



Co to jest zderzenie niesprężyste?

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Symulacja interaktywna
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Co to jest zderzenie niesprężyste?

Czy to nie ciekawe?

Czy widziałeś kiedyś w filmie zabawną sytuację, kiedy dwóch rewolwerowców strzela do siebie, a kule z ich pistoletów zderzają się, deformują i upadają dokładnie nad miejscem zderzenia? Czy pomijając niewiarygodny przypadek takiego trafienia, sytuacja taka jest w ogóle możliwa? W tym materiale dowiesz się, że tak. Poznasz model zderzenia niesprężystego, który opisuje tego typu zjawiska.



Rys. a. Większość takich sytuacji nie kończy się tak szczęśliwie, jak to zostało opisane w tekście. [źr. Pixabay]

Twoje cele

- Poznasz model zderzeń niesprężystych;
- Dowiesz się, jak wyznaczyć parametry układu ciał po zderzeniu niesprężystym;
- Wykorzystasz zdobytą wiedzę w zadaniach rachunkowych.

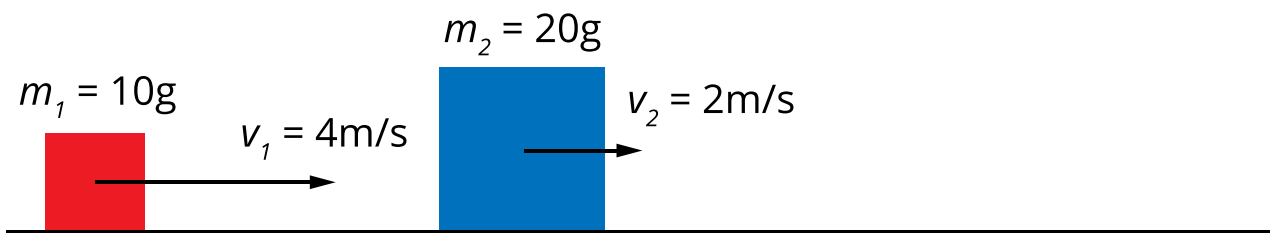
Przeczytaj

Warto przeczytać

Jednym z modeli zderzeń rozpatrywanych w fizyce są **zderzenia niesprężyste**. W przypadku takich zderzeń, dwa ciała, pomiędzy którymi dochodzi do kolizji, łączą się w jeden obiekt, którego masa jest równa sumie mas ciał składowych. Ciała po zderzeniu poruszają się z tą samą prędkością. Prędkość ciał po zderzeniu niesprężystym wyznaczana jest z wykorzystaniem zasady zachowania pędu, zgodnie z którą całkowity **pęd układu** przed zderzeniem jest równy pędowi układu po kolizji. Przeanalizujemy trzy przykłady, które przybliżą nam model zderzeń niesprężystych.

Przykład 1.

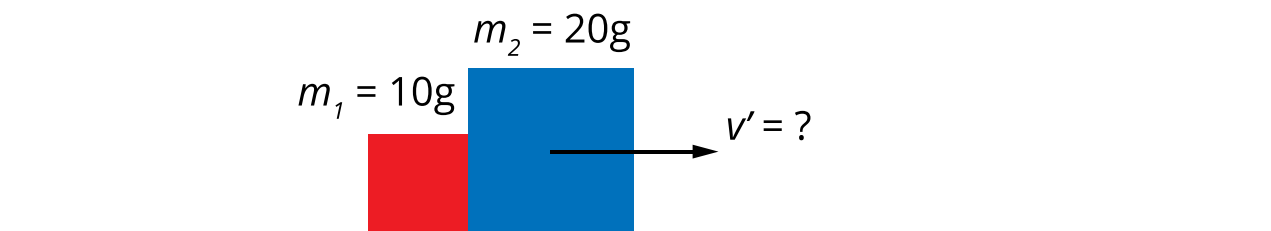
Wyobraźmy sobie dwa klocki o masach $m_1 = 10\text{ g}$ i $m_2 = 20\text{ g}$. Klocki poruszają się w tym samym kierunku z prędkościami $v_1 = 4\text{ m/s}$ oraz $v_2 = 2\text{ m/s}$, tak jak zaprezentowano na Rys. 1.



