



Równoległobok i jego własności

Materiał zawiera:

- animację wprowadzającą pojęcie równoległoboku,
- definicję równoległoboku,
- animację - konstrukcja równoległoboku,
- ćwiczeń interaktywnych - rysowanie równoległoboku, obliczanie obwodu równoległoboku.

Materiał zawiera ćwiczenia interaktywne, utrwalające własności związane z przekątnymi równoległoboku.

Materiał zawiera:

- animację określającą własności kątów równoległoboku,
- dwa ćwiczenia interaktywne na wyznaczanie kątów równoległoboku.

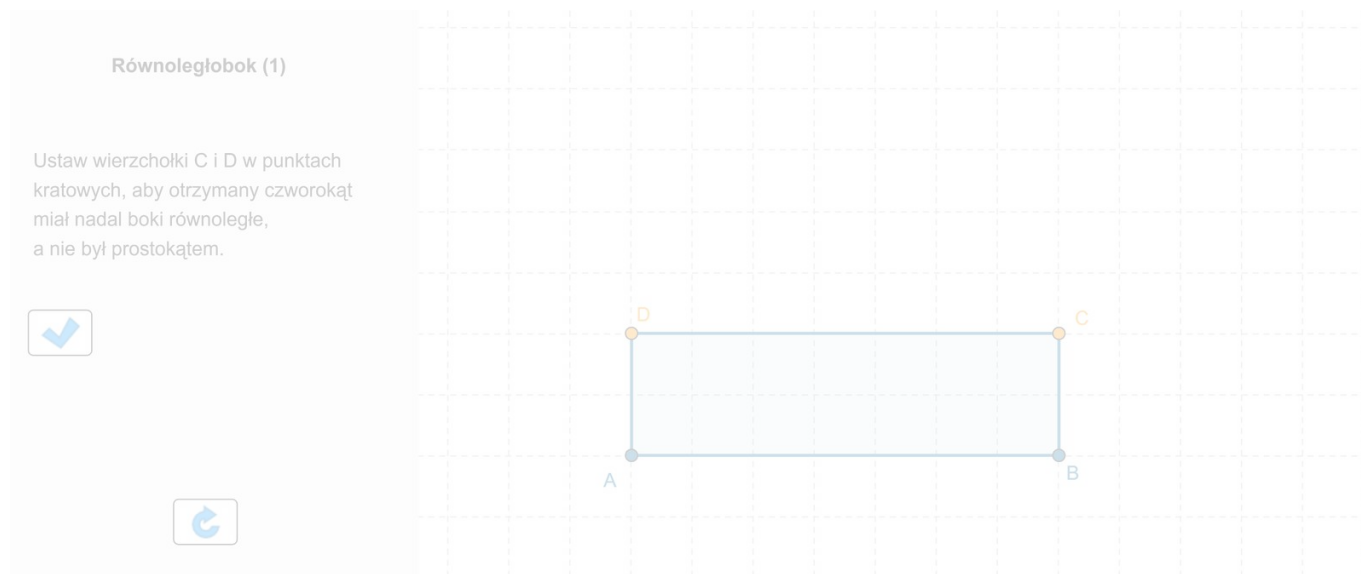
Materiał zawiera:

- animacje opisujące własności równoległoboku,
- ćwiczenia interaktywne na wykorzystanie własności równoległoboku.

Równoległobok i jego własności

Równoległobok i jego boki

W tym materiale przekonasz się, jak dużo ciekawych problemów możesz rozwiązać, dostrzegając własności czworokąta, którego przeciwległe boki są równoległe. Zapoznaj się z poniższym apilem.

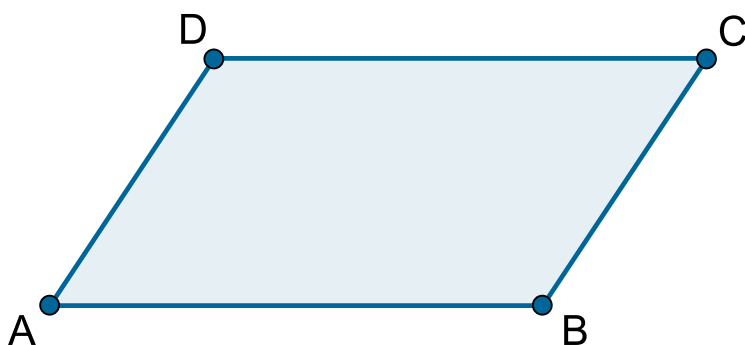


Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P1BbTCr7W>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Równoległobok

Równoległobok to czworokąt, który ma dwie pary boków równoległych.



$$AB \parallel DC$$

$$AD \parallel BC$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Konstrukcja równoległoboku.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R14YQfkyYh64f>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia sposób konstrukcji równoległoboku. Zaczynamy od narysowania odcinka AB , który stanowi podstawę równoległoboku. Rysujemy drugi odcinek o początku w punkcie A , który jest nachylony względem podstawy o dowolny kąt, oznaczamy go jako AC . Konstruujemy prostą równoległą do podstawy AB przechodzącą przez punkt C oraz prostą równoległą do odcinka AC przechodzącą przez punkt B . Punkt przecięcia tych prostych oznaczamy jako punkt D . W ten sposób otrzymaliśmy równoległobok $ABCD$.

