



Określanie dziedziny funkcji opisanej grafem lub tabelką

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Określanie dziedziny funkcji opisanej grafem lub tabelką

Źródło: Ignat Kushanrev, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Określanie dziedziny funkcji jest bardzo ważną umiejętnością. Wiemy, że funkcje możemy opisywać różnymi sposobami. W tym materiale dowiemy się, w jaki sposób możemy określić dziedzinę funkcji, gdy jest ona opisana za pomocą grafu lub tabelki. Tabelkami i grafami posługujemy się bardzo często w życiu codziennym. Na przykład na lekcjach chemii posługujemy się tabelkami zawierającymi liczby atomowe, liczby masowe czy liczby neutronowe. Podobnie na lekcjach fizyki posługujemy się tablicami zawierającymi temperatury wrzenia, topnienia, temperaturę w skali Fahrenheita.

Twoje cele

- Nauczysz się określać dziedzinę funkcji opisaną za pomocą grafu lub tabelki.
- Wyznaczysz dziedzinę funkcji w sytuacjach rzeczywistych na podstawie tabelki lub grafu.

Przeczytaj

Zacniemy od przypomnienia określenia dziedziny funkcji.

Dziedziną **funkcji liczbowej** nazywamy zbiór argumentów, dla których funkcja jest określona.

Czy dziedziną funkcji zawsze muszą być liczby rzeczywiste? Oczywiście, że nie. Pokażemy kilka przykładów funkcji, których dziedziną nie są liczby rzeczywiste. Funkcje te opisane będą za pomocą tabelki lub grafu.

Przykład 1

Na lekcjach chemii posługujemy się tabelką, która zawiera liczby atomowe pierwiastków. Liczba atomowa jest to liczba określająca, ile protonów znajduje się w jądrze danego atomu. Jest ona równa liczbie elektronów niezjonizowanego atomu.

Poniżej przedstawiona jest tabelka częściowa zawierająca liczby atomowe kilku pierwiastków.

Wskażemy dziedzinę tej funkcji, która symbolom pierwiastków przyporządkowuje liczby atomowe tych pierwiastków.

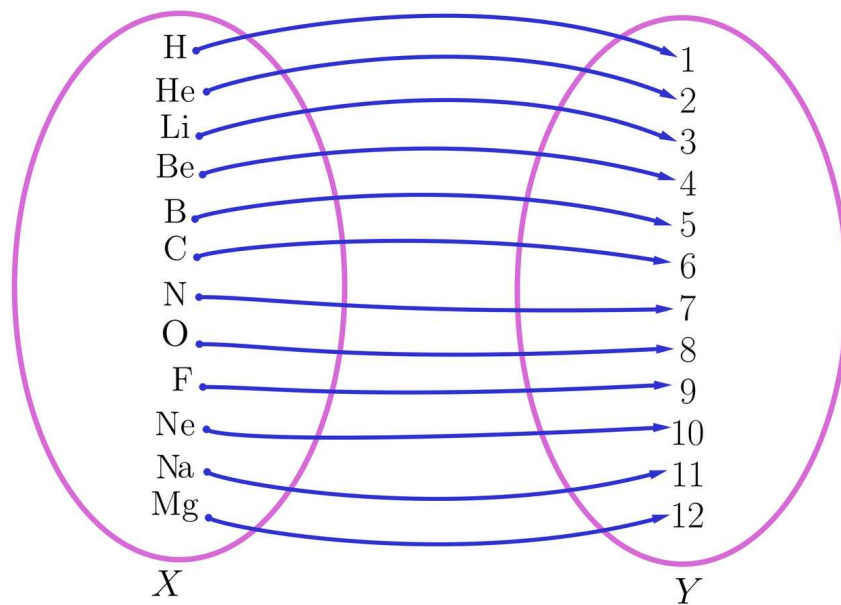
Symbol chemiczny	H	He	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne
Nazwa	wodór	hel	lit	beryl	bor	węgiel	azot	tlen	fluor	neon
Liczba atomowa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Rozwiązanie:

Dziedziną funkcji jest zbiór pierwiastków chemicznych.