Rys. 1. Sytuacja z przykładu nr 1 przed zderzeniem.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

W pewnej chwili dochodzi do zderzenia pomiędzy klockami, które łączą się w jeden obiekt i wspólnie poruszają się dalej ze zmienioną prędkością v' (Rys. 2.).



Rys. 2. Sytuacja z przykładu nr 1 po zderzeniu.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Wyznamy prędkość v' , z jaką klocki poruszać się będą po zderzeniu.

Wykorzystajmy zasadę zachowania pędu. Całkowity pęd układu przed zderzeniem jest równy sumie pędów klocka pierwszego $\vec{p}_1$ oraz drugiego $\vec{p}_2$. Suma ta jest równa pędowi

układu po zderzeniu $\vec{p}$:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}.$$

Możemy zapisać powyższe równanie, wykorzystując parametry układu, podane w treści zadania:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}.$$

Ponieważ ruch odbywa się wzdłuż prostej, zrezygnujemy z zapisu wektorowego i rozwiążmy powyższe równanie w celu wyznaczenia wartości prędkości klocków po zderzeniu:

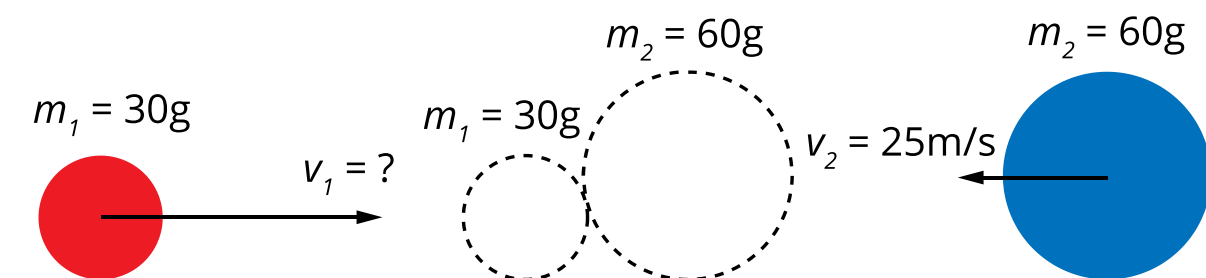
$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{10 \text{ g} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 20 \text{ g} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ g} + 20 \text{ g}} = 2 \frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

W analizowanym przykładzie wyznaczyliśmy prędkość końcową układu wykorzystując zasadę zachowania pędu. Nasuwa się jednak pytanie, dlaczego nie skorzystaliśmy z zasady zachowania energii mechanicznej? Otóż dlatego, że w modelu zderzeń niesprężystych część energii mechanicznej może zostać zużyta np. na odkształcenie, wygenerowanie fali akustycznej lub zostać przekształcona w ciepło.

Przeanalizujmy inny przypadek zderzenia niesprężystego.

Przykład 2.

Naprzeciw siebie stoi dwóch pojedynkujących się rewolwerowców. W tej samej chwili wystrzeliwują oni kule o masach $m_1 = 30 \text{ g}$ i $m_2 = 60 \text{ g}$. Kule te, zderzają się centralnie i upadają dokładnie w miejscu zderzenia (Rys. 3.). Wyznamy prędkość lżejszej z kul $v_1 = ?$, wiedząc że prędkość kuli cięższej przed zderzeniem wynosiła $v_2 = 25 \text{ m/s}$.



