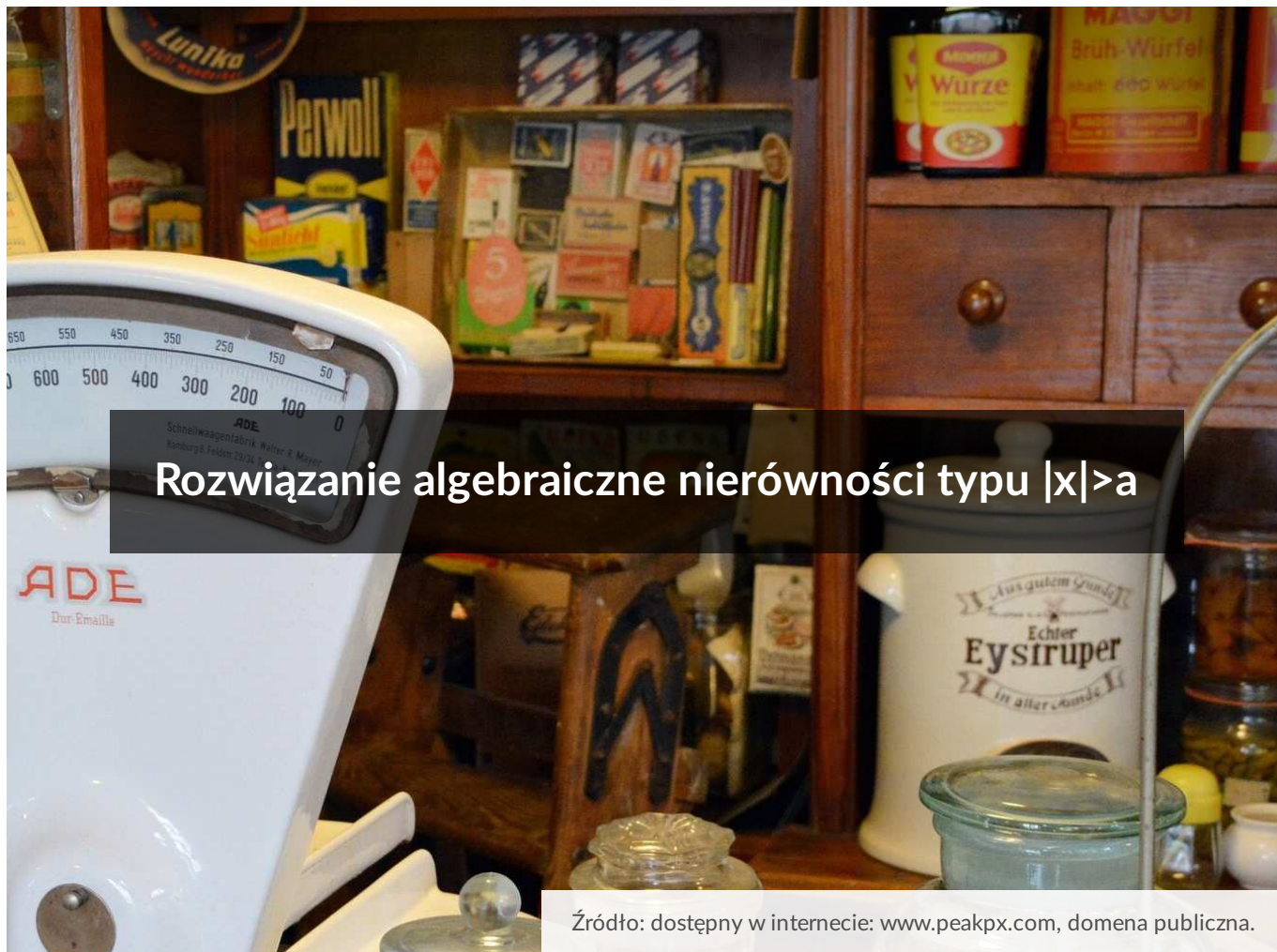




Rozwiązanie algebraiczne nierówności typu $|x| > a$

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Infografika
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Potrafisz już rozwiązać nierówność typu $|x| > a$, korzystając z geometrycznej definicji wartości bezwzględnej.

