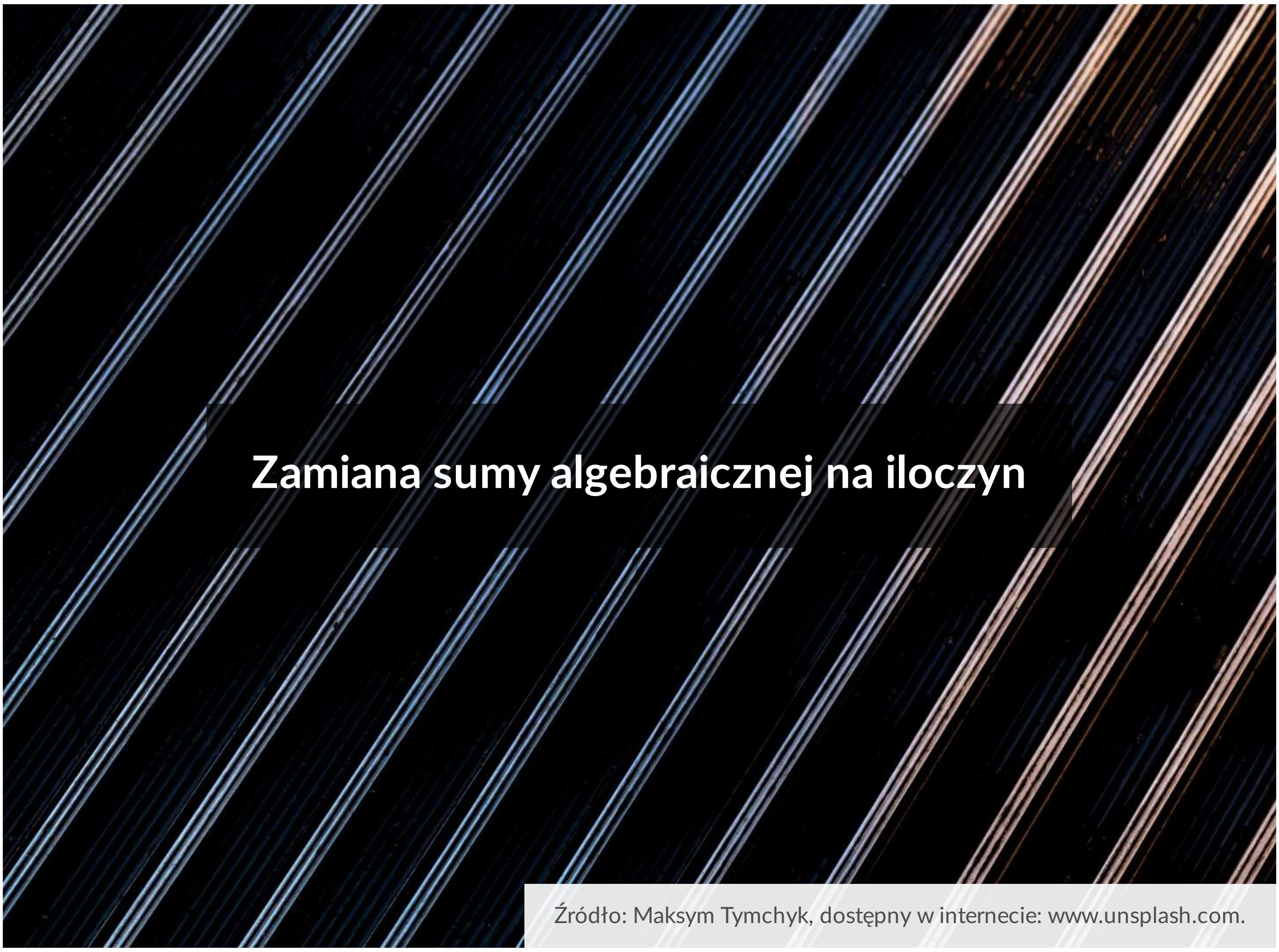
Zamiana sumy algebraicznej na iloczyn



Zamiana sumy algebraicznej na iloczyn

Źródło: Maksym Tymchyk, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Bardzo ważną umiejętnością w matematyce jest wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias. Operacja ta przydaje się podczas rozwiązywania równań różnego typu, ponieważ pozwala zamienić skomplikowane równanie na alternatywę równań prostszych do rozwiązania. Jest to również zabieg często stosowany przy dowodzeniu nierówności i przekształcaniu wzorów. Zwykle wyłączanie przed nawias jest czynnością łatwą, ale zdarzają się też przykłady bardziej wyrafinowane.