Rys. 3. Sytuacja z przykładu nr 2.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ponownie wykorzystamy zasadę zachowania pędu, przyrównując sumę wartości pędów początkowych $\vec{p}_1$ i $\vec{p}_2$ do pędu układu kul po zderzeniu $\vec{p}$:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}.$$

Zwróćmy uwagę, że kule początkowo poruszały się naprzeciw siebie. Rezygnując z zapisu wektorowego, musimy uwzględnić zwrot wektorów $\vec{p}_1$ i $\vec{p}_2$.

$$p_1 - p_2 = p'.$$

Wykorzystując parametry układu możemy zapisać zasadę zachowania pędu w postaci:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

Zauważmy, że prędkość kul po zderzeniu $v' = 0$, a zatem całkowity pęd układu po zderzeniu również wynosi 0

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0.$$

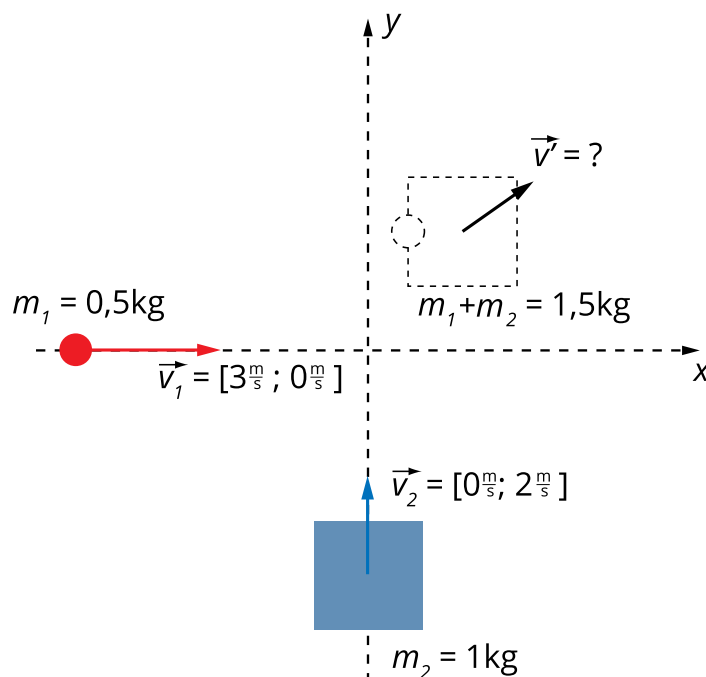
Przekształcając powyższe równanie, możemy wyznaczyć prędkość v_1 :

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \longrightarrow v_1 = v_2 \frac{m_2}{m_1} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{60 \text{ kg}}{30 \text{ kg}} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Zwróćmy uwagę, że zderzające się ciała nie muszą poruszać się w tym samym kierunku. Przeanalizujmy trudniejszy przykład, w którym wykorzystamy rachunek wektorowy.

Przykład 3.

Wyobraźmy sobie dwa ciała o masach $m_1 = 0,5 \text{ kg}$ i $m_2 = 1 \text{ kg}$, poruszające się w kierunkach prostopadłych względem siebie, z prędkościami $v_1 = 3 \text{ m/s}$ oraz $v_2 = 2 \text{ m/s}$. W pewnej chwili ciała zderzają się niesprężysto i dalej poruszają się w razem. Sytuacja ta zaprezentowana została na Rys. 4.



Rys. 4. Sytuacja z przykładu nr 3.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Wyznamy wartość prędkości, z jaką ciała poruszać będą się po zderzeniu.

Zauważmy, że w tym przypadku wygodnie będzie zapisać prędkości ciał v_1 i v_2 w postaci wektorów o współrzędnych $\vec{v}_1 = [3 \frac{\text{m}}{\text{s}}; 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}]$ oraz $\vec{v}_2 = [0 \frac{\text{m}}{\text{s}}; 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}]$. Znaki dodatnie przy współrzędnych oznaczają, że ciała poruszają się w kierunkach dodatnich wartości osi x i y. Zapiszmy zasadę zachowania pędu:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}.$$

Wykorzystajmy parametry analizowanego układu:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}.$$

Przekształćmy powyższe wyrażenie, do postaci pozwalającej wyznaczyć wektor prędkości $\vec{v}$:

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

Zwróćmy uwagę, że zapis wektorowy jest uniwersalny i niezależnie od zwrotów wektorów w nim występujących (czyli niezależnie od tego, czy ciała poruszają się w tę samą, czy w przeciwną stronę), jego postać pozostaje taka, jak w równaniu powyżej.