$$D_f = \{H, He, Li, Be, B, C, N, O, F, Ne, Na, Mg\}$$

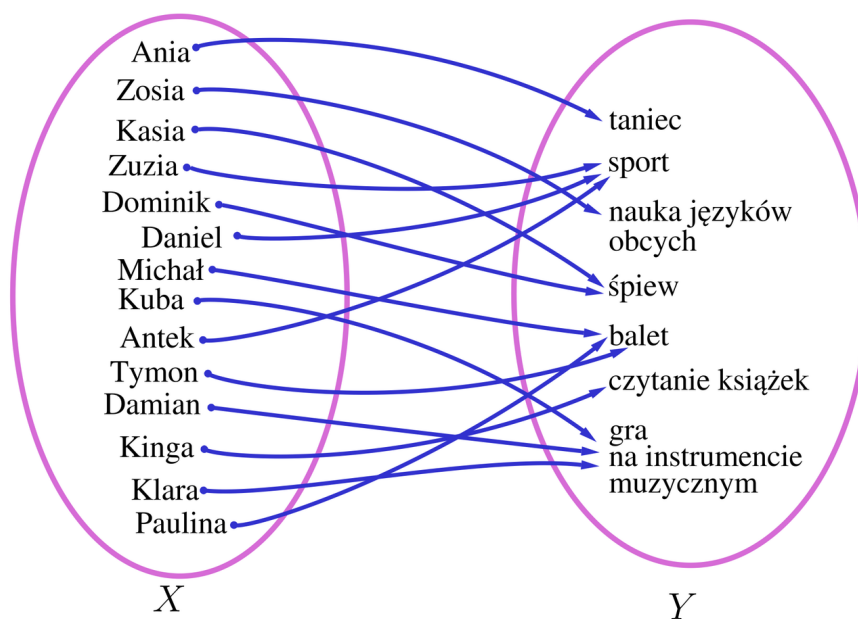
Możemy przedstawić tę funkcję w postaci grafu. Elementy dziedziny funkcji umieścimy w lewej części grafu.



Przykład 2

Karolina jest uczennicą klasy pierwszej szkoły ponadpodstawowej. Wśród swoich koleżanek i kolegów przeprowadziła ankietę na temat ich zainteresowań pozaszkolnych. Wyniki ankiety przedstawiła w postaci grafu. Każdy uczestnik ankiety mógł wskazać tylko jeden interesujący go temat. Przeanalizujemy wyniki tego badania, sprawdzimy, czy jest to funkcja i wskażemy jej dziedzinę.

Rozwiązanie:



Powyższy graf przedstawia funkcję. Każdemu elementowi ze zbioru X przyporządkowany jest dokładnie jeden element ze zbioru Y . Dziedziną tej funkcji jest zbiór uczniów:

$X = \{\text{Ania, Zosia, Kasia, Zuzia, Dominik, Daniel, Michał, Kuba, Antek, Tymon, Damian, Kinga, Klara, Paulina}\}$

Przedstawmy wyniki ankiety w postaci tabelki. Dziedzinę zapiszemy w lewej kolumnie.

Dziedzina	Wartości funkcji
Ania	taniec
Zosia	nauka języków obcych
Kasia	śpiew
Zuzia	sport
Dominik	śpiew
Daniel	sport
Michał	balet
Kuba	gra na instrumencie muzycznym
Antek	sport
Tymon	balet
Damian	gra na instrumencie muzycznym
Kinga	czytanie książek
Klara	gra na instrumencie muzycznym
Paulina	balet

Przykład 3

Funkcja f przedstawiona jest za pomocą opisu słownego.

Funkcja f każdej dwucyfrowej liczbie naturalnej x należącej do przedziału $\langle 10, 25 \rangle$ przyporządkowuje sumę jej cyfr. Wykonajmy tabelkę oraz graf tej funkcji i wskaźmy jej dziedzinę.

Rozwiązanie:

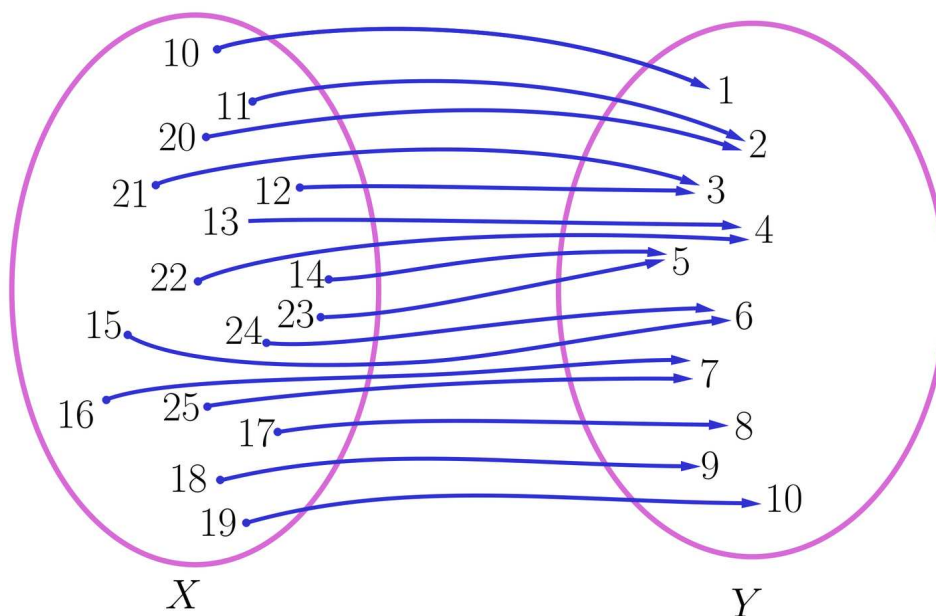
Tabelka funkcji f .

x	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$f(x)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2	3	4	5

Dziedziną funkcji są liczby zapisane w pierwszym wierszu tabelki.

$$D_f = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25\}$$

Przedstawmy graf funkcji f . Dziedzina funkcji umieszczona jest w lewej części grafu.



Przykłady pokazały, w jaki sposób określamy dziedzinę funkcji opisanej za pomocą tabelki lub grafu.

Ważne!

- Jeżeli funkcja opisana jest za pomocą tabelki poziomej, to będziemy przyjmować, że do dziedziny funkcji należą elementy zapisane w pierwszym wierszu.
- Jeżeli funkcja jest opisana za pomocą tabelki pionowej, to będziemy przyjmować, że do dziedziny funkcji należą elementy zapisane lewej kolumnie.
- Jeżeli funkcja jest opisana za pomocą grafu, to będziemy przyjmować, że do dziedziny funkcji należą elementy zapisane w lewej części grafu.

Słownik

funkcja liczbowa

funkcja, której dziedzina i zbiór wartości to zbiory liczbowe

Animacja

Polecenie 1

Przeanalizuj uważnie przykłady przedstawione w animacji. Spróbuj najpierw samodzielnie rozwiązać zadania, następnie sprawdź swoje rozwiązania z animacją. Po analizie animacji wykonaj wskazane polecenia.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DMi8H2M1k>

Animacja dotycząca określania dziedziny funkcji opisanej grafem lub tabelką.

Polecenie 2

Funkcja f opisana jest za pomocą tabelki. Wyznacz jej dziedzinę i narysuj graf funkcji.

x	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16
$f(x)$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

Polecenie 3

Funkcja f przedstawiona jest za pomocą opisu słownego. Sporządź tabelkę tej funkcji i wskaż jej dziedzinę.

Funkcja f każdej liczbie naturalnej x należącej do przedziału $(30, 42)$ przyporządkowuje liczbę jej dzielników.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



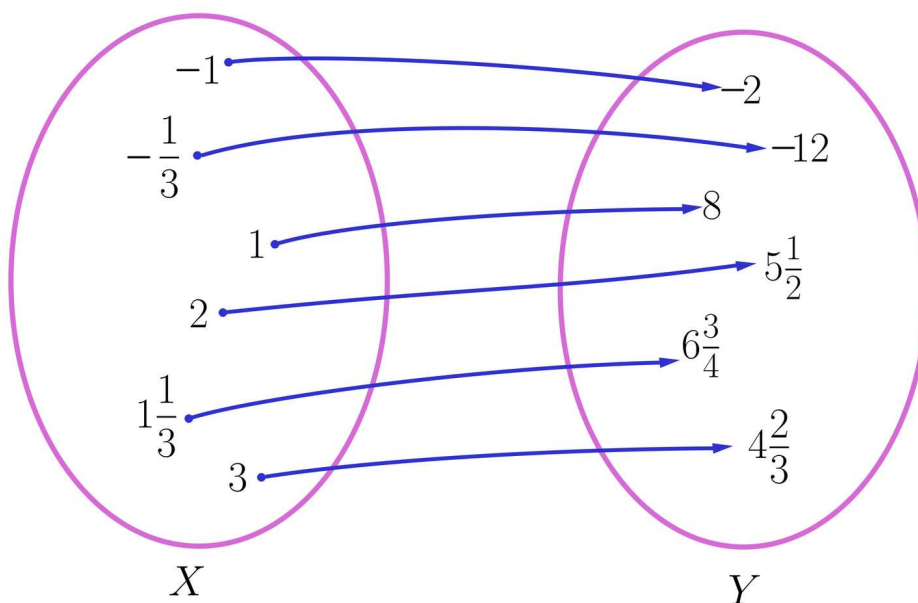
Funkcja f opisana jest za pomocą tabelki.