Twoje cele

- Wyłączysz przed nawias wspólny czynnik będący jednomianem.
- Wyłączysz przed nawias wspólny czynnik będący wyrażeniem algebraicznym.
- Zastosujesz wzory skróconego mnożenia, aby przedstawiać wyrażenia algebraiczne w postaci iloczynu.
- Zastosujesz rozkład na czynniki do rozwiązywania równań.
- Uzasadnisz poprawność przekształceń równoważnych.

Przeczytaj

Wyobraźmy sobie, że Adam ma jeden worek, w którym znajduje się 5 jabłek oraz jeden worek zawierający 5 gruszek, zaś Ewa ma pięć worków – każdy zawierający po jednej gruszce i jednym jabłku. Łatwo obliczyć, że oboje mają po tyle samo owoców. Powyższą sytuację można opisać "równaniem":

Źródło: Amber Engle, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

$$5 \cdot \text{jabłko} + 5 \cdot \text{gruszka} = 5 \cdot (\text{jabłko} + \text{gruszka})$$

Ten banalny przykład ilustruje bardzo ważne prawo matematyczne zwane rozdzielnością mnożenia względem dodawania:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c.$$

Mnożenie jest też rozdzielne względem odejmowania:

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c.$$

Przykład 1

Zamienimy iloczyny na sumy algebraiczne, stosując prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania (odejmowania).

$5 \cdot (x + a) = 5 \cdot x + 5 \cdot a$

$(a + b) \cdot 4 = a \cdot 4 + b \cdot 4 = 4 \cdot a + 4 \cdot b$

$3 \cdot (y - 2) = 3 \cdot y - 3 \cdot 2 = 3 \cdot y - 6$

$5 \cdot (a - b + 2) = 5 \cdot a - 5 \cdot b + 10$

$(z - 3) \cdot 4 = z \cdot 4 - 3 \cdot 4 = 4 \cdot z - 12$

$(x + 1) \cdot (y + 2) = (x + 1) \cdot y + (x + 1) \cdot 2 = x \cdot y + y + 2 \cdot x + 2$

Zastosowanie prawa rozdzielności mnożenia względem dodawania/odejmowania do przedstawienia sumy algebraicznej w postaci iloczynu nazywamy wyłączaniem wspólnego czynnika przed nawias. Operację zamiany sumy algebraicznej na iloczyn nazywamy **faktoryzacją**.

Przykład 2

Przedstawimy sumy algebraiczne w postaci iloczynów:

$7 \cdot x - 7 \cdot y = 7 \cdot (x - y)$

$4 \cdot t - 8 = 4 \cdot t - 4 \cdot 2 = 4 \cdot (t - 2)$

$a \cdot b + 2 \cdot a = a \cdot (b + 2)$

$3 \cdot x^2 - 2 \cdot x = x \cdot (3 \cdot x - 2)$

$y^3 - y^2 = y^2 \cdot (y - 1)$

$5 \cdot x^2 + 10 \cdot x + 15 = 5 \cdot \left(x^2 + 2 \cdot x + 3\right)$

$5 \cdot x + x^2 + a \cdot x = x \cdot (5 + x + a)$

Jak widać, przed nawias można wyłączać czynniki liczbowe i literowe. Poniższy przykład pokazuje, że możliwe jest wyłączanie sum algebraicznych.