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{0,5 \text{ kg} \cdot [3 \frac{\text{m}}{\text{s}}; 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}] + 1 \text{ kg} \cdot [0 \frac{\text{m}}{\text{s}}; 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}]}{0,5 \text{ kg} + 1 \text{ kg}} = \\ &= \frac{[1,5; 0] + [0; 2]}{1,5} \frac{\text{m}}{\text{s}} = [1; \frac{4}{3}] \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Wyznaczyliśmy składowe wektora prędkości $\vec{v}$:

$$v'_x = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v'_y = \frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Wyznamy wartość tego wektora:

$$v' = \sqrt{(v'_x)^2 + (v'_y)^2} = \sqrt{(1 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 + (\frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}})^2} = \sqrt{1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + \frac{16}{9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 1 \frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Słowniczek

pęd układu

(ang. *system momentum*) - pęd układu punktów materialnych jest równy sumie wektorowej pędów wszystkich punktów układu. Można łatwo udowodnić, że pęd układu jest równy całkowitej jego masie pomnożonej przez prędkość środka masy układu. Pęd układu punktów zmienia się tylko wtedy, gdy działa na nie siła zewnętrzna.

zderzenie niesprężyste

(ang.: *inelastic collision*) - zderzenie, w którym zachowany jest pęd, ale część energii kinetycznej zderzających się ciał jest tracona (np. zamieniana na ciepło albo pracę

potrzebną do odkształcenia ciał). Gdy w zderzeniu jest tracona maksymalna możliwa ilość energii kinetycznej, mówimy o zderzeniu doskonale niesprężystym.

Symulacja interaktywna

Co to jest zderzenie niesprężyste?

Na poniższej symulacji przedstawiono dwa punkty materialne (oznaczone literami A i B) o masach m_A i m_B oraz miejsce ich zderzenia niesprężystego (oznaczone literą P). Pobaw się symulacją zmieniając suwakami masy obu punktów oraz przemieszczając punkty w inne położenia początkowe. Pamiętaj, że im większa odległość każdego z ciał od miejsca zderzenia P, tym większa jego wartość prędkości. Zaobserwuj, jak zmienia się położenie (zaznaczone małą zieloną kropką) obu połączonych po zderzeniu punktów po czasie $t = 1$ s od momentu zderzenia. Czy wiesz, jaką wielkość charakteryzuje długość zielonego odcinka?

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Polecenie 1

Jaki warunek musi zostać spełniony, aby ciała po zderzeniu niesprężystym takim, jak zaprezentowane w symulacji, nie poruszały się? Sprawdź swoje propozycje na symulacji.

Polecenie 2

Niech punkty A mają współrzędne równe odpowiednio $(-1; 0)$ i $(0; -1)$, a punkt zderzenia znajduje się w początku układu współrzędnych. Przyjmij obie masy równe $m_A = m_B = 1$. Jak zmieni się położenie połączonych ciał po sekundzie od zderzenia, jeśli zwiększymy obie masy 10-krotnie?

☐ Odległość od punktu zderzenia wzrośnie.

☐ Odległość od punktu zderzenia zmaleje.

☐ Położenie nie zmieni się.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Uzupełnij tekst.

W zderzeniu niesprężystym ciała, które ulegają kolizji, . W modelu zderzeń niesprężystych spełniona jest zasada zachowania .

pędu

odbijają się od siebie

energii mechanicznej

łączą się w jeden obiekt

Ćwiczenie 2



W modelu zderzeń niesprężystych część energii mechanicznej może zostać wykorzystana na:

☐ wydzielenie ciepła

☐ generację fali akustycznej

☐ odkształcenie ciał

☐ wszystkie powyższe

Ćwiczenie 3



Wyznacz prędkość ciał o masach $m_1 = 200 \text{ g}$ i $m_2 = 400 \text{ g}$, pomiędzy którymi doszło do zderzenia niesprężystego. Przed zderzeniem ciało poruszały się w tym samym kierunku z prędkościami $v_1 = 5 \text{ m/s}$ oraz $v_2 = 2,5 \text{ m/s}$, a zwroty prędkości były identyczne. Wynik podaj z dokładnością do dwóch cyfr znaczących.

