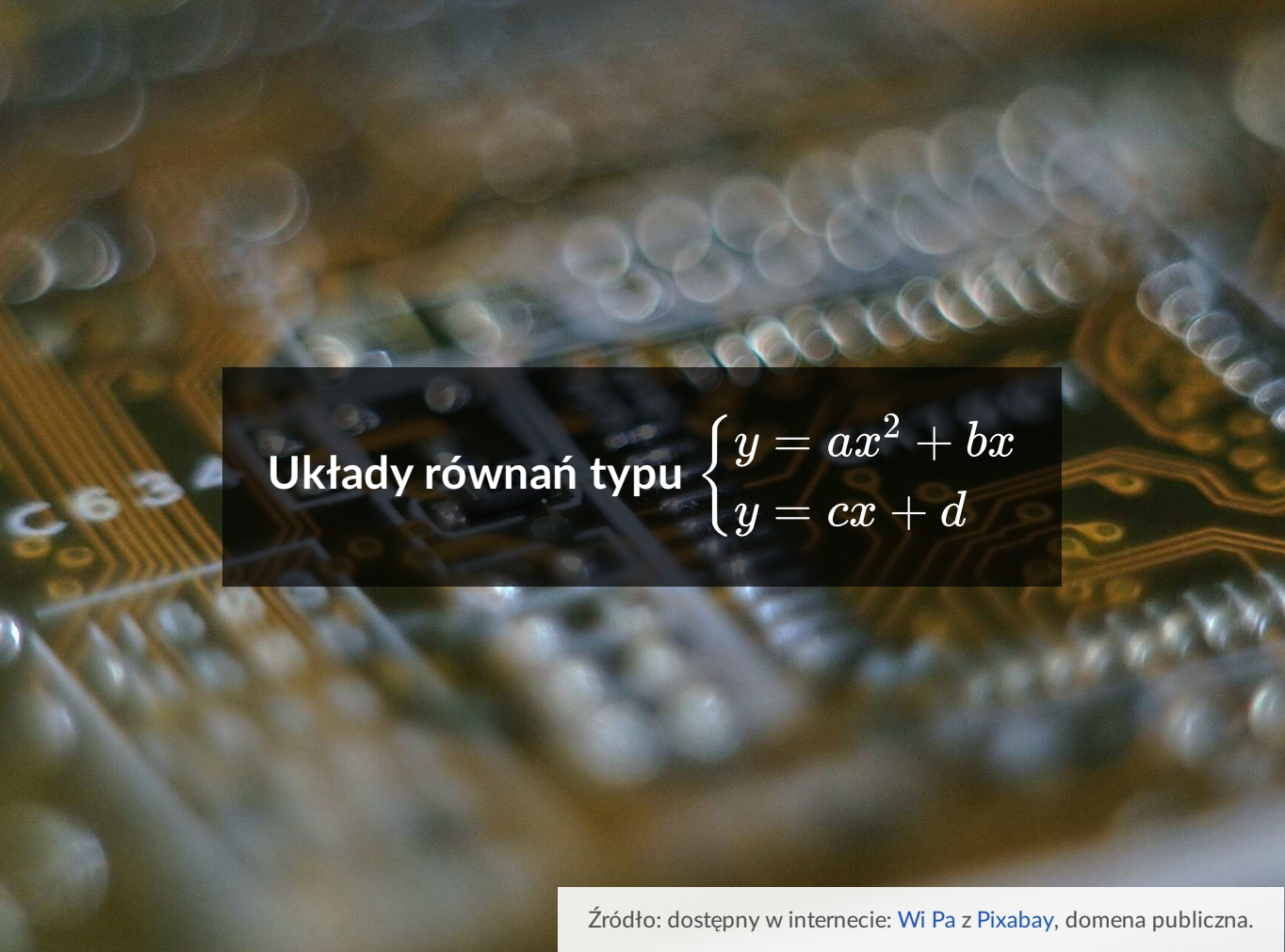




Układy równań typu $\begin{cases} y = ax^2 + bx \\ y = cx + d \end{cases}$

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Schemat interaktywny](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Układy równań typu $\begin{cases} y = ax^2 + bx \\ y = cx + d \end{cases}$

Źródło: dostępny w internecie: [Wi Pa z Pixabay](#), domena publiczna.

