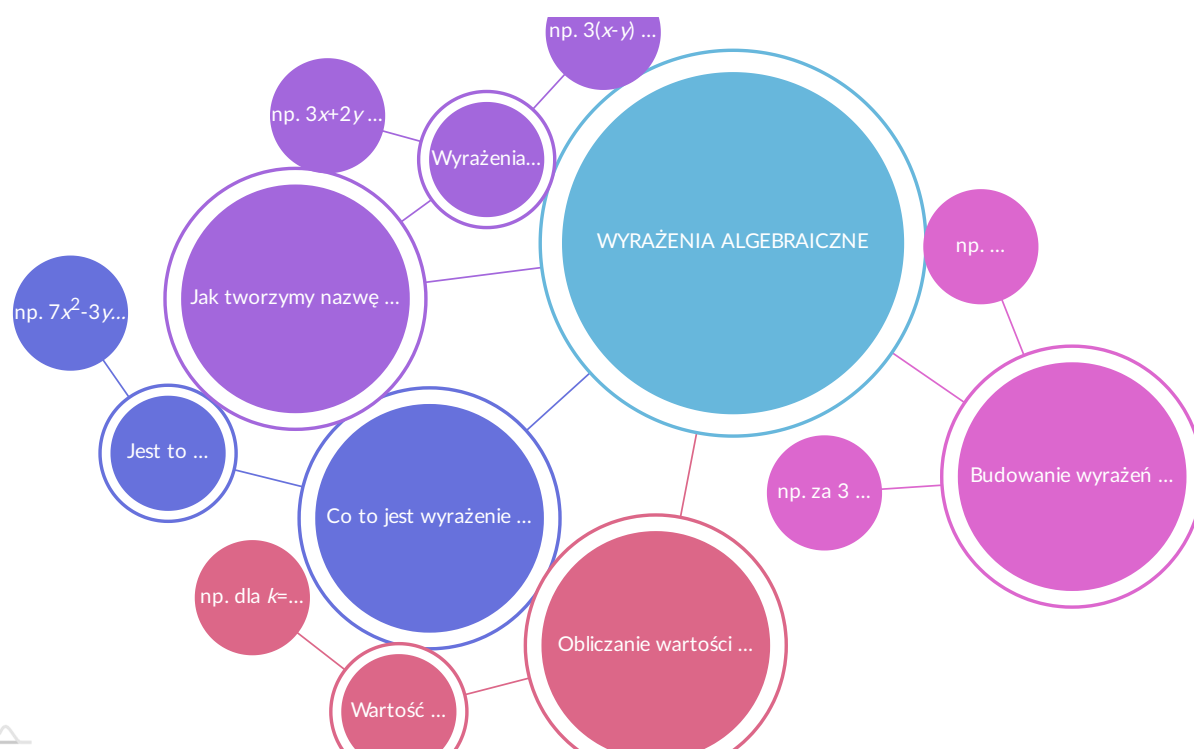




Wyrażenia algebraiczne

Wyrażenia algebraiczne

Umiejętność zapisywania zależności za pomocą wyrażeń algebraicznych i wykonywania działań na tych wyrażeniach pozwala na uogólnianie problemów i wykonywanie bardziej abstrakcyjnych obliczeń. Poniższa mapa myśli pokazuje ważne elementy, które będziemy tworzyć i analizować w poniższym materiale.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zapisywanie treści zadań z użyciem liter

Rozwiązując różne zadania, często zapisujemy wyrażenia arytmetyczne i obliczamy ich wartości.

W wyrażeniach arytmetycznych występują: liczby, znaki działań i nawiasy, np.

$$8 \cdot (12 + 5),$$

W zadaniach poniżej niektóre dane zapisane są za pomocą liter. Będziemy budować wyrażenia, w których, oprócz liczb, znaków działań i nawiasów, wystąpią litery.