x	$-2\frac{3}{4}$	$-1\frac{7}{9}$	$-\frac{5}{21}$	$\frac{5}{7}$	$1\frac{2}{3}$	2	$3\frac{2}{3}$	4	5
$f(x)$	$-\frac{4}{11}$	$-\frac{9}{16}$	$-4\frac{1}{5}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

Ćwiczenie 2



Funkcja f opisana jest za pomocą poniższego grafu.



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Funkcja f opisana jest za pomocą tabelki.

x	$-1 - \sqrt{2}$	$1 - \sqrt{2}$	$\sqrt{2} - 1$	$2\sqrt{2}$	$2 + 2\sqrt{2}$
$f(x)$	$1 + \sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$

Ćwiczenie 8



Nauczyciel wychowania fizycznego przeprowadził test sprawnościowy. Jednym z elementów tego testu był bieg na 60 m.

Wyniki tego biegu zapisał w tabelce.

Imię ucznia	Wynik (w sekundach)
Ania	9,8
Zosia	9,6
Kasia	10,1
Paulina	10,4
Zuzia	9,7
Karolina	10,2
Antek	8,7
Janek	8,6
Kuba	9,1
Michał	8,9
Damian	9,2
Daniel	9,6
Staś	8,8

Dla nauczyciela

Autor: Anna Jeżewska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Określanie dziedziny funkcji opisanej grafem lub tabelką

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

V. Funkcje. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach).

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- wyznacza dziedzinę funkcji opisanej za pomocą tabelki
- wyznacza dziedzinę funkcji opisanej za pomocą grafu
- dobiera odpowiedni model matematyczny do rozwiązania problemu z kontekstem realistycznym

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza zagadnień przedstawionych w animacji
- metoda niedokończonych zdań

- mapy myśli
- dyskusja

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele lekcji oraz ustala z uczniami kryteria sukcesu.
2. Uczniowie metodą niedokończonych zdań powtarzają zdobyte dotychczas wiadomości na temat funkcji.

Przykłady zdań, które należy dokończyć:

- Funkcją nazywamy ...
- Dziedziną funkcji jest zbiór ...
- Wzór, wykres, graf, tabelka to sposoby ...

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie, pracując w parach, analizują materiał przedstawiony w sekcji Przeczytaj.
2. Po upływie wyznaczonego czasu tworzą większe grupy i dzielą się uzyskanymi informacjami.
3. Porównują swoje spostrzeżenia z pozostałymi uczniami.
4. Wspólne wnioski przedstawiają na forum klasy.
5. Uczniowie oglądają animację i wykonują Polecenie 2 i 3. Weryfikują pomysły i formułują wnioski.
6. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne wskazane przez nauczyciela i wspólnie omawiają odpowiedzi.

Faza podsumowująca:

1. Jeden z uczniów podsumowuje zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności takie, jak opisywanie językiem matematycznym zjawisk z otaczającego świata, stosowanie wykresów do opisu funkcji.

2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wyjaśnia wszelkie wątpliwości oraz ocenia pracę uczniów w czasie zajęć.

Praca domowa:

1. Uczniowie rozwiązują w domu ćwiczenia, których nie rozwiązywali w czasie zajęć.
2. Praca domowa dla chętnych:
Odszukaj, w dostępnych źródłach 2 tabelki i na ich podstawie zbuduj odpowiednią funkcję. Określ jej dziedzinę.

Materiały pomocnicze:

[Dziedzina](#)

Wskazówki metodyczne:

Animację można wykorzystać do pracy metodą odwróconej klasy.

Uczniowie mogą obejrzeć animację w domu i na jego podstawie przygotować krótkie wprowadzenie do lekcji.