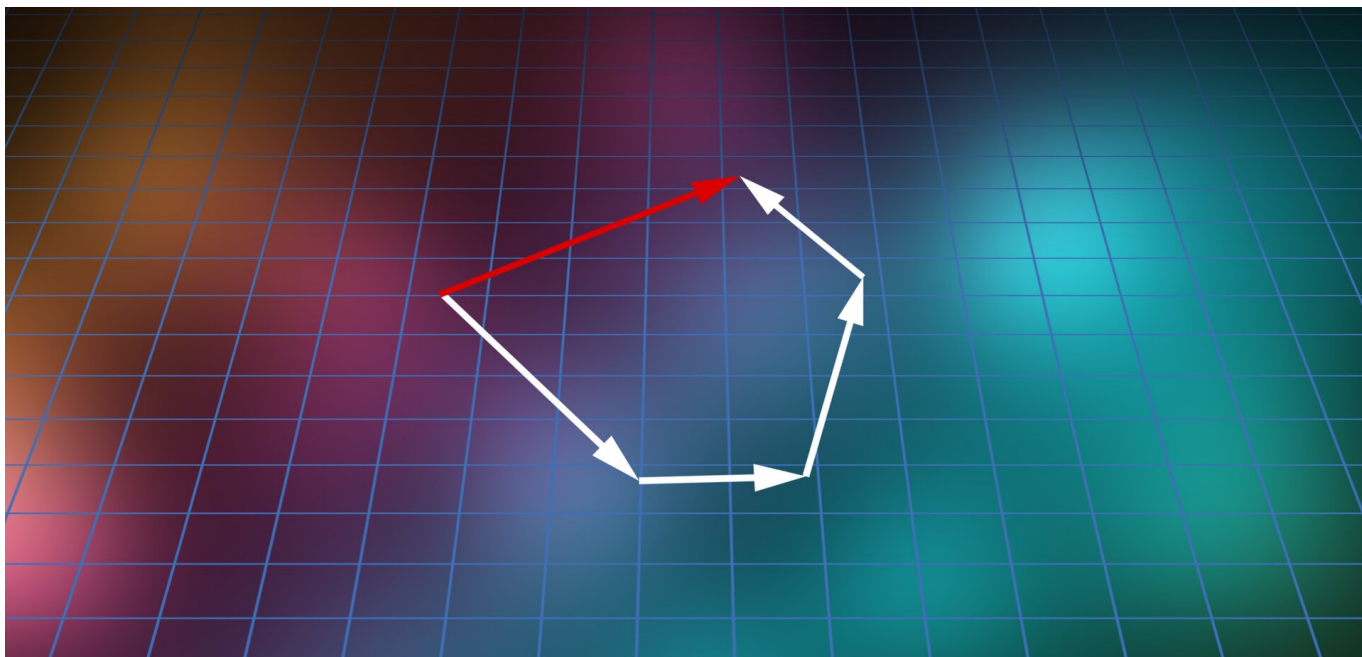
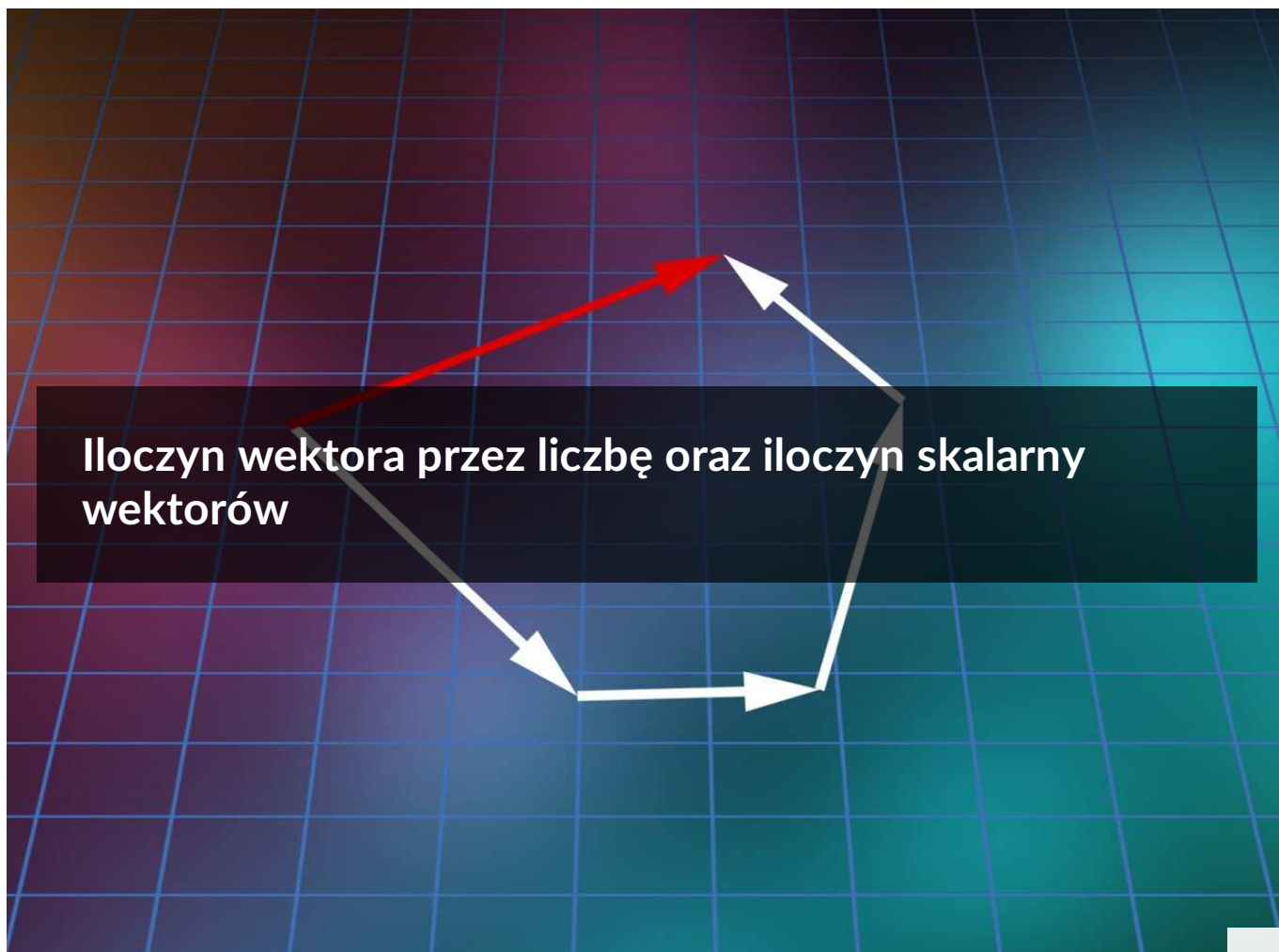