Polecenie 1

Dokończ rysunek równoległoboku.

Konstrukcja równoległoboku

◀ etap 1 z 3 ▶

W tym i w kolejnych etapach dane są trzy wierzchołki równoległoboku i dwa jego boki.

Umieść w punkcie kratowym czwarty wierzchołek tak, by czworokąt był równoległobokiem.

W tym etapie utwórz równoległobok PQRT.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P1BbTCr7W>

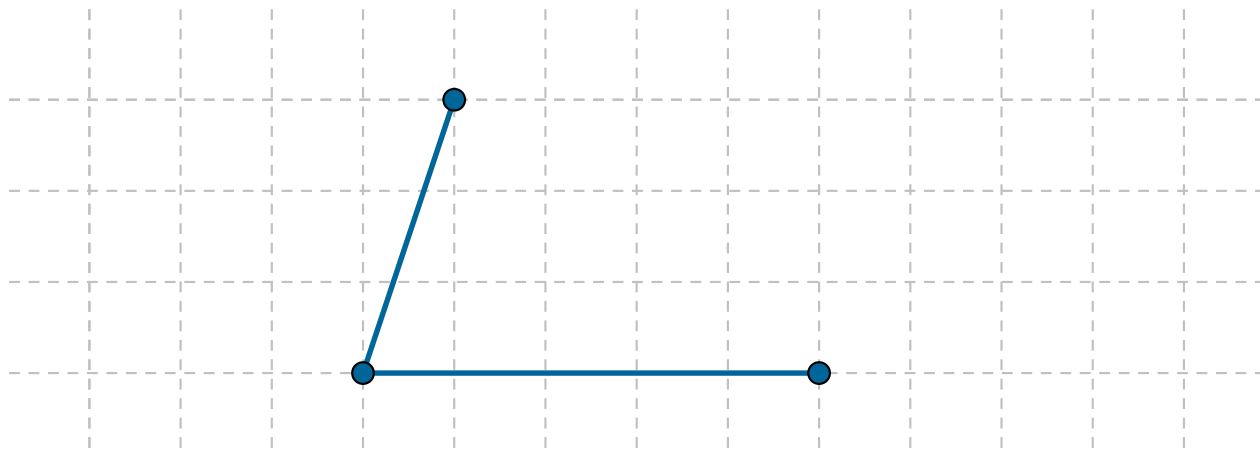
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1



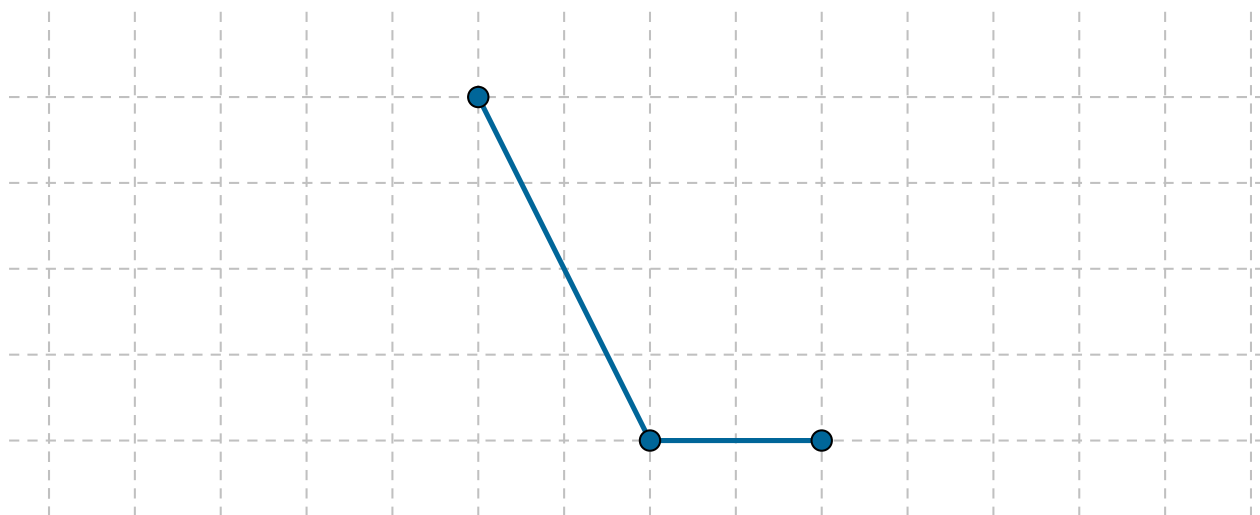
Na rysunku wyznaczono dwa sąsiednie boki równoległoboku. Dokończ rysunek tego równoległoboku.