Układ równań to koniunkcja co najmniej dwóch równań. Układy równań drugiego stopnia to takie, w których przynajmniej jedno z równań jest drugiego stopnia. W tym materiale zajmiemy się układami równań postaci $\begin{cases} y = ax^2 + bx \\ y = cx + d \end{cases}$.

Twoje cele

- Utrwalisz metody rozwiązywania równań kwadratowych.
- Utrwalisz zasady określania liczby rozwiązań równania kwadratowego.
- Rozwiążesz układ równań z dwiema niewiadomymi, w którym jedno z równań jest postaci $y = ax^2 + bx$, a drugie postaci $y = cx + d$.

Przeczytaj

Przypomnijmy definicje i twierdzenia, z których będziemy korzystać podczas

rozwiązywania układów równań postaci $\begin{cases} y = ax^2 + bx \\ y = cx + d \end{cases}$.

Definicja: Układ równań

Układem równań nazywamy koniunkcję co najmniej dwóch równań.

Aby rozwiązać układ równań należy znaleźć wszystkie układy liczb spełniające jednocześnie wszystkie równania składowe danego układu równań.

Definicja: Rozwiązanie układu równań

Rozwiązaniem układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi nazywamy parę liczb spełniających jednocześnie każde równanie danego układu równań.

Definicja: Równanie kwadratowe z jedną niewiadomą

Równaniem kwadratowym z jedną niewiadomą x , nazywamy równanie postaci

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

gdzie:

a, b i c są dowolnymi liczbami rzeczywistymi oraz $a \neq 0$.

Definicja: Wyróżnik trójmianu kwadratowego („delta”)

Wyróżnikiem trójmianu kwadratowego $ax^2 + bx + c$ nazywamy wyrażenie postaci

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

W zależności od wartości wyróżnika trójmianu kwadratowego, równanie kwadratowe może mieć dwa lub jeden pierwiastek. Może też nie posiadać rozwiązania.

Twierdzenie: Liczba rozwiązań równania kwadratowego

Równanie kwadratowe postaci $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$:

- nie posiada rozwiązania, jeśli $\Delta < 0$;
- posiada jedno rozwiązanie $x_0 = \frac{-b}{2a}$, jeśli $\Delta = 0$;
- posiada dwa rozwiązania $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ oraz $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, jeśli $\Delta > 0$.

Rozwiążemy teraz kilka układów równań postaci $\begin{cases} y = ax^2 + bx \\ y = cx + d \end{cases}$.

Przykład 1

Rozwiążemy układ równań $\begin{cases} y = x^2 + 3x \\ y = 5x + 3 \end{cases}$.

Podstawiamy wyrażenie wyznaczone w równaniu liniowym, do równania kwadratowego w miejsce niewiadomej y .

$$\begin{cases} 5x + 3 = x^2 + 3x \\ y = 5x + 3 \end{cases}$$

Porządkujemy otrzymane **równanie kwadratowe**.

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

Następnie rozwiązujemy je - korzystamy ze wzoru na wyróżnik trójmianu kwadratowego równania $ax^2 + bx + c = 0$ oraz wzorów na pierwiastki tego równania.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)$$

$$\Delta = 16 > 0$$

$$\sqrt{\Delta} = 4$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ lub } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{2-4}{2} = -1 \text{ lub } x_2 = \frac{2+4}{2} = 3$$

Podstawiamy otrzymane wartości niewiadomej x do równania liniowego i obliczymy niewiadomą y .

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 5x + 3 \end{cases} \text{ lub } \begin{cases} x = 3 \\ y = 5x + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} \text{ lub } \begin{cases} x = 3 \\ y = 18 \end{cases}$$

A zatem rozwiązaniem tego układu równań są dwie pary liczb $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$ oraz $\begin{cases} x = 3 \\ y = 18 \end{cases}$.

