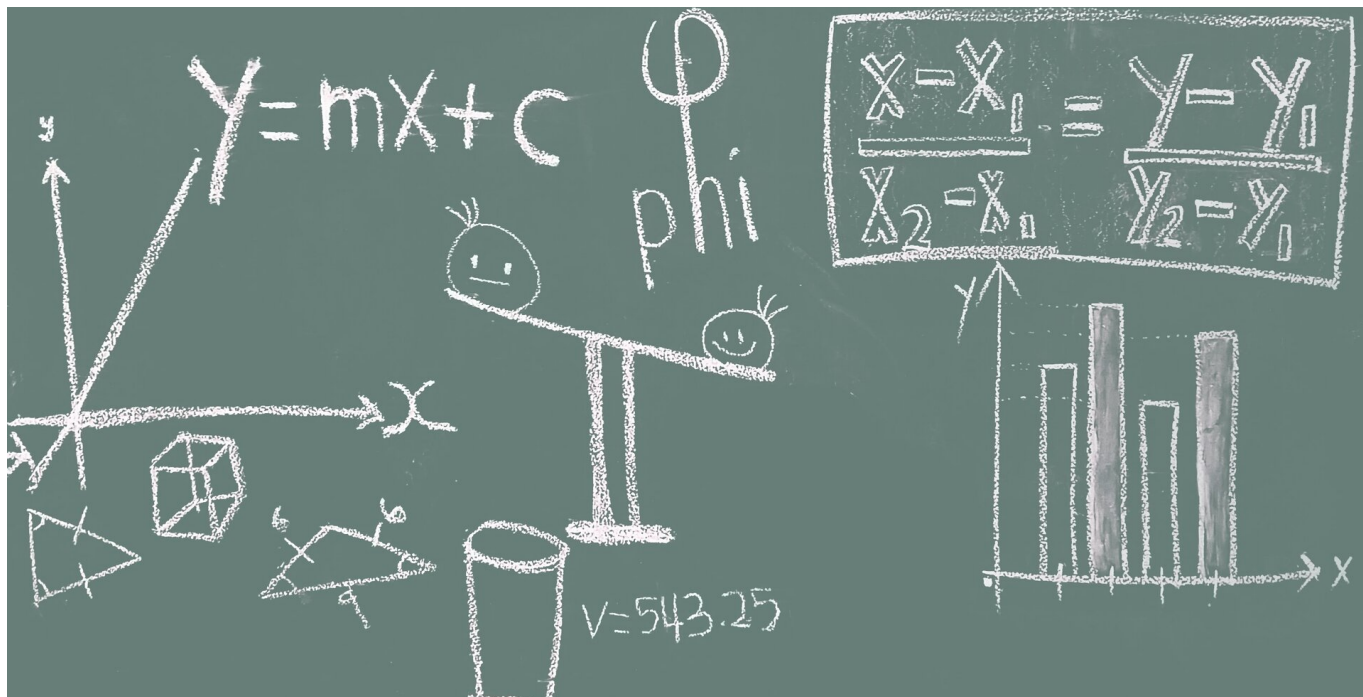




Wyznaczanie wartości parametru, dla których nierówność spełnia określone warunki

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



W nierówności liniowej często zamiast liczb i niewiadomych stosuje się oznaczenia literowe, nazwane parametrami. W takiej nierówności należy zawsze wskazać zmienną, ze względu na którą należy rozwiązać nierówność. Parametry w nierównościach, podobnie jak w równaniach stosujemy w celu uogólnienia zadania i jego rozwiązania. Zamiast rozwiązywać nierówności $x + 1 < 1$, $x + 1 < 2$, $x + 1 < 3$ itd. można zapisać i rozwiązać nierówność $x + 1 < m$, dla dowolnej liczby m .

W tym materiale Twoim zadaniem będzie określanie warunków, dla których nierówność liniowa z parametrem ma żądaną własność, np. rozwiązanie jest danym przedziałem lub liczbą nie większą od podanej wartości.