1.



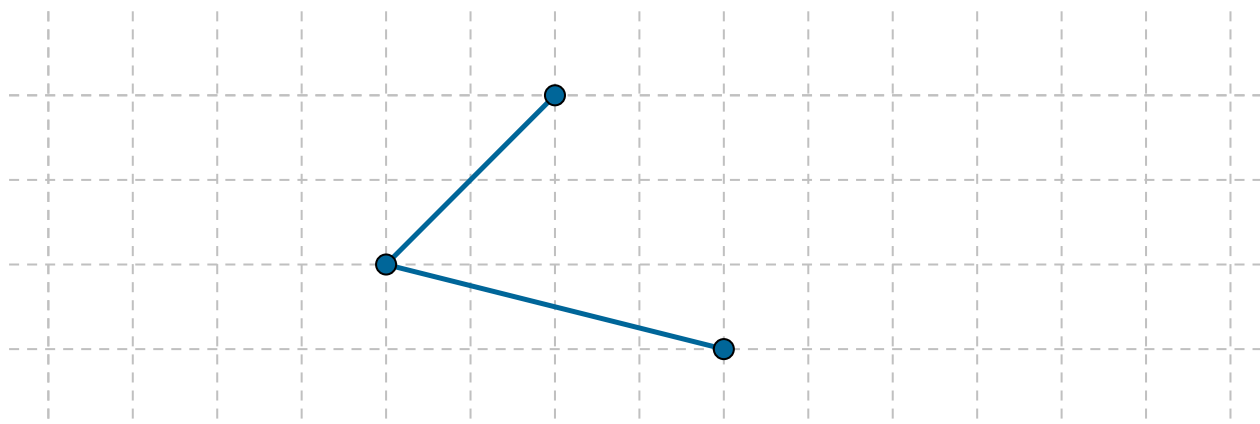
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