Przykład 3

Wyłączymy wspólny czynnik – będący sumą algebraiczną - przed nawias:

$(x + 1) \cdot a + 5 \cdot (x + 1) = (x + 1) \cdot (a + 5)$

$(2 \cdot x - 3) \cdot x + 3 \cdot (2 \cdot x - 3) = (2 \cdot x - 3) \cdot (x + 3)$

$(2 \cdot x - y) \cdot x - y \cdot (2 \cdot x - y) = (2 \cdot x - y) \cdot (x - y)$

$(3 \cdot x - 2) \cdot x^2 + x \cdot (3 \cdot x - 2) - 7 \cdot (3 \cdot x - 2) = (3 \cdot x - 2) \cdot \left(x^2 + x - 7\right)$

Aby rozłożyć na czynniki bardziej skomplikowane wyrażenia, możemy zastosować kilkakrotne wyłączanie przed nawias. Poniżej zaprezentowana technika nosi nazwę „metody grupowania wyrazów”. Polega ona na łączeniu składników w grupy w taki sposób, aby wszystkie składniki w jednej grupie miały wspólny czynnik.

Przykład 4

Rozłożymy na czynniki podane niżej wyrażenie metodą grupowania wyrazów.

$2 \cdot x^3 - 4 \cdot x^2 + 7 \cdot x - 14 =$

Łączymy składniki w pary.

$= \left(2 \cdot x^3 - 4 \cdot x^2\right) + (7 \cdot x - 14) =$

Wspólnym czynnikiem dwóch pierwszych składników jest $2 \cdot x^2$, zaś wspólnym czynnikiem dwóch następnych jest 7.

$= 2 \cdot x^2 \cdot (x - 2) + 7 \cdot (x - 2) =$

Wspólnym czynnikiem jest teraz $(x - 2)$.

$= (x - 2) \cdot \left(2 \cdot x^2 + 7\right)$

Przykład 5

Rozłożymy sumy algebraiczne na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów.

$x^3 + x^2 + 2 \cdot x + 2 = \left(x^3 + x^2\right) + (2 \cdot x + 2) = x^2(x + 1) + 2 \cdot (x + 1) =$

$= (x + 1) \cdot \left(x^2 + 2\right)$

$x^3 + x^2 + 2 \cdot x + 2 = \left(x^3 + 2 \cdot x\right) + \left(x^2 + 2\right) = x \cdot \left(x^2 + 2\right) + \left(x^2 + 2\right) =$

$= \left(x^2 + 2\right) \cdot (x + 1)$

$x \cdot y + 2 \cdot y + 3 \cdot x + 6 = (x \cdot y + 2 \cdot y) + (3 \cdot x + 6) = y \cdot (x + 2) + 3 \cdot (x + 2) =$

$= (y + 3) \cdot (x + 2)$

$x \cdot y + 2 \cdot y + 3 \cdot x + 6 = (x \cdot y + 3 \cdot x) + (2 \cdot y + 6) = x \cdot (y + 3) + 2 \cdot (y + 3) =$

$= (y + 3) \cdot (x + 2)$

Jak widać składniki można grupować na różne sposoby, co nie ma wpływu na ostateczny rozkład na czynniki. Do rozkładu sumy na czynniki często można wykorzystać wzory skróconego mnożenia.

Przykład 6

Zamienimy wyrażenia na iloczyny, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia.

$x^4 - 1 = \left(x^2 - 1\right) \cdot \left(x^2 + 1\right) = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot \left(x^2 + 1\right)$

Dwukrotnie zastosowaliśmy wzór na różnicę kwadratów.

$x^4 - 2 \cdot x^2 + 1 = \left(x^2 - 1\right)^2 = [(x - 1) \cdot (x + 1)]^2 = (x - 1)^2 \cdot (x + 1)^2$

Najpierw zastosowaliśmy wzór na kwadrat różnicy, a następnie na różnicę kwadratów.

$x^4 + 4 \cdot x^2 \cdot b^4 + 4 \cdot b^8 = \left(x^2 + 2 \cdot b^4\right)^2$

Zastosowaliśmy wzór na kwadrat sumy.

$(x+y)^2 - a^2 = (x+y-a) \cdot (x+y+a)$

Zastosowaliśmy wzór na różnicę kwadratów.