Przykład 2

Rozwiążemy układ równań $\begin{cases} 10x + 3y = 2(2x^2 + y) \\ 2x - y = 9 \end{cases}$.

Doprowadzamy równania występujące w układzie do najprostszej postaci i wyznaczamy w równaniach niewiadomą y .

$$\begin{cases} 10x + 3y = 4x^2 + 2y \\ -y = 9 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4x^2 - 10x \\ y = 2x - 9 \end{cases}$$

Wyznaczoną w równaniu liniowym wartość y , podstawiamy do równania kwadratowego.

$$\begin{cases} 2x - 9 = 4x^2 - 10x \\ y = 2x - 9 \end{cases}$$

W pierwszym równaniu otrzymaliśmy równanie kwadratowe – porządkujemy je.

$$4x^2 - 10x - 2x + 9 = 0$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

Uzyskane po lewej stronie równania wyrażenie możemy, korzystając ze wzoru skróconego mnożenia, zapisać w postaci

$$(2x - 3)^2 = 0$$

A zatem

$$2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Podstawiamy otrzymaną wartość niewiadomej x do równania liniowego i obliczmy niewiadomą y .

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 2x - 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -6 \end{cases}$$

Rozwiązaniem tego układu równań jest jedna para liczb $\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -6 \end{cases}$.

Przykład 3

Rozwiążemy układ równań
$$\begin{cases} -\sqrt{2}(1 - \sqrt{2}x^2) + 2\sqrt{3}x = y - \sqrt{2} \\ y = \sqrt{3}x - \sqrt{2} \end{cases}.$$

Doprowadzamy pierwsze równanie występujące w układzie do najprostszej postaci.

$$\begin{cases} -\sqrt{2} + 2x^2 + 2\sqrt{3}x = y - \sqrt{2} \\ y = \sqrt{3}x - \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 2\sqrt{3}x = y \\ y = \sqrt{3}x - \sqrt{2} \end{cases}$$

Wyznaczoną w równaniu liniowym wartość y , podstawiamy do równania kwadratowego, które następnie porządkujemy.

$$\begin{cases} 2x^2 + 2\sqrt{3}x = \sqrt{3}x - \sqrt{2} \\ y = \sqrt{3}x - \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{2} = 0 \\ y = \sqrt{3}x - \sqrt{2} \end{cases}$$

Obliczamy wartość wyróżnika trójmianu kwadratowego otrzymanego równania kwadratowego.

$$\Delta = \sqrt{3}^2 - 4 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 3 - 8\sqrt{2} < 0$$

$\Delta < 0$, a więc równanie kwadratowe $2x^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{2} = 0$ nie posiada rozwiązania.

Zatem układ równań
$$\begin{cases} -\sqrt{2}(1 - \sqrt{2}x^2) + 2\sqrt{3}x = y - \sqrt{2} \\ y = \sqrt{3}x - \sqrt{2} \end{cases}$$
 jest sprzeczny.

Widzimy zatem, że liczba rozwiązań układu równań $\begin{cases} y = ax^2 + bx \\ y = cx + d \end{cases}$ jest taka sama, jak liczba rozwiązań równania kwadratowego $ax^2 + bx = cx + d$.

Przykład 4

Określmy, dla jakiego parametru $m \in \mathbb{R}$, układ równań $\begin{cases} y = x^2 + 7 \\ 2y = 5 - mx \end{cases}$ nie posiada rozwiązań.

W równaniu liniowym wyznaczamy zmienną y , a następnie podstawiamy ją do drugiego równania.

$$\begin{cases} y = x^2 + 7 \\ 2y = 5 - mx \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 + 7 \\ y = \frac{5}{2} - \frac{m}{2}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5}{2} - \frac{m}{2}x = x^2 + 7 \\ y = \frac{5}{2} - \frac{m}{2}x \end{cases}$$

Otrzymaliśmy równanie kwadratowe z niewiadomą x i parametrem m .

$$\frac{5}{2} - \frac{m}{2}x = x^2 + 7$$

Porządkujemy je i obliczamy wartość wyróżnika trójmianu kwadratowego.

$$x^2 + \frac{m}{2}x - \frac{5}{2} + 7 = 0$$

$$x^2 + \frac{m}{2}x + \frac{9}{2} = 0$$

$$\Delta = \left(\frac{m}{2}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{9}{2}$$

$$\Delta = \frac{m^2}{4} - 18$$

Równanie kwadratowe nie posiada rozwiązań wtedy i tylko wtedy, gdy $\Delta < 0$.