Te umiejętności przydadzą się przy poznaniu nowego sposobu na znalezienie rozwiązania takich nierówności.

W tym materiale dowiesz się jak należy rozwiązać algebraicznie nierówności postaci $|x| > a$ oraz $|x| \geq a$.

Twoje cele

- Utrwalisz definicję algebraiczną wartości bezwzględnej liczby a .
- Nauczysz się rozwiązywać nierówności typu $|x| > a$ oraz $|x| \geq a$ metodą algebraiczną.
- Udoskonalisz zapisywanie nierówności typu $|x| > a$ oraz $|x| \geq a$ bez użycia symbolu modułu.

Przeczytaj

Przykład 1

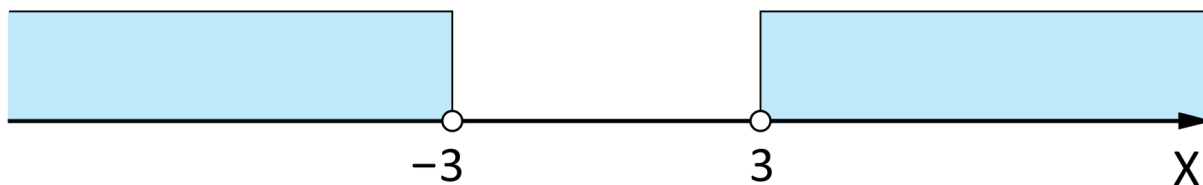
Rozwiąż algebraicznie nierówność $|x| > 3$.

Aby znaleźć **zbiór rozwiązań nierówności**, zapisujemy ją najpierw bez symbolu wartości bezwzględnej, w równoważnej postaci alternatywy dwóch nierówności

$$x < -3 \text{ lub } x > 3$$

Zaznaczmy otrzymane zbiory na osi liczbowej, a następnie zapisujemy zbiór rozwiązań w postaci sumy przedziałów.

Pamiętaj, że kółeczka muszą być niezamalowane – są to nierówności ostre.



$$x \in (-\infty, -3) \cup (3, \infty)$$

Przykład 2

Rozwiąż algebraicznie nierówność $|2x| > 12$.

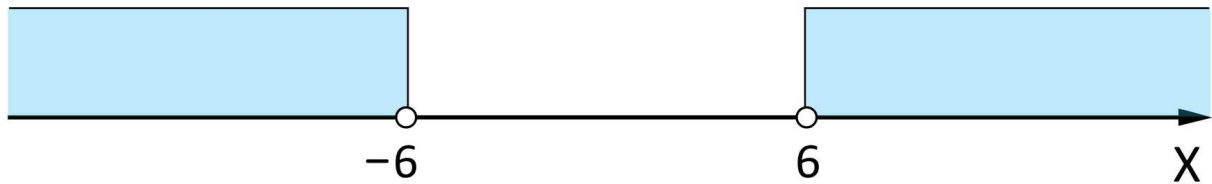
Nierówność możemy zapisać w postaci alternatywy dwóch nierówności.

$$2x < -12 \text{ lub } 2x > 12$$

Rozwiązujemy te nierówności i zaznaczamy na jednej osi liczbowej przedziały, które są ich zbiorami rozwiązań.

$$2x < -12 \mid : 2 \text{ lub } 2x > 12 \mid : 2$$

$$x < -6 \text{ lub } x > 6$$



Zapisujemy teraz rozwiązanie przedstawione na rysunku w postaci sumy przedziałów.

$$x \in (-\infty, -6) \cup (6, \infty)$$

Przykład 3

Rozwiąż algebraicznie nierówność $|-4x| \geq 3$.