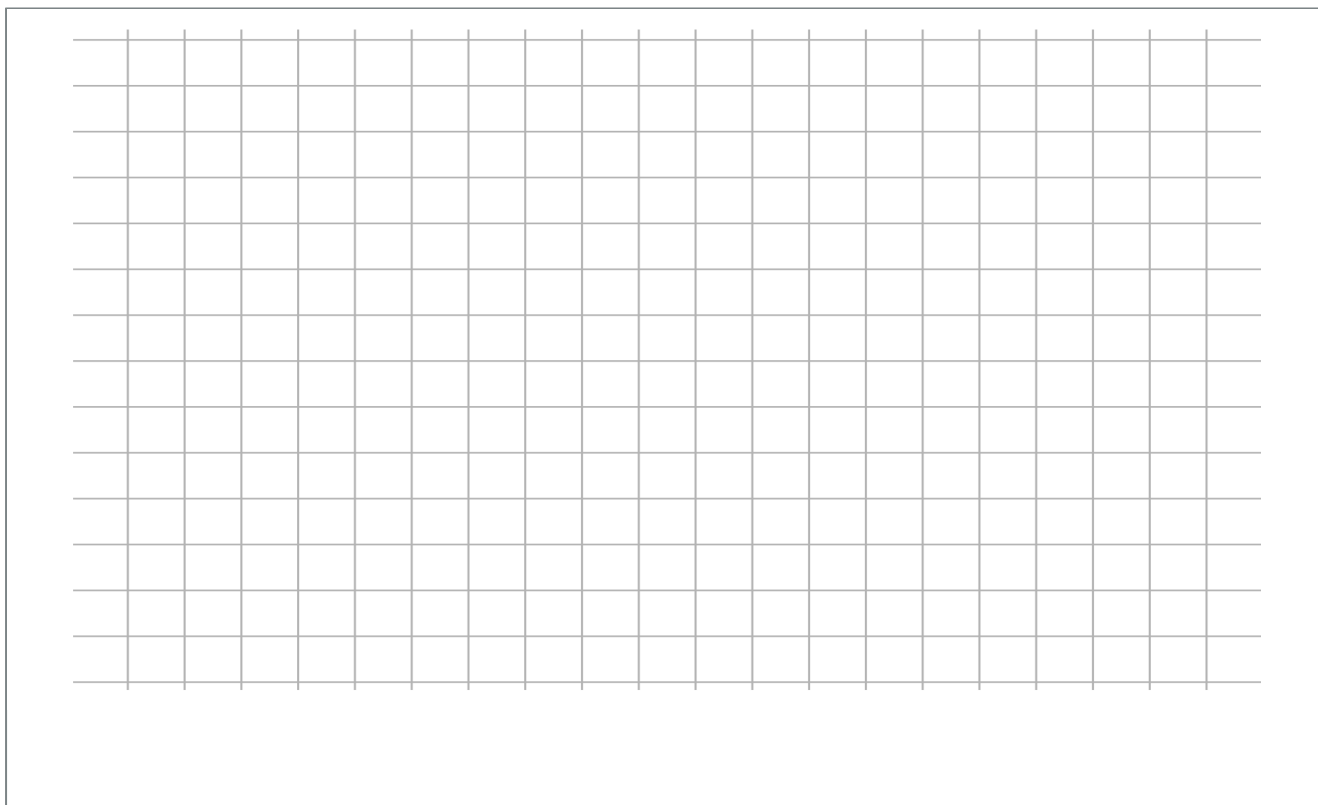


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Narysuj równoległobok $ABCD$, w którym sąsiednie boki AB i AD mają odpowiednio długości 6 cm i 2 cm. Zmierz pozostałe boki równoległoboku.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie liczby i słowa, lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Odpowiedź: Bok BC ma długość cm, a długość boku CD wynosi cm.

Te boki równoległoboku, które są równoległe, mają długości.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Oblicz obwód równoległoboku, w którym sąsiednie boki mają długości 7 cm i 5 cm. Uzupełnij odpowiedź, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

Odpowiedź: Obwód tego równoległoboku wynosi cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Oblicz obwód równoległoboku, w którym jeden bok ma długość 8 cm, a drugi jest od niego o 2,5 cm dłuższy. Uzupełnij odpowiedź, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

Odpowiedź: Obwód tego równoległoboku wynosi cm.

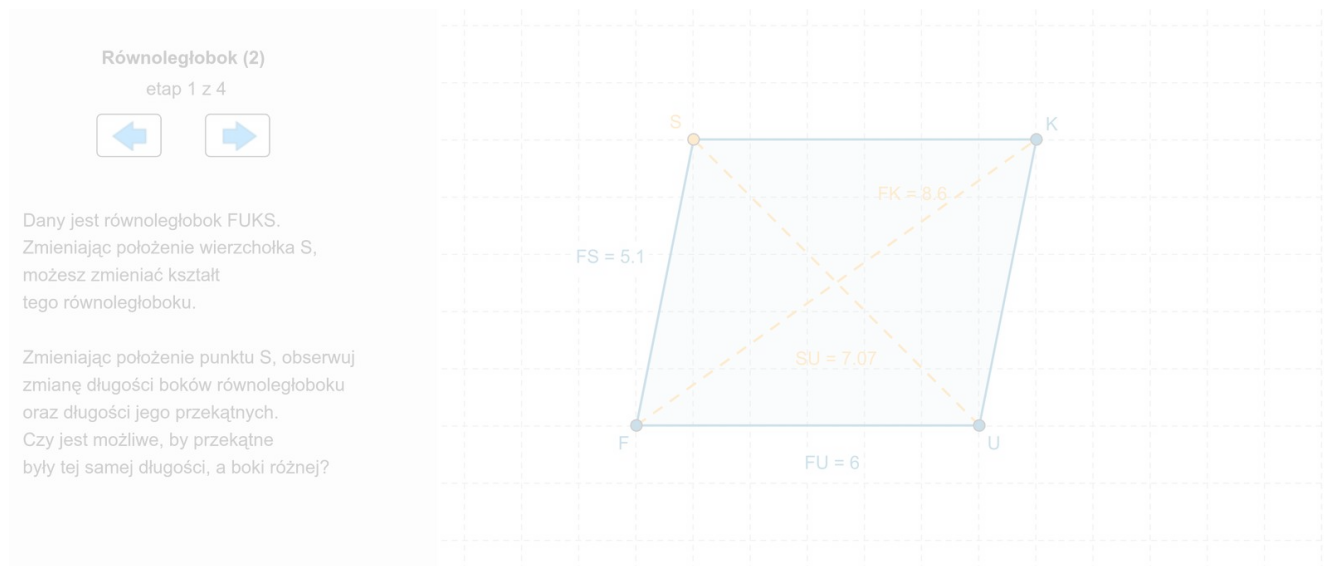
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przekątne równoległoboku

Ćwiczenie 5



Zmieniaj położenie wierzchołków S , F i U . Obserwuj, jak zmieniają się długości przekątnych i pod jakim kątem przecinają się przekątne.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P1BbTCr7W>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie słowa, lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Przekątne w równoległoboku, który nie jest prostokątem, są długości.
- Jeżeli równoległobok stanie się prostokątem, to jego przekątne będą miały długości.
- W równoległoboku o sąsiednich bokach różnej długości przekątne prostopadłe.
- W każdym równoległoboku punkt przecięcia przekątnych dzieli je na dwie części.