Odp.: m/s.

Ćwiczenie 4



Pomiędzy dwoma kulkami wykonanymi z plasteliny doszło do zderzenia, po którym kulki złączyły się i zatrzymały. Kulki początkowo poruszały się naprzeciw siebie. Wyznacz masę kulki m_1 , wiedząc że masa kulki $m_2 = 45$ g, a jej prędkość wynosiła $v_2 = 6$ m/s. Kulka o masie m_1 przed zderzeniem poruszała się z prędkością $v_1 = 12$ m/s.

Odp.: g.

Ćwiczenie 5



Do opisu którego ze zjawisk, należy wykorzystać model zderzeń niesprężystych?

☐ Odbicie piłki przez gracza bejsbolu

☐ Zderzenie centralne kul bilardowych

☐ Uderzenie w ścianę kulką śnieżną

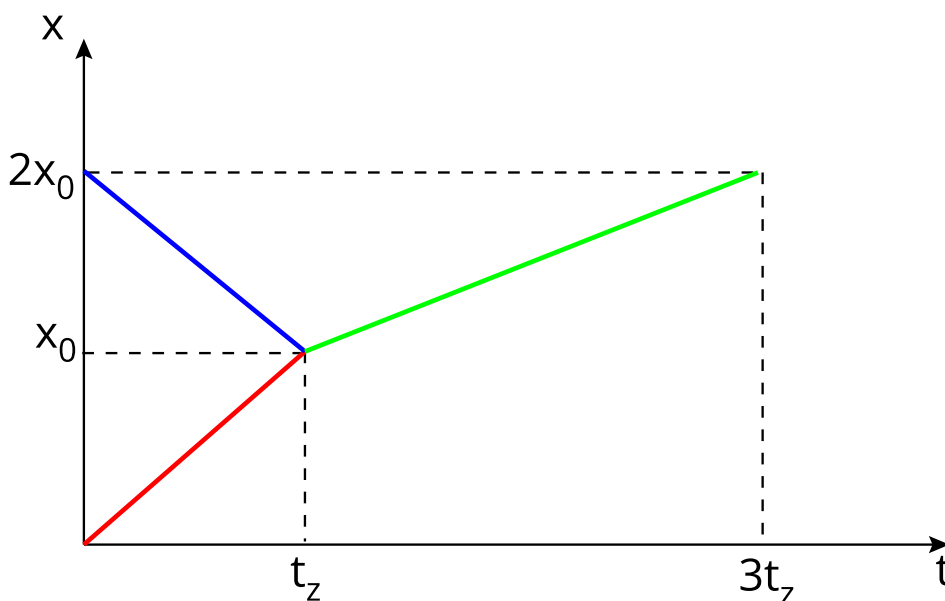
Ćwiczenie 6



Po płaskim i poziomym blacie stołu toczą się dwie kulki wykonane z plasteliny, których masy są równe $m_1 = 40$ g i $m_2 = 20$ g. Prędkości kulek opisane są wektorami o współrzędnych $\vec{v}_1 = [5 \text{ m/s}; 0]$, oraz $\vec{v}_2 = [0; 3 \text{ m/s}]$. W pewnej chwili pomiędzy kulkami dochodzi do zderzenia niesprężystego. Wyznacz wartość prędkości kulek po zderzeniu. Wynik podaj z dokładnością do 0,1 m/s.

Odp.: m/s.

Ćwiczenie 7



Na wykresie przedstawiono zależność położenia od czasu dla dwóch ciał poruszających się wzdłuż jednej prostej, które w chwili t_z zderzyły się niesprężysto i poruszały się dalej zgodnie z zależnością zaznaczoną kolorem zielonym. Wyznacz stosunek mas obu ciał.