Iloczyn wektora przez liczbę oraz iloczyn skalarny wektorów

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Czy to nie ciekawe?

Wektor to uporządkowana para punktów. Wielkości wektorowe w fizyce stanowią szczególną klasę – do ich opisu nie wystarczy podać ich wartości, ale należy też uwzględnić kierunek i zwrot. Jak więc mnożyć takie wielkości? Czy jest to w ogóle możliwe? Jaki może być wynik takiego mnożenia? Czy będzie to wielkość wektorowa czy skalarna?

Twoje cele

W tym e-materiale:

- poznasz definicję iloczynu wektora przez liczbę oraz jego właściwości,
- poznasz definicję iloczynu skalarnego oraz jego właściwości,
- poznasz różnice między iloczynem wektorowym a iloczynem skalarnym,
- przeanalizujesz przykłady zastosowania iloczynu skalarnego oraz iloczynu wektora przez liczbę.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Istnieje pewna szczególna klasa wielkości fizycznych – wielkości wektorowe. Do ich opisu nie wystarczy podać ich wartości, należy jeszcze uwzględnić kierunek i zwrot. Jak więc wykonywać działania na tych wielkościach?

Możemy wykonywać działania mnożenia na wektorach, jednak jest to bardziej skomplikowane niż w przypadku liczb (skalarów). Istnieją trzy działania, przypominające mnożenie wektorów:

- iloczyn skalarny dwóch wektorów – jego wynikiem jest zawsze skalar,
- mnożenie wektora przez skalar – jego wynikiem jest zawsze wektor.
- iloczyn wektorowy dwóch wektorów – jego wynikiem jest zawsze wektor,

Dla zainteresowanych

Należy pamiętać, że ostatnie z nich jest w pewnym sensie wyjątkowe i ma dość egzotyczne własności, mimo użycia terminu „iloczyn”. Jego kierunek jest prostopadły do płaszczyzny wyznaczonej przez mnożone wektory, a jego zwrot jest umowny (!). Co więcej: iloczyn wektorowy ma własność *antyprzemienności*, tj. dla dowolnych dwóch wektorów $\vec{a}$ i $\vec{b}$ mamy

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a},$$

skąd wynika, że iloczyn wektorowy wektora ze sobą jest wektorem zerowym. Bodaj jedyną intuicyjną własnością tego „iloczynu” jest własność rozdzielności względem dodawania. Więcej informacji znajdziesz w e-materiale „Iloczyn wektorowy”.

Ogólnie rzecz biorąc, mnożenie nie jest dobrze określonym działaniem w zbiorze wektorów, tj. działanie przypisujące parze wektorów wektor wymaga wprowadzenia na *przestrzeni wektorowej* pewnej dodatkowej struktury. Zbiór takich obiektów tworzy *algebrę*.

W niniejszym e-materiale omówimy **iloczyn wektora przez liczbę** oraz **iloczyn skalarny wektorów**.