różne

nie są

równej

różne

są

różnej

równe

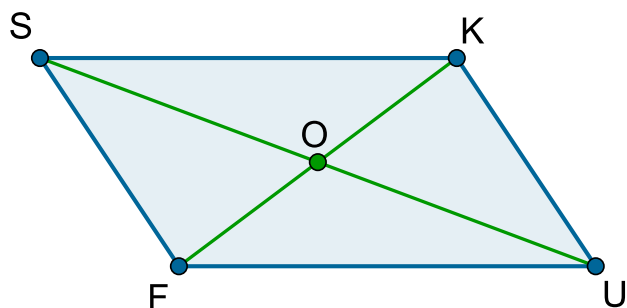
równe

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



W równoległoboku $FUKS$ przekątne przecinają się w punkcie O . Punkt O dzieli obie przekątne na dwie części, których długości zmierzono.



$$|SO| = 5,66$$

$$|FO| = 3,26$$

$$|OU| = 5,66$$

$$|OK| = 3,26$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij zdania, przeciągając w lukę odpowiednie słowa, lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

1. Odcinki SO i OU są długości.

2. Odcinki FO i OK są długości.

3. Punkt O środkiem .

jest

nie jest

jednej przekątnej

równej

obu przekątnych

równej

różnej

różnej

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

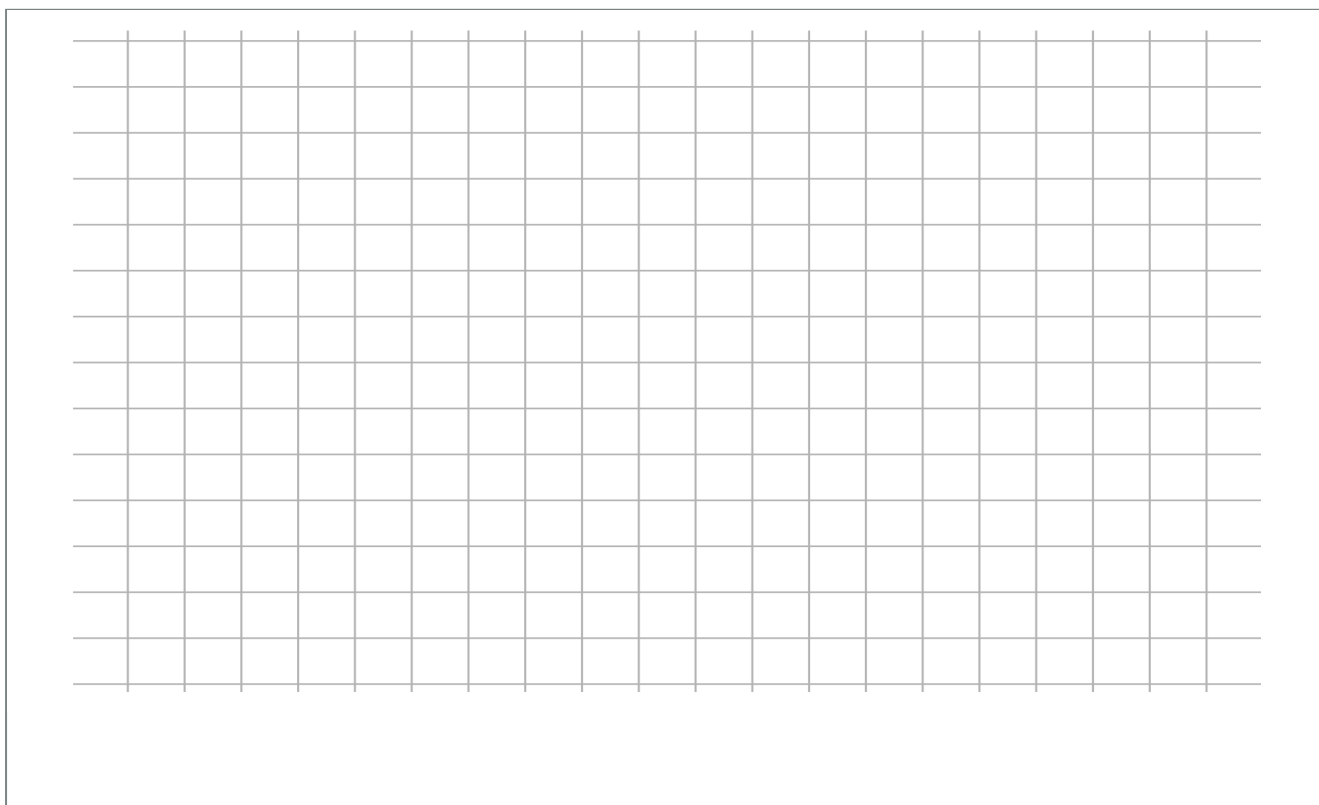


Narysuj dowolny równoległobok o przekątnych długości

1. 4 cm i 2 cm,

2. 3 cm i 5 cm,

3. 6 cm i 6 cm.