$8 \cdot x^3 - 1 = (2 \cdot x - 1) \cdot \left(4 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1\right)$

Zastosowaliśmy wzór na różnicę sześcianów.

$27 \cdot x^3 + 64 = (3 \cdot x + 4) \cdot \left(9 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 16\right)$

Zastosowaliśmy wzór na sumę sześcianów.

Przykład 7

Zapoznaj się z przykładami przedstawionymi w animacji.

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D12fZl8So

Film nawiązujący do treści lekcji dotyczący zamiany sumy algebraicznej na iloczyn.

Hinduski matematyk i astronom z XII wieku, Bhaskara II, ułożył pewną zagadkę, którą rozwiążemy, posługując się technikami poznanymi w tym rozdziale. Oto i zagadka:

Przykład 8

Zagadka Bhaskary:

„Bawiły się raz małpy - wieść indyjska niesie -
Ósma ich część w kwadracie już skacze po lesie,
Pozostałych dwanaście w pląsach i z wrzaskami
Pomiędzy zielonymi hasa pagórkami.
Ileż ich wszystkich było? - Pyta się Bhaskara”
Zagadka nie jest trudna, chociaż bardzo stara.

Aby rozwiązać tę łamigłówkę, oznaczmy przez x liczbę wszystkich małp. Z treści rymowanki wynika, że $\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$. Wystarczy zatem rozwiązać równanie $\left(\frac{x^2}{64}\right) - x + 12 = 0$. Rozwiążemy je na dwa sposoby.

- **I sposób – z użyciem wzorów skróconego mnożenia:**

  $\left(\frac{x^2}{64}\right) - x + 12 = 0$

  Mnożymy obustronnie przez 64.

$x^2 - 64 \cdot x + 768 = 0$

Przygotowujemy się do zastosowania wzoru skróconego mnożenia.

$x^2 - 2 \cdot 32 \cdot x + 32^2 - 32^2 + 768 = 0$

Stosujemy wzór na kwadrat różnicy.

$(x - 32)^2 - 256 = 0$

Stosujemy wzór na różnicę kwadratów.

$(x - 32 - 16) \cdot (x - 32 + 16) = 0$

$(x - 48) \cdot (x - 16) = 0$

Korzystamy z faktu, że iloczyn jest zerem, gdy przynajmniej jeden z czynników jest zerem.

$x - 48 = 0$ lub $x - 16 = 0$

$x = 48$ lub $x = 16$

Zatem małp było 48 albo 16.

- II **sposób – z użyciem metody grupowania wyrazów**:

  $x^2 - 64 \cdot x + 768 = 0$

  Zapisujemy $-64 \cdot x$ jako sumę $-48 \cdot x - 16 \cdot x$

  $x^2 - 48 \cdot x - 16 \cdot x + 768 = 0$

  Z dwóch pierwszych składników wyłączamy przed nawias x, zaś z dwóch następnych wyłączamy -16.

  $x \cdot (x - 48) - 16 \cdot (x - 48) = 0$

  Wyłączamy wspólny czynnik $(x - 48)$ przed nawias.

  $(x - 48) \cdot (x - 16) = 0$

  Dalej postępujemy jak w poprzednim sposobie.

  $x = 48$ lub $x = 16$

Zauważ, że aby zastosować metodę grupowania wyrazów, najpierw rozłożyliśmy jeden ze składników na sumę tak, aby lewa strona równania zawierała cztery składniki. Dzięki temu, że liczba składników była parzysta, mogliśmy połączyć je w pary i wyłączyć wspólne czynniki w każdej z par. Takie rozwiązywanie równań wymaga pewnej wprawy, szczególnie, gdy pierwiastki równania nie są liczbami całkowitymi.

Słownik

rozdzielność mnożenia względem dodawania

prawo matematyczne dotyczące liczb i wyrażeń algebraicznych, które pozwala zamienić iloczyn na sumę i odwrotnie: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

faktoryzacja

proces rozkładania liczby lub wyrażenia na czynniki

pierwiastek równania

każda liczba, która spełnia dane równanie

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją dotyczącą rozkładu wyrażeń algebraicznych na czynniki. Przeanalizuj podane tam przykłady, a następnie rozwiąż test wielokrotnego wyboru (do każdego pytania może istnieć więcej niż jedna poprawna odpowiedź).