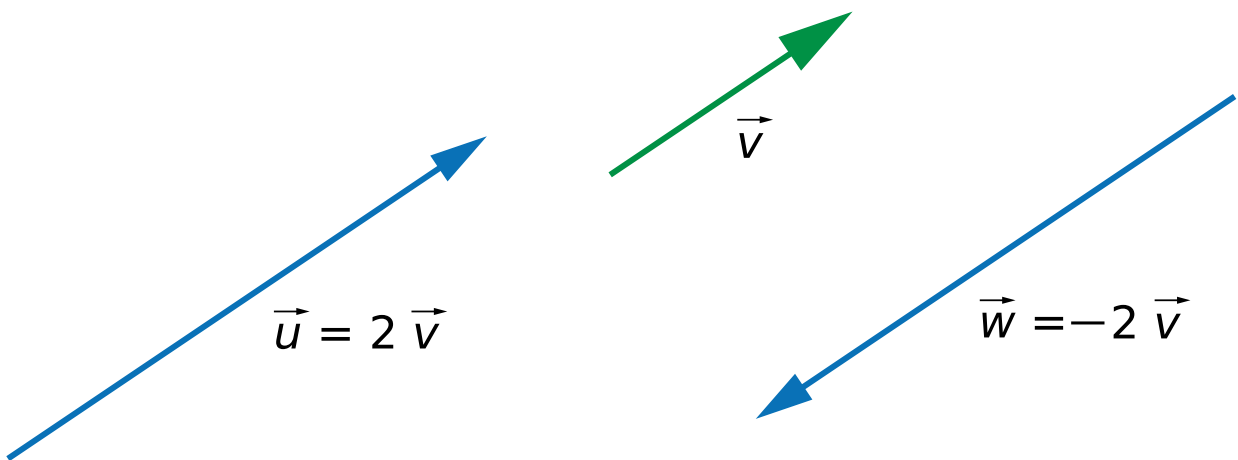
Mnożenie wektora przez liczbę

Zacznijmy od mnożenia wektora przez liczbę. Wynikiem takiego działania jest zawsze wektor. Dla wektora $\vec{a}$ i liczby k zapisujemy to działanie następująco:

$$\vec{b} = k \cdot \vec{a}.$$

Zwrot wektora $\vec{b}$ jest taki sam, jak wektora $\vec{a}$, jeśli $k > 0$. Jeśli $k < 0$, wtedy zwroty $\vec{b}$ i $\vec{a}$ są przeciwne. Długość wektora $\vec{b}$ wynosi

$$|\vec{b}| = |k| \cdot |\vec{a}|.$$



Rys. 1. Przykład iloczynu wektora $\vec{v}$ przez liczbę 2 oraz -2.

Mnożenie wektora przez skalar możemy również opisać w języku współrzędnych. Zapiszmy wektor $\vec{a}$ jako

$$\vec{a} = [a_x; a_y].$$

Jeśli $\vec{b} = k \cdot \vec{a}$ i $\vec{b} = [b_x; b_y]$, to

$$b_x = k \cdot a_x,$$

$$b_y = k \cdot a_y.$$

Zatem współrzędne wyniku są iloczynem liczby, przez którą mnożymy wektor, i jego odpowiednich współrzędnych; są to już znane z lekcji matematyki iloczyny liczb, w ogólności rzeczywistych.

Ze szczególnym przypadkiem mamy do czynienia, gdy mnożymy wektor przez -1; w wyniku otrzymujemy wektor przeciwny do danego. Mnożąc dowolny wektor przez 0, dostajemy

wektor zerowy, $\vec{0}$ (o współrzędnych $[0; 0]$).

Dzielenie wektora przez liczbę definiujemy w sposób w tym sensie „naturalny”, że stosujemy definicję dzielenia liczb. Dzielenie to mnożenie przez odwrotność, o ile ta odwrotność istnieje, tj. o ile nie usiłujemy dzielić przez zero.

Przykładem zastosowania operacji mnożenia wektora przez skalar jest zapis drugiej zasady dynamiki, która mówi, że jeśli na ciało o masie m działa wypadkowa siła $\vec{F}$, to ciało porusza się z przyspieszeniem $\vec{a}$ proporcjonalnym do działającej siły, a jego długość jest odwrotnie proporcjonalna do masy ciała,

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Przyspieszenie ma zwrot i kierunek taki, jak działająca na ciało siła. Odwrotność masy jest oczywiście dodatnią wielkością skalarną.

Siła i przyspieszenie to jeden z wielu przykładów par wielkości wektorowych związanych ze sobą operacją mnożenia przez liczbę. Inny przykład to definicje [pędu](#) oraz [natężenia pola elektrostatycznego](#).

[Pęd ciała](#) $\vec{p}$ to iloczyn masy tego ciała przez jego prędkość,

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}.$$

Ponieważ prędkość ciała jest wielkością wektorową, [pęd](#), który jest wynikiem mnożenia tego wektora przez masę, również musi być wektorem.