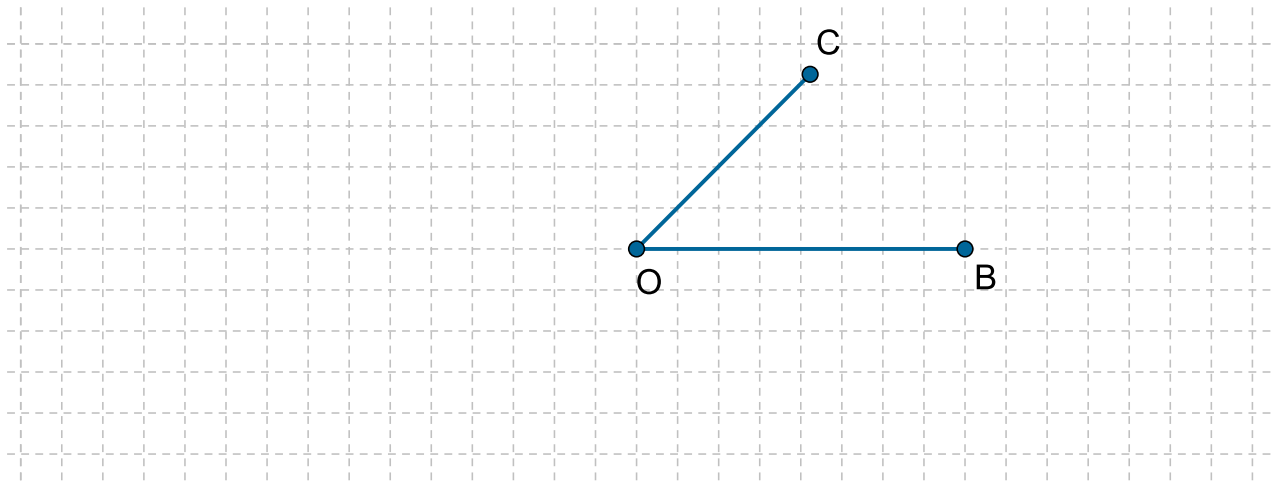


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



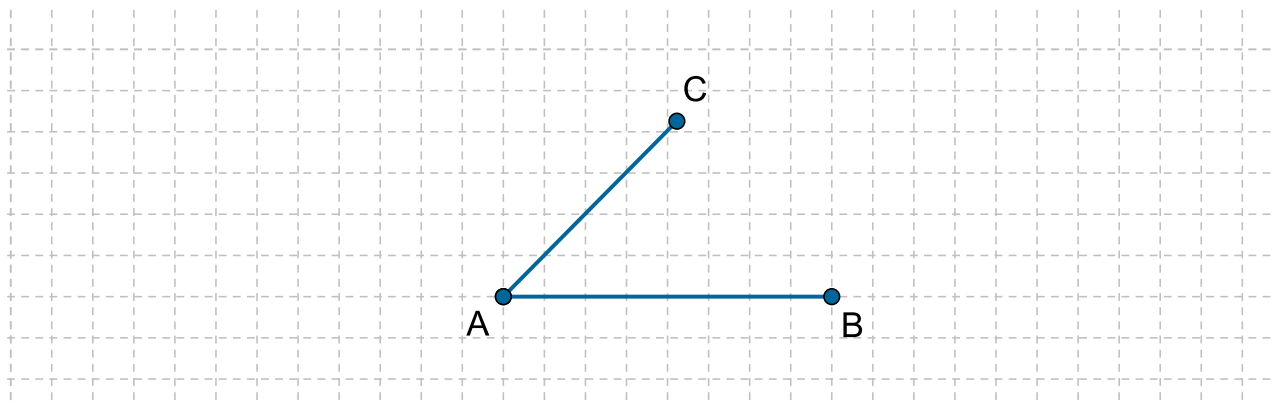
Narysuj trzykrotnie taki sam rysunek: kąt o mierze 45° , a na ramionach kąta odcinki o długościach 3 cm i 4 cm. Na każdym rysunku wprowadź oznaczenia, jak poniżej. Dokończ każdy z rysunków tak, by otrzymać równoległobok $ABCD$, w którym punkt O jest punktem przecięcia przekątnych.

1.