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DZVVE4MpJ

Film nawiązujący do treści lekcji dotyczącej zamiany sumy algebraicznej na iloczyn.

Polecenie 2

1. Wyrażenie $6 \cdot x^2 + 6 \cdot x$ jest równe:
$6 \cdot \left(x^2 + x\right)$ $x \cdot (6 \cdot x + 6)$ $6 \cdot x \cdot (x + 1)$ $6 \cdot x \cdot (x + 0)$

2. Wyrażenie $6 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 6$ jest równe:
$(6x + 6)^2$ $\sqrt{6}(x + 1)^2$ $\left(\sqrt{6} \cdot x + \sqrt{6}\right)^2$ $6 \cdot (x + 1)^2$

3. Wyrażenie $x^4 + 8 \cdot x^2 + 15$ jest równe:
$\left(x^2 + 8\right)^2 - 1$ $\left(x^2 + 5\right) \cdot \left(x^2 + 3\right)$ $x^4 + 8 \cdot x^2 + 16 - 1$ $\left(x^2 + 4\right)^2 - 1$

4. Wyrażenie $4x^4 + 8 \cdot x^2 + 4 \cdot x$ jest równe:
$4 \cdot x \cdot \left(x^3 + 2 \cdot x + 1\right)$ $4 \cdot x \cdot \left(x^3 + 2 \cdot x + 0\right)$ $8 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x^4 + x^2 + \frac{1}{2} \cdot x\right)^2$
$8 \cdot x \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x^3 + x + \frac{1}{2}\right)$

5. Wyrażenie $\left(x - 3\right) \cdot \left(x^2 + 3 \cdot x + 9\right)$ jest równe:
$(x - 3)^3$ $x^3 + 27$ $x^3 - 27$ $(x + 3)^3$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:

Ćwiczenie 1

Ćwiczenie 2

Zaznacz wszystkie prawdziwe równości.

- $x \cdot (x+1) + 2 \cdot (x+1) = (x+1)(x+2)$
- $2 \cdot (x+1) + x^2 \cdot (x+1) = (x+1)\left(x^2+2\right)$
- $x \cdot \left(x^2+1\right) + 2 \cdot \left(x^2+1\right) = \left(x^2+1\right) \cdot 2x$
- $x^2 \cdot \left(x^2+1\right) + 2 \cdot \left(x^2+1\right) = \left(x^2+1\right)\left(x^2-2\right)$

Ćwiczenie 3

Połącz w pary każde z wyrażeń z jego rozkładem na czynniki. Przeciągnij iloczyny w odpowiednie miejsca.

$x^2 - 5 \cdot x, x^2 - 16, x^4 - 16, x^2 + 6 \cdot x + 9, x^4 + 6 \cdot x^2 + 9$

Wyrażenie		Czynniki rozkładu na iloczyn
$x^2 - 5 \cdot x$		
$x^2 - 16$		
$x^4 - 16$		
$x^2 + 6 \cdot x + 9$		
$x^4 + 6 \cdot x^2 + 9$		

Ćwiczenie 4

Połącz w pary wyrażenie z jego rozkładem na czynniki.

<math><mfenced><mrow><mi>x</mi><mo>+</mo><mn>3</mn></mrow></mfenced><mo>·</mo><mfenced><mrow><msup><mi>x</mi><mn>2</mn></msup><mo>+</mo><mn>1</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mfenced><mrow><mi>x</mi><mo>-</mo><mn>5</mn></mrow></mfenced><mo>·</mo><mfenced><mrow><msup><mi>x</mi><mn>2</mn></msup><mo>+</mo><mn>2</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mfenced><mrow><mi>x</mi><mo>+</mo><mn>3</mn></mrow></mfenced><mo>·</mo><mfenced><mrow><mi>x</mi><mo>-</mo><mn>1</mn></mrow></mfenced><mo>·</mo><mfenced><mrow><mi>x</mi><mo>+</mo><mn>1</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mfenced><mrow><mi>x</mi><mo>+</mo><mn>5</mn></mrow></mfenced><mo>·</mo><mfenced><mrow><mi>x</mi><mo>-</mo><msqrt><mn>2</mn></msqrt></mrow></mfenced><mo>·</mo><mfenced><mrow><mi>x</mi><mo>+</mo><msqrt><mn>2</mn></msqrt></mrow></mfenced></math>