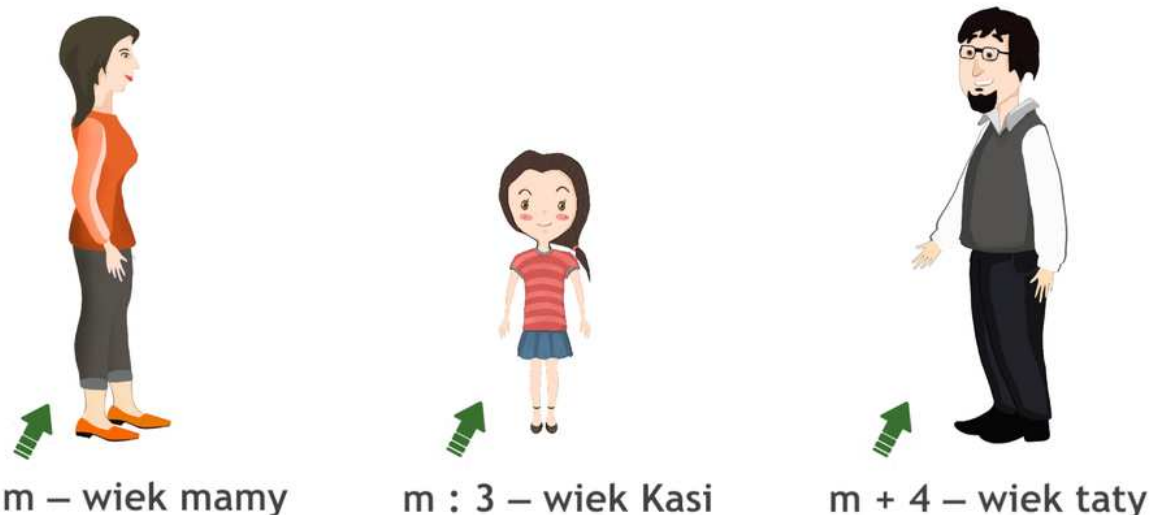
Przykład 1

Kasia jest 3 razy młodsza od swojej mamy, a mama jest o 4 lata młodsza od taty Kasi.

Oznaczmy literą m wiek mamy.

Wówczas wiek Kasi to $m : 3$, a wiek taty to $m + 4$.

Obejrzyj film i zobacz, jak obliczyć wiek Kasi i taty.



 Oblicz, ile lat miałyby Kasia, a ile jej tata, gdyby mama Kasi miała 24 lata.

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1VFnQ9DRJmrl>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia układanie i rozwiązywanie wyrażeń algebraicznych.

Ćwiczenie 1



Robert jest 2 razy młodszy od swojej mamy, a mama jest o 5 lat młodsza od taty Roberta. Oznaczmy literą t wiek taty.

Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę, i wybierz prawidłowe wyrażenie.

– wiek mamy Roberta

– wiek Roberta

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Robert jest 2 razy młodszy od swojej mamy, a mama jest o 5 lat młodsza od taty Roberta. Oznaczmy literą r wiek Roberta.

Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę, i wybierz prawidłowe wyrażenie.

– wiek mamy Roberta

– wiek taty Roberta

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Olek jest 5 razy starszy od swojego brata Rafała. Wiek Rafała oznaczono literą a . Ile wynosi łączny wiek obu chłopców?

Zaznacz prawidłową odpowiedź.

$a : 5 + a$

$a \cdot 5 + a$

$a + 5 + a$

$a - 5 + a$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Kanapka kosztuje a złotych, a jabłko b złotych. Ile złotych trzeba zapłacić za 2 kanapki i 3 jabłka?

Zaznacz prawidłową odpowiedź.

$3 \cdot a + 2 \cdot b$

$2 \cdot a + 3 \cdot b$

$(2 + 3) \cdot (a + b)$

$2 \cdot (a + b) + a$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Oliwia ma w skarbonce p monet pięcioletowych i d monet dwuzłotowych. Ile łącznie pieniędzy w monetach o tych nominałach znajduje się w skarbonce Oliwii?

Zaznacz prawidłową odpowiedź.

$5 \cdot p + 2 \cdot d$

$2 \cdot p + 5 \cdot d$

$(5 + 2) \cdot (p + d)$

$p + d$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Jak zbudowane jest wyrażenie algebraiczne? Jak tworzymy nazwę wyrażenia algebraicznego?

Ważne!

- Wyrażenia, w których występują: liczby, litery, znaki działań i nawiasy nazywamy wyrażeniami algebraicznymi, np.

$$2 \cdot a + 6, (x + 3) \cdot (x - 1), p - 8, \frac{4 + y + x}{3}.$$

- Każda z liter w wyrażeniu algebraicznym oznacza pewną liczbę.
- Przy zapisywaniu wyrażeń algebraicznych wprowadzono pewne umowy, np.:
- Nie zapisujemy znaku mnożenia między liczbą i literą lub między literami
 $3 \cdot p$ lub $p \cdot 3$ to $3p$
 $a \cdot c$ to ac .
- Nie piszemy liczb 1 i -1 przed literą.
 $1 \cdot x$ lub $1x$ to x
 $-1 \cdot x$ lub $-1x$ to $-x$.

- Znak dzielenia zastępujemy kreską ułamkową.

$$a : b \text{ to } \frac{a}{b}.$$

Przykład 2

Odczytamy nazwy następujących wyrażeń algebraicznych.