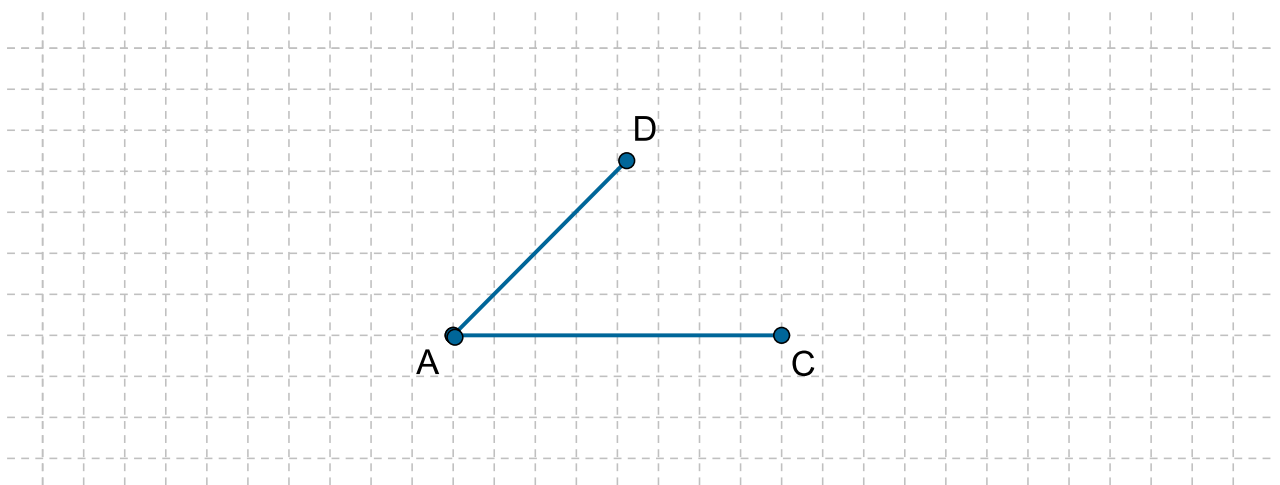
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Kąty w równoległoboku



Suma kątów jest równa kątowi półpełnemu.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/Rzxs8LW0ADmqa>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia równoległobok oraz jego własności.

Ćwiczenie 9



Uzupełnij poniższe zdanie, wpisując w luki odpowiednie liczby.

Jeżeli jeden z kątów równoległoboku ma miarę 30° , to pozostałe kąty tego równoległoboku, zapisując je w kolejności od największego do najmniejszego, mają miary: $^\circ$,

$^\circ$ i $^\circ$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



W równoległoboku kąt rozwarty ma miarę 3 razy większą niż kąt ostry. Oblicz miary obu kątów i uzupełnij poniższe zdanie, wpisując w luki odpowiednie liczby.

Odpowiedź: Miara kąta ostrego wynosi $^\circ$, a kąta rozwartego

$^\circ$.

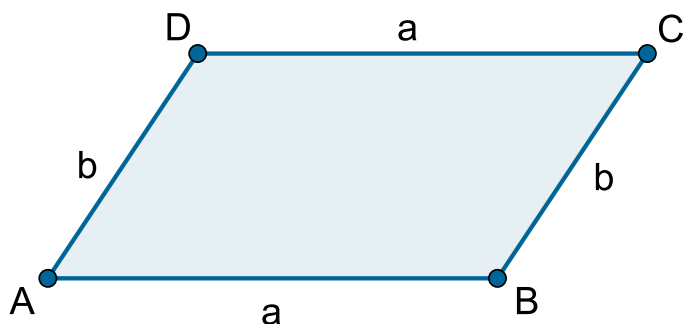
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Własności równoległoboku

Ważne!

Własności równoległoboku

1. Równoległobok ma dwie pary boków: równoległych i równej długości.



$AB \parallel DC$

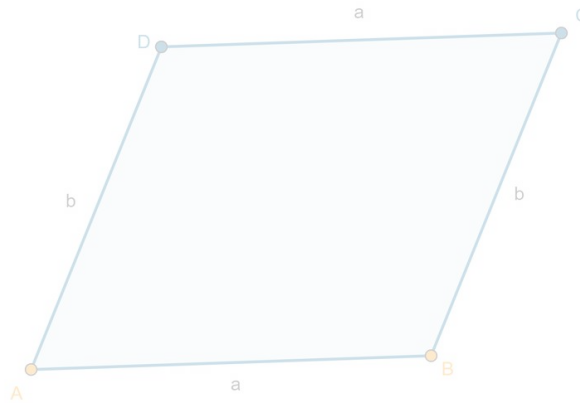
$AD \parallel BC$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Własności równoległoboku (1)

Zmieniaj położenie wierzchołków A i B równoległoboku.
Jak położone są względem siebie jego przeciwległe boki?