$x^3 + 3 \cdot x^2 + x + 3$	
$x^3 + 3 \cdot x^2 - x - 3$	
$x^3 - 5 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 10$	
$x^3 + 5 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 10$	

Ćwiczenie 5

Połącz w pary każde z wyrażeń z jego rozkładem na czynniki. Przeciągnij iloczyny i upuść je w odpowiednich miejscach.

$8 \cdot x^3 - 27, 8 \cdot x^3 + 27, 27 \cdot x^3 + 8, 27 \cdot x^3 - 8$

Wyrażenie		Czynniki rozkładu na iloczyn
$8 \cdot x^3 - 27$		
$8 \cdot x^3 + 27$		
$27 \cdot x^3 + 8$		
$27 \cdot x^3 - 8$		

Ćwiczenie 6

Połącz w pary równania ze zbiorami ich pierwiastków.

<math><mfenced open="{" close="}"><mrow><mo>-</mo><mn>3</mn><mo>,</mo><mn>3</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mfenced open="{" close="}"><mrow><mo>-</mo><mn>3</mn><mo>,</mo><mn>0</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mfenced open="{" close="}"><mrow><mo>-</mo><mn>3</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mfenced open="{" close="}"><mn>3</mn></mfenced></math>, <math><mfenced open="{" close="}"><mrow><mn>0</mn><mo>,</mo><mn>3</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mo>∅</mo></math>

$x^2 - 9 = 0$	
$x^2 - 6 \cdot x + 9 = 0$	
$x^2 - 3 \cdot x = 0$	
$x^2 + 3 \cdot x = 0$	
$x^2 + 6 \cdot x + 9 = 0$	
$x^2 + 9 = 0$	

Ćwiczenie 7

Podane niżej wyrażenia przeciągnij do odpowiedniego, zaznaczonego kolorem, obszaru tak, aby otrzymać wyrażenia równe ze znajdującym się w nagłówku.

<math><msup><mi>x</mi><mn>4</mn></msup><mo>+</mo><mn>4</mn><mo>·</mo><msup><mi>x</mi><mn>2</mn></msup><mo>+</mo><mn>4</mn><mo>-</mo><msup><mi>x</mi><mn>2</mn></msup></math>, <math><mfenced><mrow><msup><mi>x</mi><mn>2</mn></msup><mo>+</mo><mn>2</mn><mo>-</mo><mi>x</mi></mrow></mfenced><mo>·</mo><mfenced><mrow><msup><mi>x</mi><mn>2</mn></msup><mo>+</mo><mn>2</mn><mo>+</mo><mi>x</mi></mrow></mfenced></math>, <math><msup><mfenced><mrow><msup><mi>x</mi><mn>2</mn></msup><mo>+</mo><mn>2</mn></mrow></mfenced><mn>2</mn></msup><mo>-</mo><mn>1</mn></math>, <math><mfenced><mrow><msup><mi>x</mi><mn>2</mn></msup><mo>+</mo><mn>3</mn></mrow></mfenced><mo>·</mo><mfenced><mrow><msup><mi>x</mi><mn>2</mn></msup><mo>+</mo><mn>1</mn></mrow></mfenced></math>, <math><msup><mfenced><mrow><msup><mi>x</mi><mn>2</mn></msup><mo>+</mo><mn>2</mn></mrow></mfenced><mn>2</mn></msup><mo>-</mo><msup><mi>x</mi><mn>2</mn></msup></math>, <math><msup><mi>x</mi><mn>4</mn></msup><mo>+</mo><mn>4</mn><mo>·</mo><msup><mi>x</mi><mn>2</mn></msup><mo>+</mo><mn>4</mn><mo>-</mo><mn>1</mn></math>

$x^4 + 3 \cdot x^2 + 4$	
$x^4 + 4 \cdot x^2 + 3$	

Ćwiczenie 8

Poniżej pokazano sposób, w jaki można rozkładać na czynniki niektóre wyrażenia, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia. Do każdego kolejnego przekształcenia wybierz odpowiedni komentarz. Posortuj komentarze według odpowiedniej kolejności.

