi w tym roku wakacje w Grecji albo Karol spędzi w tym roku wakacje w Grecji.

W obecnej postaci zdanie to będzie fałszywe, kiedy okaże się, że zarówno Karolina, jak i Karol spędzą wakacje w Grecji.

Zasada czterdziesta ósma: Analizując argumentację, upewnij się, jakiego rodzaju alternatywę się w niej stosuje – o ile jakaś alternatywa w ogóle jest w niej stosowana.

Słownik

funktor prawdziwościowy

wyrażenie, za pomocą którego łączymy proste zdania w bardziej rozbudowane całości, ale w taki sposób, że mając dane wartości logiczne łączonych zdań potrafimy bardzo jednoznacznie określić wartość logiczną tego połączenia

matryca funktora prawdziwościowego

tabela ukazująca prawidłowości logiczne będące konsekwencją zastosowania danego funktora prawdziwościowego

Ojcowie Kościoła

żyjący w okresie od II do początku VII w. n.e. starożytni autorzy, którzy w swoich pismach starali się wyjaśnić istotę nauk chrześcijańskich, zazwyczaj używając do tego zapożyczeń z antycznej filozofii; przyczynili się do ukształtowania ortodoksji katolickiej

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją. Wyjaśnij, na czym polegało zastosowanie alternatywy rozłącznej w przykładzie podanym przez Orygenesesa.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D9ULpbpvD>

Źródło: Englishsquare.pl sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Nagranie filmowe lekcji pod tytułem *Zastosowanie alternatywy do analizy filozoficznej*.

Polecenie 2

W jakich sytuacjach warto stosować alternatywę rozłączną? Podaj własny przykład użycia tego narzędzia.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Zaznacz odpowiedź. Alternatywa łączna różni się od rozłącznej tym, że...

- ☐ ta pierwsza nie jest używana w logice.
- ☐ ta pierwsza jest nieprawdziwa tylko w przypadku, gdy fałszywe są oba jej człony.
- ☐ ta druga jest prawdziwa tylko w przypadku, gdy żaden jej człon nie jest prawdziwy.
- ☐ ta pierwsza jest nieprawdziwa tylko w przypadku, gdy żaden jej człon nie jest fałszywy.

Ćwiczenie 2



Zaznacz zdanie, w którym została zastosowana alternatywa rozłączna.

- ☐ Ani Zosia, ani Franek nie chodzą na lekcje biologii.
- ☐ Nieprawda, że Zosia i Franek nie chodzą na lekcje biologii.
- ☐ Zosia albo Franek chodzą na lekcje biologii.
- ☐ Zosia lub Franek chodzą na lekcje biologii.

Ćwiczenie 3



Weź następujące zdania z poprzedniego ćwiczenia:

Nieprawda, że Zosia i Franek nie chodzą na lekcje biologii.

Zosia albo Franek chodzą na lekcje biologii.

Ułóż z nich koniunkcję oraz zapisz ją w postaci schematu logicznego rachunku zdań.

Ćwiczenie 4



Rozpoznaj, czy chodzi o alternatywę łączną, czy rozłączną.

Zdanie	Alternatywa łączna	Alternatywa rozłączna
Zrozumiecie tę lekcję albo nie zrozumiecie tej lekcji.	☐	☐
12 dzieli się przez 3 lub Madryt jest stolicą Hiszpanii.	☐	☐
Andrzej jest nauczycielem albo lekarzem.	☐	☐

Ćwiczenie 5



Przyjmijmy, że:

$$p - 1$$

$$q - 1$$

$$r - 0$$

Oblicz wartość logiczną poniższego zdania.

$$[(p \wedge q) \vee (q \wedge r)] \perp (q \vee r)$$

Ćwiczenie 6



Ponownie przyjmijmy, że:

$$p - 1$$

$$q - 1$$

$$r - 0$$

Oblicz wartość logiczną poniższego zdania.

$$[(p \perp q) \wedge \sim (q \perp r)] \wedge (p \vee \sim r)$$

Ćwiczenie 7



Weź zdanie z ćwiczenia 6, a następnie zmień lub usuń jeden funktor tak, żeby w efekcie zdanie zyskało jako całość inną wartość logiczną.

Ćwiczenie 8



Jeszcze raz przeanalizuj uważnie fragment tekstu Orygenesza zamieszczony w sekcji „Animacja”.
Zaproponuj zbadanie dowolnej rzeczy lub właściwości za pomocą analogicznej strategii.

Dla nauczyciela

Autor: Tomasz Marzec

Przedmiot: Filozofia

Temat: Kurs logiki: lekcja 46. Rachunek zdań. Część 3: Alternatywa łączna i rozłączna

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Zakres rozszerzony

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Kultura logiczna.