☐ sprawdź swoją hipotezę



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P1BbTCr7W>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. Przeciwległe kąty mają równe miary. Suma miar sąsiednich kątów wynosi 180° .



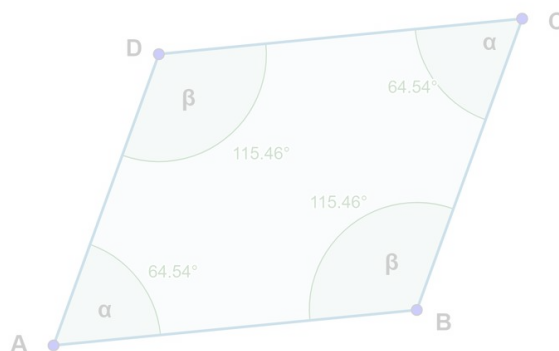
$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Własności równoległoboku (2)

Poruszaj wierzchołkami A i B równoległoboku.
Jaka jest suma miar jego sąsiednich kątów?
Jaka jest miara przeciwległych kątów w równoległoboku?

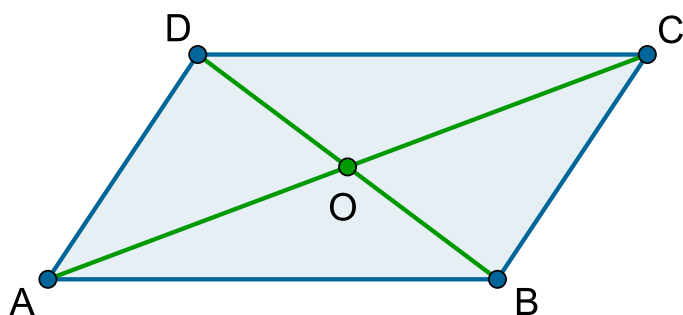
☐ sprawdź swoją hipotezę



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P1BbTCr7W>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. Przekątne dzielą się na połowy.



$$|AO| = |OC|$$

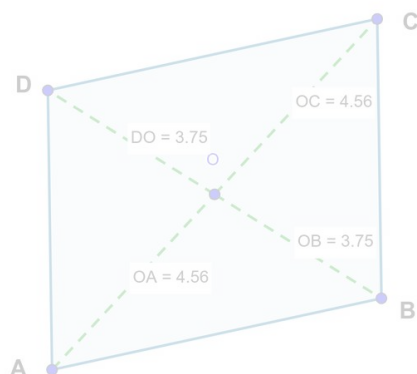
$$|DO| = |OB|$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Własności równoległoboku (3)

Poruszaj wierzchołkami A i B równoległoboku.
Zbadaj, czym jest punkt O przecięcia przekątnych.
Odczytaj długości odcinków OA, OB, OC i OD.

☐ sprawdź swoją hipotezę



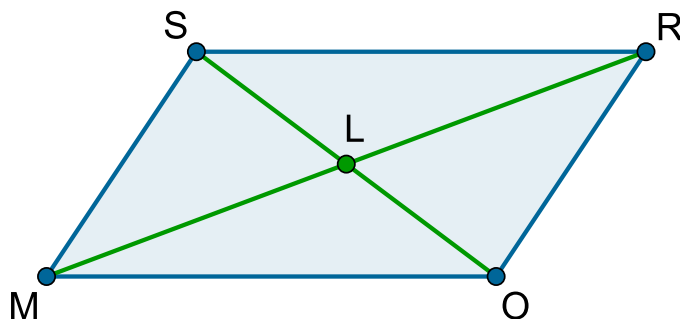
Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P1BbTCr7W>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Przekątne równoległoboku $MORS$ przecinają się w punkcie L .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ Jeżeli $|ML| = |LO|$, to równoległobok $MORS$ jest prostokątem.
- ☐ Jeżeli trójkąt ROM jest równoboczny, to kąt ORS ma 120° .
- ☐ Jeżeli bok MO ma długość 7 cm, a bok MS ma długość 5 cm, to obwód równoległoboku wynosi 12 cm.
- ☐ Jeżeli obwód trójkąta ROM wynosi 20 cm, a obwód trójkąta ROS - 18 cm, to jedna przekątna równoległoboku jest o 2 cm dłuższa od drugiej.
- ☐ Jeżeli $|ML| = 4$ cm i $|LO| = 3$ cm, to suma długości przekątnych równoległoboku wynosi 14 cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ Każdy równoległobok, w którym przekątne są prostopadłe, jest kwadratem.
- ☐ Każdy równoległobok, który ma kąt prosty, jest prostokątem.
- ☐ Każdy równoległobok, w którym wszystkie boki są równej długości, jest kwadratem.
- ☐ Każdy równoległobok jest prostokątem.
- ☐ Każdy prostokąt jest równoległobokiem.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.