Odp.: $\frac{m_1}{m_2} =$

8 4 5 6 7 3 1 2

Ćwiczenie 8



Pomiędzy dwoma ciałami o identycznych masach dochodzi do niesprężystego zderzenia centralnego. Przed zderzeniem ciała poruszają się naprzeciw siebie z różnymi prędkościami. Zaznacz zdanie prawdziwe.

- ☐ Po zderzeniu ciała poruszać się będą wspólnie z prędkością inną niż prędkości przed zderzeniem. Zwrot wektora prędkości ciał po zderzeniu będzie zgodny ze zwrotem wektora ciała o większej prędkości przed zderzeniem.
- ☐ Po zderzeniu ciała poruszać się będą wspólnie z prędkością inną niż prędkości przed zderzeniem. Zwrot wektora prędkości ciał po zderzeniu będzie zgodny ze zwrotem wektora ciała o mniejszej prędkości przed zderzeniem.
- ☐ Po zderzeniu ciała zatrzymają się, ponieważ jest to zderzenie niesprężyste.

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Bartłomiej Klus
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Co to jest zderzenie niesprężyste?
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem; 5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe); 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. II. Mechanika. Uczeń: 16) rozróżnia i analizuje zderzenia sprężyste i niesprężyste.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. zdefiniuje model zderzeń niesprężystych; 2. wyznaczy parametry układu ciał po zderzeniu niesprężystym; 3. wykorzysta zdobytą wiedzę w zadaniach rachunkowych.
Strategie nauczania:	IBSE (Inquiry Based Science Education - nauczanie/uczenie się przez odkrywanie/dociekanie naukowe)
Metody nauczania:	burza mózgów, pokaz multimedialny, analiza pomysłów
Formy zajęć:	praca w grupach, praca indywidualna
Środki dydaktyczne:	komputery, tablica, zestaw zadań
Materiały pomocnicze:	e-materiał: „Co to jest zderzenie niesprężyste?”
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Uczniowie, w grupach, zapoznają się z treścią e-materiału i dyskutują na temat znanych im rodzajów zderzeń. Uczniowie zapoznają się z symulacją obrazującą zderzenia niesprężyste.	
Faza realizacyjna:	
Nauczyciel wprowadza definicję zderzenia niesprężystego oraz pokazuje różnicę pomiędzy zderzeniem niesprężystym i sprężystym. Nauczyciel przedstawia uczniom różne przykłady zderzeń niesprężystych, pytając również o pomysły innych przykładów takiego zjawiska. Nauczyciel, jeżeli dysponuje torem powietrznym, przeprowadza doświadczenie ze zderzeniami niesprężystymi wózków. Nauczyciel na tablicy przedstawia model zderzenia niesprężystego, Uczniowie na tablicy rozwiązują zadania 6 oraz 7. W zadaniu 6 nauczyciel zwraca uwagę na wygodę zastosowania rachunku wektorowego i na to, że zasadę zachowania pędu należy rozpatrywać w ujęciu wektorowym. W zadaniu 7 nauczyciel zwraca uwagę na sposób wykorzystania wykresu jako źródła danych.	
Faza podsumowująca:	
Uczniowie odnoszą się do postawionych sobie celów lekcji, ustalają które osiągnęli, a które wymagają jeszcze pracy, jakiej i kiedy. W razie potrzeby nauczyciel dostarcza im informację zwrotną kształtującą.	
Praca domowa:	

Uczniowie utrwalają wiedzę i poszerzają rozumienie rozwiązując zadania 1-5 z zestawu ćwiczeń.

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania
danego
multimedia**

Multimedia bazowe może być wykorzystane przed lekcją i połączone z dyskusją, na lekcji, na temat zderzeń, ich rodzajów, oraz warunków, jakie muszą zostać spełnione, aby zderzenie spełniało model zderzenia niesprężystego.