- $4x$ – **iloczyn** liczby 4 przez x ;
- $2x + 1$ – **suma** iloczynu liczby 2 przez x i liczby 1;
- $5x - 2$ – **różnica** iloczynu liczby 5 przez x i liczby 2;
- $\frac{x+3}{2}$ – **iloraz** sumy wyrażenia x i liczby 3 przez liczbę 2;
- $\frac{(2x+1)}{2} \cdot 3$ – **iloczyn**, którego pierwszym czynnikiem jest iloraz sumy wyrażenia $2x$ i liczby 1 przez liczbę 2, a drugim czynnikiem jest liczba 3.

Ponieważ dokładne nazwanie skomplikowanego wyrażenia algebraicznego jest uciążliwe, dlatego często nazywane jest od ostatniego działania, które wykonujemy (zgodnie z kolejnością wykonywania działań).

Ważne!

Wyrażenie algebraiczne nazywamy od ostatniego wykonywanego działania.

Ćwiczenie 6

Uzupełnij tabelę.

Przeciągnij w wyznaczone miejsca odpowiednie wyrażenie.

wyrażenie algebraiczne	z	$2z$	$k + 2$	$3n - 1$
podwojone wyrażenie algebraiczne	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
potrójone wyrażenie algebraiczne	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
połowa wyrażenia algebraicznego	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
trzecia część wyrażenia algebraicznego	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
kwadrat wyrażenia algebraicznego	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Przeciągnij i upuść lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej wyrażenie algebraiczne.

- różnica podwojonej liczby x i liczby y
- suma kwadratu liczby x i liczby y
- iloraz sumy liczb x i y przez liczbę 2
- iloczyn liczby 2 i różnicy liczb x i y

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Połącz w pary opis i odpowiednie wyrażenie algebraiczne.

Iloraz liczb x i y	$5c$
Liczba dwa razy mniejsza od sumy liczb a i b	$\frac{m}{2} + 6$
Iloczyn liczb 5 i c	$\frac{a+b}{2}$
Suma kwadratu liczby a i liczby c	$\frac{x}{y}$
Liczba o 6 większa od połowy liczby m	$a^2 + c$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Zeszyt kosztuje a złotych, długopis b złotych, a ołówek c złotych. Połącz w pary pytanie z odpowiedzią, którą jest odpowiednie wyrażenie algebraiczne.

Ile złotych trzeba zapłacić za 4 zeszyty i 2 ołówki?

$$a + b + 3c$$

Ile złotych trzeba zapłacić za zeszyt, długopis i 3 ołówki?

$$4a + 2c$$

Ile razy więcej kosztuje zeszyt i długopis niż zeszyt i ołówek?

$$10b - 5c$$

O ile złotych więcej kosztuje 10 długopisów niż 5 ołówków?

$$\frac{a+b}{a+c}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

W sklepie cukierniczym sprzedawane są cukierki owocowe w cenie po a zł za kilogram oraz cukierki czekoladowe w cenie po b zł za kilogram.

Ania i Hania postanowiły zakupić mieszanki cukierków na urodzinowe przyjęcie.



1

kupię 3 kg cukierków owocowych i 1 kg cukierków czekoladowych

2

kupię 2 kg cukierków owocowych i 3 kg cukierków czekoladowych

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, dostępny w internecie: Pexels.com/Unsplash.com, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij tabelę, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia algebraiczne.

Ania		Hania
<input type="text"/>	koszt cukierków owocowych	<input type="text"/>
<input type="text"/>	koszt cukierków czekoladowych	<input type="text"/>
<input type="text"/>	łączy koszt cukierków	<input type="text"/>
<input type="text"/>	masa cukierków (w kg)	<input type="text"/>

Ania		Hania
<input type="text"/>	cena 1 kg mieszanki (w zł)	<input type="text"/>

- $\frac{3a+b}{4}$
 $3b$
 $\frac{2a+3b}{5}$
 $2a + 3b$
 4
 $3a$
 5
 $3a + b$
 $2a$
 $1b$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Jaka będzie cena 1 kg mieszanki każdej z dziewczynek, jeżeli wiadomo, że cukierki owocowe kosztują 16 zł za kilogram, a cukierki czekoladowe kosztują 24 zł za kilogram? Kliknij w lukę, aby wyświetlić listę rozwijalną i wybierz poprawną odpowiedź.

Cena 1 kg mieszanki Ani wynosi .

Cena 1 kg mieszanki Hani wynosi .