Mówimy, że w przestrzeni istnieje pole elektrostatyczne, jeśli na umieszczone w tej przestrzeni ciała naładowane działają siły elektrostatyczne.

[Natężeniem pola elektrostatycznego](#) w danym punkcie przestrzeni nazywamy iloraz wektora siły elektrostatycznej działającej na umieszczony w tym punkcie ładunek próbny przez wartość tego ładunku,

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Ponieważ siła elektrostatyczna jest wielkością wektorową, to [natężenie pola](#), które jest wynikiem dzielenia wektora przez skalar, również musi być wektorem.

Iloczyn skalarny dwóch wektorów

Działaniem, które możemy wykonywać na parach wektorów, ale którego wynikiem jest liczba, jest **iloczyn skalarny**. Aby odróżnić iloczyn skalarny od wektorowego, iloczyn skalarny wektorów oznaczamy stawiając kropkę między wektorami (tak jak w przypadku

mnożenia wielkości skalarnych oraz skalarów przez wektory). W wielu tekstach znak ten się opuszcza.

Z definicji, jeśli $c = \vec{a} \cdot \vec{b}$, to liczba c jest równa iloczynowi wartości obu wektorów oraz cosinusa kąta α między nimi,

$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha.$$

Okazuje się, że ten na pozór skomplikowany związek ma całkiem prostą postać w języku współrzędnych wektorów. Jeśli, jak poprzednio,

$$\vec{a} = [a_x, a_y],$$

$$\vec{b} = [b_x, b_y],$$

to

$$c = [a_x, a_y] \cdot [b_x, b_y] = a_x b_x + a_y b_y.$$

Jeśli się dobrze przyjrzeć powyższemu wyrażeniu, zauważymy, że nie zmienia ono wartości przy zmianie miejscami mnożonych czynników w obu składnikach. Również z parzystości cosinusa wynika, że iloczyn skalarny jest przemienny, czyli dla dowolnej pary wektorów $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$.

Dla zainteresowanych

Spójrzmy na przedstawione powyżej dwa sposoby wyrażania iloczynu skalarnego. Jeśli porównamy prawe strony wzorów wyrażających wartość c , otrzymamy

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos \alpha,$$

co dla niezerowych wektorów, po podzieleniu przez iloczyn ich długości, daje

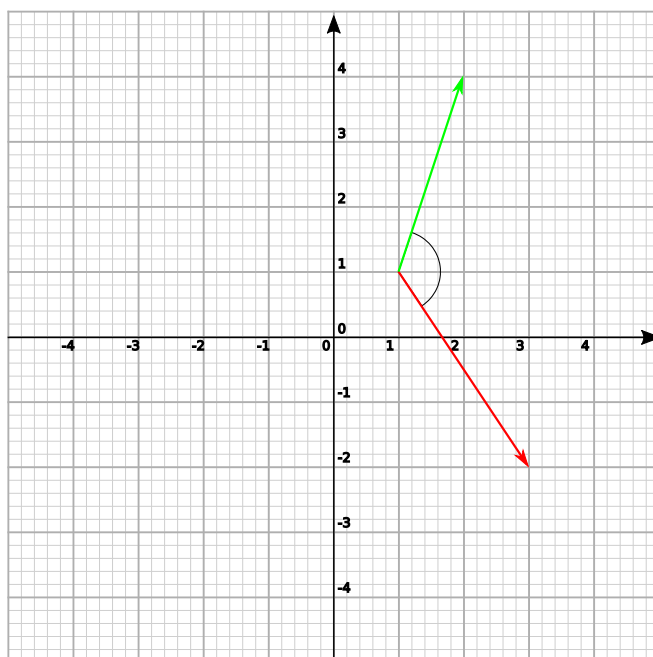
$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a \cdot b}.$$

Oznacza to, że jeżeli znamy współrzędne wektorów, to – stosując drugi ze wzorów na iloczyn skalarny – będziemy mogli znaleźć kąt między wektorami. Jako przykład weźmy wektory $\vec{a} = [2; -3]$ oraz $\vec{b} = [1; 3]$ z Rys. 2.

Ich długości to, odpowiednio, $\sqrt{13}$ oraz $\sqrt{10}$, a iloczyn skalarny wynosi $2 \cdot 1 + (-3) \cdot 3 = -7$, zatem

$$\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{7}{\sqrt{10}\sqrt{13}} \approx -0,614.$$

Korzystając np. z kalkulatora online można znaleźć kąt, którego cosinus ma tę wartość. Wynosi on ok. 2,23 radiana, czyli ok. 128° . Uwaga: wynik ten nie zależy od punktów zaczepienia tych wektorów – tu dla czytelności kąta wybraliśmy wspólny dla obu punkt [1, 1].



Rys. 2. Wektory $\vec{a}$ (czerwony) oraz $\vec{b}$ (zielony) oraz kąt między nimi.