Zauważ, że, zgodnie z własnością wartości bezwzględnej:

$$|a| = |-a|, \text{ dla } a \in \mathbb{R}$$

nierówność ta jest równoważna nierówności

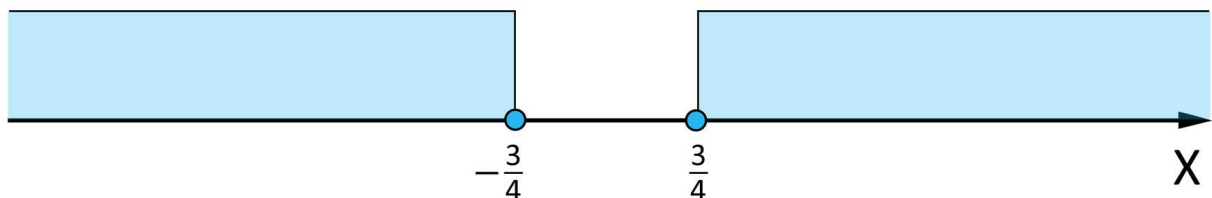
$$|4x| \geq 3$$

Dalej rozwiązujemy nierówność analogicznie jak w powyższych przykładach.

$$4x \leq -3 \quad | : 4 \text{ lub } 4x \geq 3 \quad | : 4$$

$$x \leq -\frac{3}{4} \text{ lub } x \geq \frac{3}{4}$$

Pamiętaj, że kółeczka muszą być zamalowane – są to nierówności nieostre.



$$x \in (-\infty, -\frac{3}{4}] \cup [\frac{3}{4}, \infty)$$

Słownik

zbiór rozwiązań nierówności

zbiór wszystkich liczb spełniających daną nierówność

Infografika

Polecenie 1




Zapoznaj się ze sposobem rozwiązywania nierówności z wartością bezwzględną w postaci $|x| > a$, gdzie $a > 0$ przedstawionym na infografice, a następnie wykonaj samodzielnie polecenie 2.

Polecenie 2

Rozwiąż nierówność. Zaznacz rozwiązanie na osi liczbowej i zapisz w postaci sumy przedziałów.

$$|5x| > 32$$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Zbiór rozwiązań nierówności $|x| \geq 6$ można przedstawić w postaci.

$$\begin{cases} x > -6 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -6 \\ x \geq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -6 \\ x > 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

Ćwiczenie 2



Wskaż zbiór rozwiązań nierówności $|x| > 0$.

$x \in \mathbb{R}$

$x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$x \in (0, \infty)$

$x \in \emptyset$

Ćwiczenie 3



Przyciągnij liczby należące do zbioru $A = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 12 \wedge |x| > 6\}$. W kolejności od najmniejszej do największej.

$A =$, , , , ,

Ćwiczenie 4



Połącz w pary równe zbiory.

$$B = \{x \in \mathbb{R} : |x| > 4\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{R} : x < -4 \text{ lub } x > 4\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} : |x| > 5\}$$

$$H = \{x \in \mathbb{R} : x \leq -4 \text{ lub } x \geq 4\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} : |x| \geq 5\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{R} : x < -5 \text{ lub } x > 5\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |x| \geq 4\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{R} : x \leq -5 \text{ lub } x \geq 5\}$$

Ćwiczenie 5



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

Zbiór rozwiązań nierówności $|x| > 2$ jest przedziałem ograniczonym otwartym.

Do zbioru rozwiązań nierówności $|x| \geq 0$ należą wszystkie liczby rzeczywiste.

Liczby $-6, -5, 5, 6$ należą do zbioru rozwiązań nierówności $|x| > 4$.

Do zbioru rozwiązań nierówności $|x| \geq 5$ należą tylko liczby dodatnie.

Ćwiczenie 6



Ułóż we właściwej kolejności kolejne etapy rozwiązania nierówności $|-3\frac{1}{2}x| > 4,2$.
Przeciagnij w poprawne miejsca.