- 18, 20 zł
 18, 80 zł
 18 zł
 20, 80 zł
 16 zł

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wyrażenia algebraiczne w geometrii

Ćwiczenie 11



Połącz w pary opis obwodu figury z odpowiednim wyrażeniem algebraicznym.

obwód równoległoboku o bokach a i b

$3a$

obwód trójkąta równoramiennego
o podstawie a i ramionach b

$2a + 2b$

obwód trójkąta równobocznego
o boku a

$a + 2b$

obwód kwadratu o boku a

$4a$

obwód trójkąta równoramiennego
o podstawie b i ramionach a


$b + 2a$


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

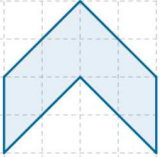
Ćwiczenie 12

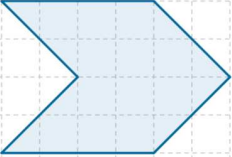


Oblicz pola narysowanych figur. Przeciągnij i upuść prawidłową odpowiedź.

a) 

b) 

c) 

d) 

$2 \cdot 2a \cdot a$ lub $4a^2$ $4 \cdot \frac{a^2}{2}$ lub $2a^2$ $a^2 + 3a \cdot a$ lub $4a^2$

$\frac{(1\frac{1}{2}a+3a) \cdot 1\frac{1}{2}a}{2}$ lub $2\frac{1}{4}a^2 + 1\frac{1}{8}a^2$

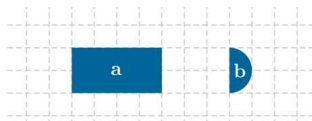
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Poniższy rysunek przedstawia dwie figury o polach a oraz b . Z figur tych zbudowano inne.

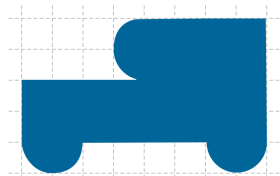
Połącz w pary figury i ich pola.



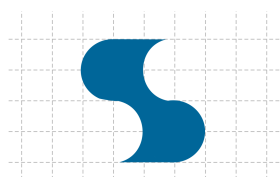
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



$$a + b$$



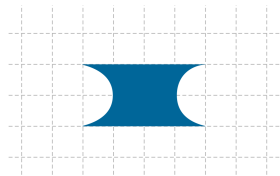
$$a - 2b$$



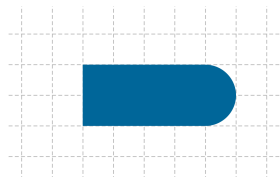
$$3a + 2b$$



$$a + 2b$$



$$3a + 3b$$



$$a$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wartość liczbową wyrażenia algebraicznego

Przykład 3

W pewnej klasie jest d dziewcząt, a chłopców jest o 3 więcej niż dziewcząt. Liczbę wszystkich uczniów tej klasy możemy zapisać za pomocą wyrażenia: $d + d + 3$.

Obliczmy, ilu uczniów jest w tej klasie, jeżeli jest w niej 10 dziewcząt lub 12 dziewcząt.

Jeżeli $d = 10$, zatem $d + d + 3 = 10 + 10 + 3 = 23$.

Jeżeli $d = 12$, zatem $d + d + 3 = 12 + 12 + 3 = 27$.

Wartość wyrażenia algebraicznego za każdym razem jest inna. Zależy ona od tego, jaką liczbę wstawimy zamiast litery w tym wyrażeniu.

Ćwiczenie 14



Oblicz wartość wyrażenia $2a + 1$ dla podanego a i połącz w pary odpowiednie wyrażenia.

$$a = 5$$

$$3, 6$$

$$a = -4$$

$$11$$

$$a = 1, 3$$

$$-7$$

$$a = 2\frac{1}{2}$$

$$6$$

Ćwiczenie 15



Zmieniając za pomocą suwaków liczby m i n , możesz sprawdzić, jaka jest wartość wyrażenia $-2m + 0,5n$ dla wybranych liczb m i n .

Podaj wartość wyrażenia $-2m + 0,5n$ dla

1. $m = 6, n = -10,$

2. $m = -8, n = 4,$

3. $m = -17, n = -12,$

4. $m = 11, n = 16.$



$$-2m + 0.5n = -2 \cdot 10 + 0.5 \cdot 16 = -12$$

Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/Dm7dRI2ww>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16

Oblicz wartość wyrażenia $4x^2 - y$ dla podanych wartości x oraz y . Uzupełnij luki, wpisując odpowiednie liczby.



1. $x = 2, y = 3$

2. $x = -5, y = -10$


3. $x = 1, 2, y = 5, 76$


4. $x = \frac{5}{6}, y = \frac{7}{9}$


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.


Ćwiczenie 17


Oblicz wartość wyrażenia algebraicznego $-2x^2 + y^2 - xy$ dla podanych wartości x oraz y . Ułóż obliczone liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

$x = -2; y = 1$ 

$x = 1; y = -2$ 

$x = 2; y = -1$ 

$x = -1; y = -2$ 

$x = 1, y = -3$ 

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.