Nauczysz się również podawać przykład nierówności, która spełnia określony warunek, np. dla danej wartości parametru jest sprzeczna lub tożsamościowa.

Twoje cele

- Określisz warunki, dla których rozwiązanie nierówności ma żądaną własność.
- Znajdziesz wszystkie takie wartości rzeczywiste parametrów, aby dany przedział był rozwiązaniem podanej nierówności.
- Podasz przykład nierówności liniowej z parametrem spełniającej dany warunek.

Przeczytaj

Przykład 1

Określmy, dla jakich wartości parametru m **zbiorem rozwiązań nierówności z jedną niewiadomą** $3 \cdot (m - 2x) > 6 \cdot (x - 1)$ jest przedział $(-\infty, m - 4)$.

Najpierw wyznaczymy jaki warunek musi spełniać niewiadoma x .

$$3 \cdot (m - 2x) > 6 \cdot (x - 1)$$

$$3m - 6x > 6x - 6$$

$$-12x > -3m - 6 \mid : (-3)$$

$$4x < m + 2 \mid : 4$$

$$x < \frac{m+2}{4}$$

Czyli musi być spełnione równanie:

$$\frac{m+2}{4} = m - 4 \mid \cdot 4$$

$$m + 2 = 4m - 16$$

$$-3m = -18 \mid : (-3)$$

$$m = 6$$

Zbiorem rozwiązań nierówności jest przedział $(-\infty, m - 4)$, gdy $m = 6$.

Przykład 2

Wykażemy, że nierówność $kx + 4x + 1 \leq 2k + 9$ z niewiadomą x ma co najmniej jedno rozwiązanie dla dowolnej wartości parametru k .

Najpierw doprowadzimy nierówność do postaci, z której będziemy mogli przeprowadzić analizę rozwiązań nierówności.

$$kx + 4x + 1 \leq 2k + 9$$

$$x(k + 4) \leq 2k + 8$$

$$x(k + 4) \leq 2 \cdot (k + 4)$$

Jeżeli $k = -4$ to nierówność ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Jeżeli $k > -4$ to zbiorem rozwiązań nierówności jest przedział $(-\infty, 2)$.

Jeżeli $k < -4$ to zbiorem rozwiązań nierówności jest przedział $\langle 2, \infty)$.

Zatem dla dowolnej wartości parametru k nierówność ma co najmniej jedno rozwiązanie.

Przykład 3

Określimy warunek, dla którego zbiorem rozwiązań nierówności $2x - |k + 4| > 1$ z niewiadomą x i parametrem k jest przedział $(1, \infty)$.

$$2x > 1 + |k + 4|$$

$$x > \frac{1 + |k + 4|}{2}$$

Czyli:

$$\frac{1 + |k + 4|}{2} = 1 \quad | \cdot 2$$

$$1 + |k + 4| = 2$$

$$|k + 4| = 1$$

$$k + 4 = 1 \text{ lub } k + 4 = -1$$

$$k = -3 \text{ lub } k = -5$$

Zbiorem rozwiązań nierówności jest przedział $(1, \infty)$, gdy $k \in \{-5, -3\}$.

Słownik

zbiór rozwiązań nierówności z jedną niewiadomą

zbiór liczb rzeczywistych, które spełniają tę nierówność

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją i zapoznaj się ze sposobami określania warunków, przy których nierówność ma żadaną własność.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D1eZS3Knh>

Film nawiązujący do treści lekcji dotyczącej wyznaczania wartości parametru nierówności.

Polecenie 2

Wyznacz wartość parametru m , dla którego zbiór rozwiązań nierówności:

$$-4x + m - 7 > 0$$

jest przedziałem $(-\infty, -3)$.

Polecenie 3

Wyznacz wartość parametru m , dla którego zbiór rozwiązań nierówności:

$$3x + m - 6 < 0$$

zawiera się w przedziale $(-\infty, -5)$.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Dana jest nierówność $8x - 4mx < 2$ z parametrem m .
Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Dla $m = -2$ nierówność nie ma rozwiązania.

☐ Dla $m = 2$ nierówność jest tożsamościowa.