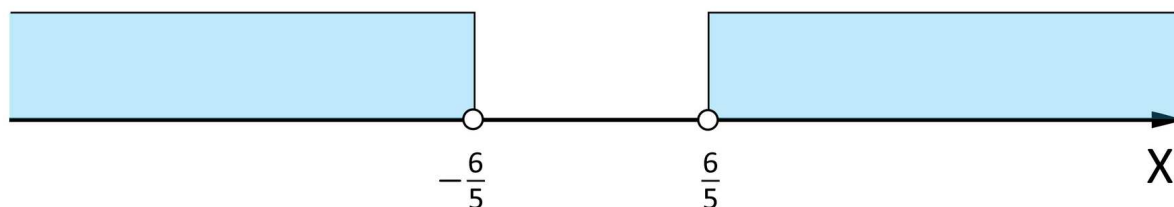
$$|3\frac{1}{2}x| > 4,2$$

$$1^\circ \quad 3\frac{1}{2}x < -4,2 \quad | : 3\frac{1}{2}$$

$$2^\circ \quad 3\frac{1}{2}x > 4,2 \quad | : 3\frac{1}{2}$$

$$x \in \text{[] [] [] []}$$

| | | | | | |
|--------------------------|--------------------------------------|---------------------------|--------------------|--------------------------|---------------------------------------|
| $x > \frac{6}{5}$ | $x > \frac{21}{5} \cdot \frac{2}{7}$ | $(-\infty, -\frac{6}{5})$ | \cap | $(-\frac{6}{5}, \infty)$ | $x < -\frac{21}{5} \cdot \frac{2}{7}$ |
| $(-\infty, \frac{6}{5})$ | \cup | $(\frac{6}{5}, \infty)$ | $x < -\frac{6}{5}$ | | |



Ćwiczenie 7



Uzupełnij luki, wstawiając właściwe liczby i znaki.

$$|x| \geq 15$$

wtedy

$$1^\circ x \quad \boxed{} \quad 0 \Rightarrow |x| = -x$$

$$-x \quad \boxed{} \quad 15$$

$$x \quad \boxed{} \quad \boxed{}$$

lub

$$2^\circ x \quad \boxed{} \quad 0 \Rightarrow |x| = x$$

wtedy

$$x \quad \boxed{} \quad \boxed{}$$

$$x \in \boxed{} \quad \boxed{} \quad \boxed{}$$

$(-\infty, -15)$ $(15, \infty)$ \geq 15 $\langle 15, \infty)$ \cup $<$ $\langle -15, \infty)$ \geq $<$
 $>$ \leq $(-\infty, 15)$ $>$ \leq -15 \geq $(-\infty, -15)$ \cap

Ćwiczenie 8



Rozwiąż nierówność, korzystając z definicji algebraicznej wartości bezwzględnej liczby

$$\left| 1\frac{5}{7}x \right| \geq 2\frac{2}{7}.$$

Dla nauczyciela

Autor: Beata Wojciechowska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Rozwiązanie algebraiczne nierówności typu $|x| > a$

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy.

Uczeń:

7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu: $|x + 4| = 5$, $|x - 2| < 3$, $|x + 3| \geq 4$.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- utrwała definicję algebraiczną wartości bezwzględnej liczby a
- zapisuje nierówności typu $|x| > a$ oraz $|x| \geq a$ bez użycia symbolu modułu
- rozwiązuje nierówności typu $|x| > a$ oraz $|x| \geq a$ sposobem algebraicznym
- wykorzystuje definicję algebraiczną wartości bezwzględnej liczby a do rozwiązywania nierówności typu $|x| > a$ oraz $|x| \geq a$

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku

- dyskusja
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem infografiki

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają sobie wiadomości i umiejętności dotyczące algebraicznej definicji wartości bezwzględnej oraz zapisywania wyrażeń z wartością bezwzględną bez użycia symbolu modułu.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w parach metodą analizy przypadku. Analizują przykłady zawarte w części „Przeczytaj”.
2. Uczniowie wspólnie z nauczycielem analizują i omawiają przykład przedstawiony w medium bazowym, a następnie wykonują zawarte pod nim polecenie. Wątpliwości konsultują z nauczycielem.
3. Uczniowie pracując indywidualnie wykonują ćwiczenia interaktywne 1 – 6.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia 7 i 8 z sekcji „Sprawdź się”.

Materiały pomocnicze:

- [Nierówności stopnia pierwszego](#)
- [Wartość bezwzględna – definicja](#)

Wskazówki metodyczne:

Uczniowie mogą wykorzystać przez chętnych uczniów do samodzielnego utrwalenia w domu poznanego tematu.