Z faktu, że $\cos 90^\circ = 0$, wynika ważna własność: **iloczyn skalarny wektorów prostopadłych wynosi zero**. Oczywiście (w nieco mniej ciekawym przypadku) iloczyn skalarny wynosi zero, jeśli przynajmniej jeden z wektorów jest zerowy – wtedy pojęcie kierunku między wektorami nie ma sensu. Można też podać odwrotne wynikanie: jeśli $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, to albo $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \pi/2$ (ew. $3\pi/2$), albo któryś z wektorów jest zerowy.

Ostatnią ważną własność iloczynu skalarnego da się zauważyć biorąc za *oba argumenty iloczynu ten sam wektor*. Albo wykonując rachunek z użyciem współrzędnych, albo biorąc pod uwagę, że dla dowolnego niezerowego wektora kąt między nim a samym sobą jest zero, otrzymujemy

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2,$$

zatem iloczyn skalarny dowolnego wektora z tym samym wektorem jest kwadratem jego długości.

Przykładem zastosowania iloczynu skalarnego w fizyce jest praca. Praca jest zdefiniowana jako iloczyn skalarny wektora siły $\vec{F}$ i wektora przesunięcia $\Delta \vec{r}$. Zatem

$$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha,$$

gdzie α jest kątem między wektorem siły i wektorem przesunięcia.

Słowniczek

Pęd

(ang.: *momentum, linear momentum*), ozn. $\vec{p}$ – iloczyn masy ciała oraz jego prędkości:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}.$$

Innym sposobem zapisu II zasady dynamiki (ogólniejszym niż podany wyżej – bo dopuszczającym *zależną od czasu masę*, jak np. w ruchu rakiety) jest stwierdzenie, że siła to zmiana pędu w czasie.

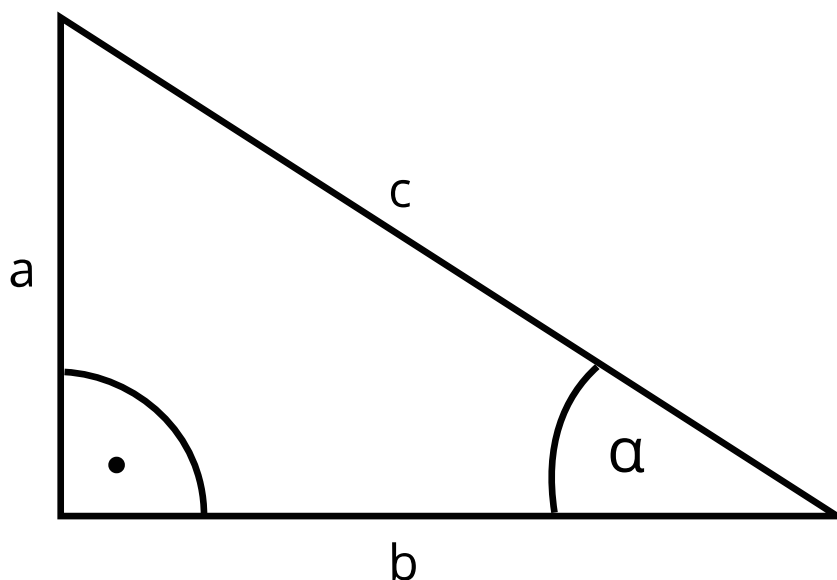
Natężenie pola elektrostatycznego

(ang.: *electric field*), ozn. $\vec{E}$. W danym punkcie przestrzeni – iloraz wektora siły elektrostatycznej działającej na umieszczony w tym punkcie ładunek próbny przez wartość tego ładunku:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Funkcje trygonometryczne sinus i cosinus

(ang.: *sine and cosine functions*) Rozważmy trójkąt prostokątny, jak na rysunku poniżej.



Sinus kąta α to stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta α do długości przeciwprostokątnej:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}.$$

Cosinus kąta α to stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do długości przeciwprostokątnej:

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}.$$

Z twierdzenia Pitagorasa wynika ważna tożsamość, zwana potocznie „jedynką trygonometryczną”, która jest spełniona dla każdej wartości kąta α :

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

Arcus cosinus

(ang.: *arccosine*) – funkcja odwrotna do funkcji cosinus rozpatrywanej na przedziale $(0, 180^\circ)$. W przedziale tym cosinus jest funkcją malejącą (zatem różnowartościową), wobec czego ma funkcję odwrotną, która jest określona na przedziale $[-1, 1]$. Przykład: $\arccos(0,5) = 60^\circ$.

Film samouczek

Iloczyn wektora przez liczbę oraz iloczyn skalarny wektorów

Obejrzyj film samouczek, na którym pokazujemy, w jaki sposób wykonuje się mnożenie skalarne dwóch wektorów, które są zdefiniowane w układzie kartezjańskim.