$x^3 + 3x^2 + 3x + 2 =$

$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 1 =$

$= (x+1)^3 + 1 =$

$= (x+1+1) \cdot \left[(x+1)^2 - (x+1) + 1\right] =$

$= (x+1+1) \cdot \left[x^2 + 2x + 1 - (x+1) + 1\right] =$

$= (x+1+1) \cdot \left[x^2 + 2x + 1 - x - 1 + 1\right] =$

$= (x+2) \cdot \left(x^2 + x + 1\right)$

- Zapisanie jednego ze składników jako sumę.
- Zastosowanie wzoru na kwadrat sumy.
- Zastosowanie wzoru na sumę sześcianów.
- Zastosowanie wzoru na sześcian sumy.
- Redukcja wyrazów podobnych
- Opuszczenie nawiasu.

Dla nauczyciela

Autor: Sebastian Guz

Przedmiot: Matematyka

Temat: Zamiana sumy algebraicznej na iloczyn

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

II. Wyrażenia algebraiczne. Zakres podstawowy. Uczeń:

1) stosuje wzory skróconego mnożenia na:
$\left(a+b\right)^2,\ \left(a-b\right)^2,\ a^2-b^2,\ \left(a+b\right)^3,\ \left(a-b\right)^3,\ a^3-b^3,\ a^n-b^n$

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:

Uczeń:

- wyłącza przed nawias wspólny czynnik będący jednomianem lub wyrażeniem algebraicznym.
- przedstawia wyrażenia algebraiczne w postaci iloczynu stosując wzory skróconego mnożenia,
- rozwiązuje równania stosując rozkład na czynniki,
- uzasadnia poprawność przekształceń równoważnych.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- dyskusja panelowa;
- metoda tekstu przewodniego;
- odwrócona klasa.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. Nauczyciel prosi uczniów o zapoznanie się z zagadnieniami, które będą poruszane podczas lekcji.

Faza wstępna:

Nauczyciel podaje temat oraz cele zajęć. Ustala z uczniami kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie w parach wymieniają się pozyskanymi w domu wiadomościami, analizując przykłady zawarte w sekcji „Przeczytaj". Zapisują pytania dotyczące materiału. Następnie łączą się w dwie grupy. Przedstawiciel każdej z grup przedstawia pytania, na które odpowiadają uczniowie z grupy przeciwnej. Nauczyciel uzupełnia odpowiedzi.
2. Nauczyciel wyświetla zawartość sekcji „Animacja". Po zapoznaniu się uczniów z materiałem omawia ewentualne problemy związane z jego niezrozumieniem. Uczniowie rozwiązują Polecenie 2.
3. Uczniowie wykonują indywidualnie ćwiczenie nr 1-2, a następnie wybrany uczeń omawia ich wykonanie na forum krok po kroku.
4. W dalszej części uczniowie wykonują w grupach ćwiczenia 3-5. Po każdym zakończonym zadaniu wybrana grupa prezentuje swoje rozwiązanie ma forum klasy.
5. Uczniowie wykonują indywidualnie ćwiczenia 6, 7 i 8, ale następnie porównują swoje odpowiedzi z kolegą lub koleżanką.

Faza podsumowująca:

1. Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.
2. Wybrany uczeń podsumowuje lekcje z uwzględnieniem postawionych na początku kryteriów sukcesu.

Praca domowa:

Uczniowie opracowują infografikę zawierającą algorytm postępowania w przypadku zamiany sumy algebraicznej na iloczyn.

Materiały pomocnicze:

Jednomiany i sumy algebraiczne

Wskazówki metodyczne:

Animację można wykorzystać w czasie zajęć pokazujących różne metody rozwiązywania równań.