☐ Dla $m = 1$ zbiorem rozwiązań nierówności jest przedział $(-\infty, \frac{1}{2})$.

☐ Dla $m = 1\frac{3}{4}$ największym rozwiązaniem nierówności jest liczba $x = 2$.

Ćwiczenie 2



Dokończ zdanie.

Nierówność $x - 3k \leq l + 7$ dla dowolnych wartości k i l .

jest sprzeczna

jest tożsamościowa

ma rozwiązanie

Ćwiczenie 3



Wpisz w wyznaczone miejsce szukaną liczbę.

Zbiorem rozwiązań nierówności $mx - 1 < 0$ jest przedział $(-\infty, \frac{1}{3})$.

Oznacza to, że $m =$.

Ćwiczenie 4



Zaznacz taki warunek, dla którego nierówność $m(mx - 1) > 4(4x + 1)$ z niewiadomą x jest sprzeczna.

☐ $m \in \mathbb{R}$

☐ $m = -4$

☐ $m = 1$

☐ $m = -\frac{1}{4}$

Ćwiczenie 5



Dla jakich wartości parametru m nierówność $m^2x + 4m > 1$ nie ma rozwiązań ujemnych? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $m > \frac{1}{4}$

☐ $m < \frac{1}{4}$

☐ $m \leq -1$

☐ $m \leq \frac{1}{4}$

Ćwiczenie 6



Wpisz w wyznaczone miejsca odpowiednie liczby w kolejności rosnącej.

Rozwiązaniem nierówności $x - |k + 3| < 3$ z niewiadomą x i parametrem k jest przedział $(-\infty, 7)$ dla $k =$ lub $k =$.

Ćwiczenie 7



Podaj przykład takiej nierówności liniowej z niewiadomą x i parametrem a , aby dla $a = -2$ nierówność była sprzeczna, dla $a = 7$ miała nieskończenie wiele rozwiązań.

Ćwiczenie 8



Wykaż, że **nie istnieje** taka wartość parametru k , dla której nierówność $k^2(x - 1) \geq k(1 - x)$ nie posiada rozwiązań.

Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Wyznaczanie wartości parametru dla których nierówność spełnia określone warunki

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres rozszerzony.

Uczeń:

5) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- określa warunki, dla których rozwiązanie nierówności ma żądaną własność
- znajduje wszystkie takie wartości rzeczywiste parametrów, aby dany przedział był rozwiązaniem nierówności
- podaje przykład nierówności liniowej z parametrem spełniającej dany warunek
- tworzy algorytmy rozwiązywania nierówności różnych typów
- dobiera model matematyczny do określonej sytuacji

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- JIGSAW
- dyskusja
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem ćwiczeń interaktywnych i animacji

Formy pracy:

- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Wybrani wcześniej przez nauczyciela uczniowie podają przykłady analizy nierówności liniowej z parametrami.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w 3 grupach metodą układanki JIGSAW.
2. Każda grupa opracowuje inny typ zadania związanego z wyznaczaniem wartości parametru dla których nierówność spełnia określone warunki.
3. Następnie uczniowie tworzą kolejne grupy w skład których wchodzi jeden z przedstawicieli poprzednich grup. Uczniowie kolejno prezentują metody rozwiązywania poszczególnych typów zadań.
4. Uczniowie łączą się znów w grupy takie, jak na początku lekcji i wspólnie rozwiązują ćwiczenia.
5. Uczniowie wraz z nauczycielem omawiają problemy napotkane w ćwiczeniach.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące określenia warunków, przy których nierówność ma żądaną własność.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Dla chętnych:

Przygotowanie metody rozwiązania nierówności liniowych z dwoma parametrami i z wartością bezwzględną.

Materiały pomocnicze:

Nierówności stopnia pierwszego

Wskazówki metodyczne:

Animacja może być wykorzystana przez chętnych uczniów do samodzielnego przygotowania prezentacji dotyczącej określania warunków, dla których nierówność z parametrami jest sprzeczna lub tożsamościowa.