Tuż przed końcem filmu, aby ułatwić Ci przyswojenie i zapamiętanie wiadomości z części „Warto przeczytać”, realizatorzy poproszą Cię o wyznaczenie kąta między tymi wektorami. Zadanie to, w rozbiciu na dwa polecenia, zostało powtórzone pod filmem.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/Dq3ylhghF>

Polecenie 1

W filmie samouczku wykonano mnożenie skalarne dwóch wektorów: $\vec{u} = [1; 3]$ i $\vec{v} = [2; 1]$. Oblicz długości tych wektorów. Wyniki podaj z dokładnością do trzech cyfr znaczących.

Odpowiedź:

$$u = |\vec{u}| = \text{[input]},$$

$$v = |\vec{v}| = \text{[input]}.$$

Polecenie 2

Ile wynosi kąt między wektorami analizowanymi w filmie samouczku? Wartość kąta podaj w stopniach z dokładnością do liczb całkowitych.

Odpowiedź: °.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Zaznacz zdanie prawdziwe:

- ☐ wynikiem iloczynu skalarnego wektorów jest zawsze skalar
- ☐ wynikiem iloczynu wektora przez skalar jest zawsze skalar
- ☐ wynikiem iloczynu skalarnego wektorów jest zawsze wektor
- ☐ wynikiem iloczynu wektora przez skalar jest zawsze wektor

Ćwiczenie 2



Dany jest wektor $\vec{a} = [-1; 5]$. Współrzędne wektora $-2\vec{a}$ to

- ☐ $[-2; -10]$
- ☐ $[2; -10]$
- ☐ $[-2; -2]$
- ☐ $[2; 10]$

Ćwiczenie 3



Wskaż zdania fałszywe:

☐

możemy pomnożyć wektor przez skalar, ale tylko wtedy, gdy wielkość skalarna jest większa od zera

☐

możemy podzielić wektor przez skalar

☐

przy obliczaniu iloczynu skalarnego dwóch wektorów ważne są tylko wartości tych wektorów, ich kierunki i zwroty nie mają znaczenia

☐

iloczyn skalarny jest przemienny

Ćwiczenie 4



Wynikiem iloczynu skalarnego wektorów $\vec{x} = [-2; 2]$ i $\vec{y} = [1; 1]$ jest

☐

2

☐

0

☐

[2, 2]

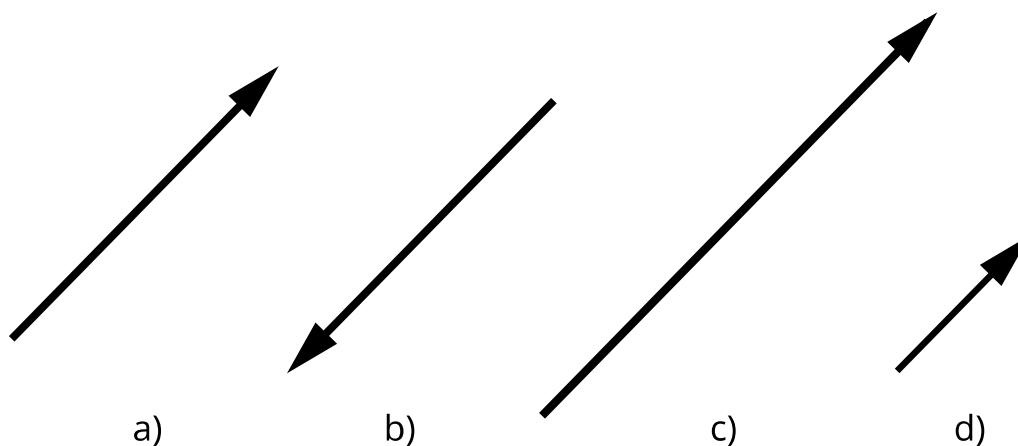
☐

1

Ćwiczenie 5



Poniżej przedstawiono cztery wektory. Przyporządkuj je do właściwych podpisów.



$\vec{x}$	$-2\vec{x}$	$2\vec{x}$	$3\vec{x}$

Ćwiczenie 6



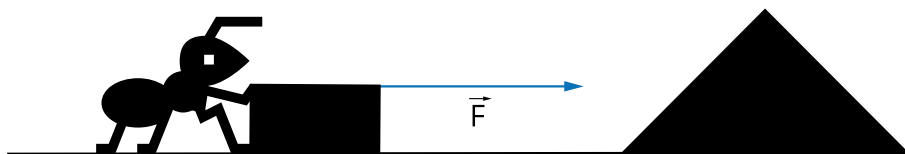
Ciało o masie 2 kg porusza się z przyspieszeniem o wartości 2 m/s^2 skierowanym poziomo ze zwrotem w prawo. Wiedząc, że siłę obliczamy jako iloczyn masy i wektora przyspieszenia, określ, jaka siła działa na ciało.