6. Uzasadnianie pośrednie: wnioskowanie (rozumowanie) niezawodne (oparte na wynikaniu logicznym lub definicyjnym) i zawodne, wybrane schematy (reguły) wnioskowań, klasyfikacja rozumowań (dowodzenie, wyjaśnianie, potwierdzanie, obalanie). Uczeń:

3) odtwarza schemat, na którym opiera się określone wnioskowanie;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje obywatelskie;
- kompetencje w zakresie świadomości i ekspresji kulturalnej;
- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje w zakresie wielojęzyczności;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji.

Cele lekcji (językiem ucznia):

- Poznasz dwa kolejne funktory prawdziwościowe: alternatywę łączną i rozłączną.
- Zrozumiesz różnicę między tymi funktorami.
- Przećwiczysz stosowanie obu rodzaju alternatyw.
- Poćwiczysz stosowanie rachunku zdań przy użyciu czterech poznanych już funktorów.
- Pofilozofujesz z Orygenesem na temat zastosowania alternatywy do analizy filozoficznej.

Cele operacyjne. Uczeń:

- zna i stosuje dwa funktory prawdziwościowe: alternatywę łączną i rozłączną;
- rozumie różnicę między tymi funktorami;
- stosuje rachunek zdań przy użyciu czterech poznanych już funktorów;
- filozofuje z Orygenesem na temat zastosowania alternatywy do analizy filozoficznej.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- ćwiczeń przedmiotowych;
- z użyciem komputera;
- dyskusja.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda;
- telefony z dostępem do internetu.

Przebieg lekcji

Przed lekcją

Nauczyciel prosi uczniów o przygotowanie dwóch przykładów zdań – zasłyszanych w mediach lub własnego autorstwa – z użyciem słów *lub*, *albo* czy *bądź*.

Faza wstępna

1. Podanie tematu i celu lekcji. Nauczyciel prosi wybranych uczniów o odczytanie przygotowanych zdań.
2. Po wysłuchaniu każdego kolejnego przykład prowadzący pyta o sens użycia każdego *lub*, *albo* lub *bądź* w poszczególnych zdaniach.

Faza realizacyjna

1. Uczniowie zapoznają się z treścią e-materiału. Nauczyciel komentuje najważniejsze punkty, upewniając się, czy uczniowie dobrze je rozumieją.
2. Nauczyciel dobiera uczniów w trzyosobowe grupy. Każda z nich ma za zadanie przygotować dziesięć kartoników wielkości kart do gry z napisami w języku rachunku zdań według następujących reguł:

- każdy napis ma jedną zmienną zdaniową lub dwie zmienne zdaniowe;
- można używać trzech zmiennych zdaniowych: p , q i r ;
- każdy napis ma od zera do dwóch funktorów prawdziwościowych;
- każdy napis stanowi spójne logicznie zdanie.

Kartoniki mogą być wcześniej przygotowane przez nauczyciela.

3. Rozpoczyna się gra. Pierwsza grupa kładzie wybraną kartę na stole. Następna ma za zadanie położyć obok kartę, która stanowi prawdziwą koniunkcję z kartą, która została wyłożona. Jeśli to zrobi, analogiczne zadanie przechodzi na następną grupę. Jeśli któraś drużyna nie będzie już miała odpowiedniej karty do wyłożenia, to grupa, która ostatnia wykonała ruch, zdobywa tyle punktów, ile aktualnie kart znajduje się na stole. Kolejną turę rozpoczyna drużyna, która nie wyłożyła karty. Gra toczy się tak długo, aż któraś grupa pozbędzie się wszystkich kart. Wygrywa ta, która zdobyła najwięcej punktów.
4. Nauczyciel ogłasza wyniki gry i komentuje jej przebieg, zwracając uwagę na specyfikę poszczególnych funktorów.

Faza podsumowująca:

1. Nauczyciel wyświetla na tablicy temat lekcji i cele zawarte w sekcji „Wprowadzenie”. Wspólnie z uczniami poddaje refleksji proces dydaktyczny: czego się uczniowie nauczyli, czy osiągnęli założone cele?
2. Wszyscy uczniowie podsumowują zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności.

Praca domowa:

1. Uczniowie wykonują ćwiczenia nr 7 i 8 zawarte w sekcji „Sprawdź się”. Przygotowują uzasadnienia poprawnych odpowiedzi.

Materiały pomocnicze:

- Baer U., *Gry dyskusyjne*, Lublin 2000.
- Orygenes, *O zasadach*, tłum. S. Kalinkowski, Kraków 1996.

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania multimedium:

- Nauczyciel może wykorzystać medium w sekcji „Animacja” do pracy przed lekcją. Uczniowie zapoznają się z jego treścią i przygotowują do pracy na zajęciach w ten sposób, żeby móc samodzielnie rozwiązać zadania.