- ☐ jest to wektor o wartości 4 N skierowany poziomo ze zwrotem w lewo
- ☐ jest to skalar o wartości 4 N
- ☐ jest to wektor o wartości 4 N skierowany poziomo ze zwrotem w prawo
- ☐ jest to wektor o wartości 4 N, ale na podstawie przedstawionych danych nie można określić kierunku i zwrotu

Ćwiczenie 7



Mrówka zdobyła pokarm i pcha go po płaskiej, poziomej drodze do mrowiska. Aby dotrzeć do mrowiska musiała pokonać dystans 5 m i użyć siły 2 mN. Jaką pracę wykonała mrówka? Zaznacz zdanie prawdziwe.

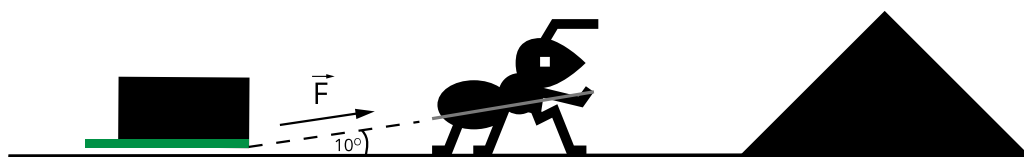


- ☐ Mrówka wykonała pracę o wartości 10 mJ o kierunku poziomym i zwrocie w kierunku przeciwnym do mrowiska.
- ☐ Na podstawie przedstawionych danych nie można określić, jaką pracę wykonała mrówka.
- ☐ Mrówka wykonała pracę o wartości 10 mJ o kierunku poziomym i zwrocie w kierunku mrowiska.
- ☐ Mrówka wykonała pracę o wartości 10 mJ. Praca jest wielkością skalarną.

Ćwiczenie 8



Mrówka zdobyła pokarm i pcha go po płaskiej, poziomej drodze do mrowiska. Pokonała dystans 5 m, używając siły 2 mN. Następnie użyła sanek na dystansie kolejnych 5 m. Na którym z tych odcinków wykonała większą pracę: pchając czy ciągnąc pokarm? Zaznacz zdanie prawdziwe.



- ☐ Ciągnąc pokarm, mrówka wykonała pracę o mniejszej wartości niż w przypadku, gdy go pchała.
- ☐ Na podstawie powyższych danych nie można stwierdzić, na którym odcinku mrówka wykonała większą pracę.
- ☐ Ciągnąc pokarm, mrówka wykonała pracę o takiej samej wartości jak w przypadku, gdy go pchała.
- ☐ Ciągnąc pokarm, mrówka wykonała pracę o większej wartości niż w przypadku, gdy go pchała.

Ćwiczenie 9



Basia podniosła na wysokość 20 cm torbę z zakupami o masie 10 kg i przeszła z nią po poziomej powierzchni 50 m. Wiedząc, że siła, jaką działa na torbę Basia, podnosząc ją do góry, jest równa co do wartości sile grawitacji działającej na tę torbę, znajdź wykonaną przez Basię pracę.



Basia wykonała pracę tylko podnosząc torbę, przy przejściu po poziomej powierzchni wartość pracy była równa zero. Praca przy podnoszeniu to mgh , czyli ok. 20 J.



Podczas podnoszenia torby Basia wykonała pracę 250 razy większą niż przy podnoszeniu torby, bo przesunięcia mają się do siebie jak 50 m : 20 cm, czyli jak 250 : 1. Praca przy podnoszeniu wynosi mgh , czyli ok. 20 J, więc całkowita praca to ok. 1020 kJ.

Ćwiczenie 10



Siłę elektrostatyczną, z jaką oddziałują na siebie dwa ładunki, obliczamy korzystając z prawa Coulomba:

$$\vec{F} = \frac{\vec{r}}{r} k \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

gdzie q_1, q_2 - ładunki tych ciał, $\vec{r}$ - położenie jednego z ciał względem drugiego, r - odległość między ciałami, k - stała związana z przenikalnością elektryczną próżni, równa w przybliżeniu $9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$. Jeśli ładunki są jednoimienne, to ciała odpychają się, jeśli różnoimienne, to przyciągają się.

Jaką siłą będą oddziaływać na siebie dwa ciała naładowane, jeśli umieścić je w próżni w odległości $r = 20 \text{ cm}$ od siebie? Ładunki obydwu ciał wynoszą $q = 5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$.



Wartość siły wynosi 56,25 N, ładunki przyciągają się.



Wartość siły wynosi 562,5 N, ładunki przyciągają się.



Wartość siły wynosi 562,5 N, ładunki odpychają się.



Wartość siły wynosi 56,25 N, ładunki odpychają się.

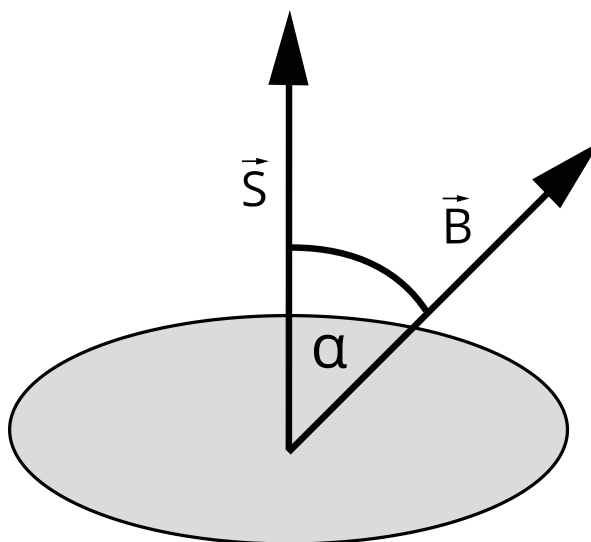
Ćwiczenie 11



Istnieje pewna wielkość fizyczna, którą często posługujemy się opisując pole magnetyczne. Jest to **strumień wektora indukcji magnetycznej**.

W wypadku pola jednorodnego strumień indukcji przez płaską powierzchnię S jest zdefiniowany jako iloczyn skalarny wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}$ przez „wektor powierzchni” $\vec{S}$. „Wektor powierzchni” z definicji jest prostopadły do niej i ma długość równą polu tej powierzchni. Zatem

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S}.$$



Analogicznie do strumienia wektora indukcji magnetycznej można zdefiniować strumień wektora natężenia pola elektrycznego.

Wyobraź sobie pole elektryczne o natężeniu o wartości E . W pewnym miejscu przestrzeni umieścmy powierzchnię S tak, że kąt między prostą prostopadłą do tej powierzchni i wektorem natężenia pola wynosi α .

Przez analogię do pola magnetycznego zapisz wzór na strumień Φ_E wektora natężenia pola elektrycznego.

Ćwiczenie 12



Zaznacz właściwe słowo, by powstało zdanie prawdziwe.

Strumień wektora natężenia pola elektrycznego Φ_E jest wielkością ☐ wektorową / ☐ skalarną .

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Martyna Jakubowska
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Iloczyn wektora przez liczbę oraz iloczyn skalarny wektorów
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe).
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. definiuje iloczyn wektora przez liczbę oraz wymienia jego właściwości. 2. definiuje iloczyn skalarny oraz wymienia jego właściwości. 3. analizuje różnice między iloczynem wektorowym a iloczynem skalarnym. 4. podaje przykłady zastosowania iloczynu skalarnego oraz iloczynu wektora przez liczbę w fizyce.
Strategie i metody nauczania	blended-learning - nauczanie hybrydowe
Formy zajęć:	Film samouczek, praca w grupach.
Środki dydaktyczne:	Komputer z rzutnikiem. Kartka w kratkę, linijka, długopis
Materiały pomocnicze	-
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Rozpoznanie wiedzy ucznia: Czy uczeń słyszał już o wektorach, czy wie, czym są wektory (może zetknął się z tym pojęciem na matematyce?). Przeczytanie i omówienie „Wprowadzenia”.	
Faza realizacyjna:	
- Uczniowie samodzielnie czytają tekst. Nauczyciel sprawdza, czy uczniowie mają jakieś pytania do tekstu. Nauczyciel omawia z uczniami definicje wielkości fizycznych, które pojawiły się w tekście: przyspieszenia, siły i natężenia pola. - Nauczyciel przypomina (lub wprowadza, jeśli wcześniej nie były znane) definicje cosinusa i sinusa. - Uczniowie oglądają film-samouczek. - Nauczyciel sprawdza, czy uczniowie mają pytania związane z samouczkiem. Nauczyciel naprowadza uczniów na właściwe odpowiedzi. Jeśli zajdzie taka potrzeba, uczniowie wracają to wybranego fragmentu tekstu lub samouczka. - Jeśli jest taka potrzeba nauczyciel udziela dokładniejszych informacji na temat wielkości fizycznych opisanych w samouczku. - Uczniowie, wykorzystując zdobytą wiedzę, rozwiązują wybrane zadania.	

Faza podsumowująca:

- Po rozwiązaniu zadań uczniowie dzielą się na 5 grup. W grupach omawiają rozwiązania zadań, wspólnie zastanawiając się nad zadaniami, które sprawiły im trudność. Każda z grup omawia 2 zadania „na forum klasy”.
- Nauczyciel sprawdza, które zadania sprawiły uczniom kłopot i dlaczego. Poprzez analizę wypowiedzi uczniów nauczyciel określa, w jakim stopniu osiągnięte zostały wyznaczone cele.

Praca domowa:

Nauczyciel wcześniej przygotowuje pulę zadań o zróżnicowanym stopniu trudności, podobnych do zamieszczonych w niniejszym e-materiale. Po przeanalizowaniu wyników i uwag uczniów, nauczyciel zadaje trzy zadania analogiczne do tych, z którymi uczniowie mieli problemy.

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium:

Film samouczek może być wykorzystany jako wstęp do lekcji lub w czasie lekcji tak, jak pokazano w konspekcie.