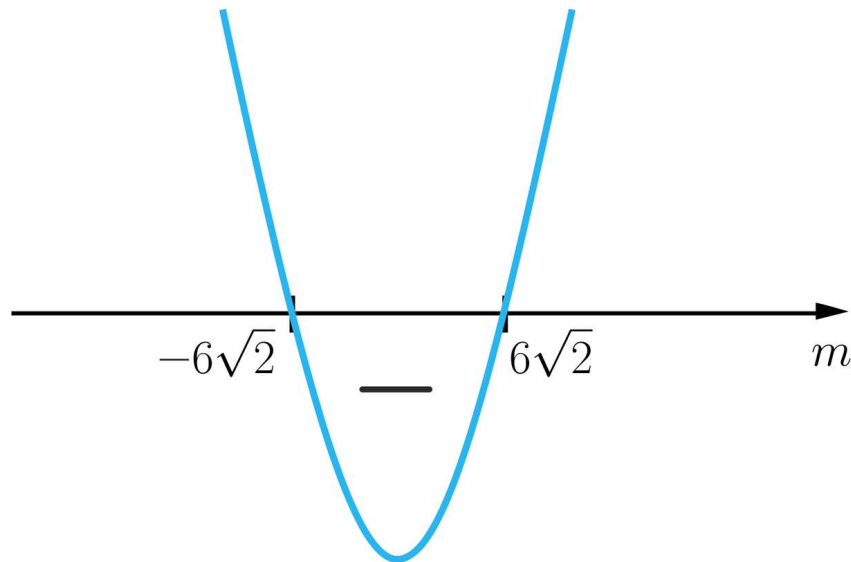
Szukamy więc takich wartości parametru m , dla których ten warunek jest spełniony.

Rozwiążemy nierówność kwadratową.

$$\Delta < 0 \Leftrightarrow \frac{m^2}{4} - 18 < 0$$

$$m^2 - 72 < 0$$

$$(m - 6\sqrt{2})(m + 6\sqrt{2}) < 0$$



$$m \in (-6\sqrt{2}, 6\sqrt{2})$$

A zatem dla $m \in (-6\sqrt{2}, 6\sqrt{2})$ układ równań $\begin{cases} y = x^2 + 7 \\ 2y = 5 - mx \end{cases}$ nie posiada rozwiązań.

Przykład 5

Określmy liczbę rozwiązań układu równań $\begin{cases} y = -20x^2 + (4t + 1)x \\ y = x + 5 \end{cases}$ z niewiadomą x , w zależności od wartości parametru t .

Z równania liniowego wyznaczamy zmienną y i podstawiamy otrzymane wyrażenie do pierwszego równania.

$$\begin{cases} x + 5 = -20x^2 + (4t + 1)x \\ y = x + 5 \end{cases}$$

Otrzymujemy równanie kwadratowe z niewiadomą x i parametrem t . Porządkujemy je i obliczamy wartość wyróżnika trójmianu kwadratowego.

$$x + 5 = -20x^2 + (4t + 1)x$$

$$-20x^2 + 4tx + 1x - x - 5 = 0$$

$$-20x^2 + 4tx - 5 = 0$$

$$\Delta = 16t^2 - 4 \cdot (-20) \cdot (-5)$$

$$\Delta = 16t^2 - 400$$

Liczba rozwiązań układu równań $\begin{cases} y = -20x^2 + (4t + 1)x \\ y = x + 5 \end{cases}$ jest taka sama, jak liczba pierwiastków równania

$$-20x^2 + 4tx - 5 = 0.$$

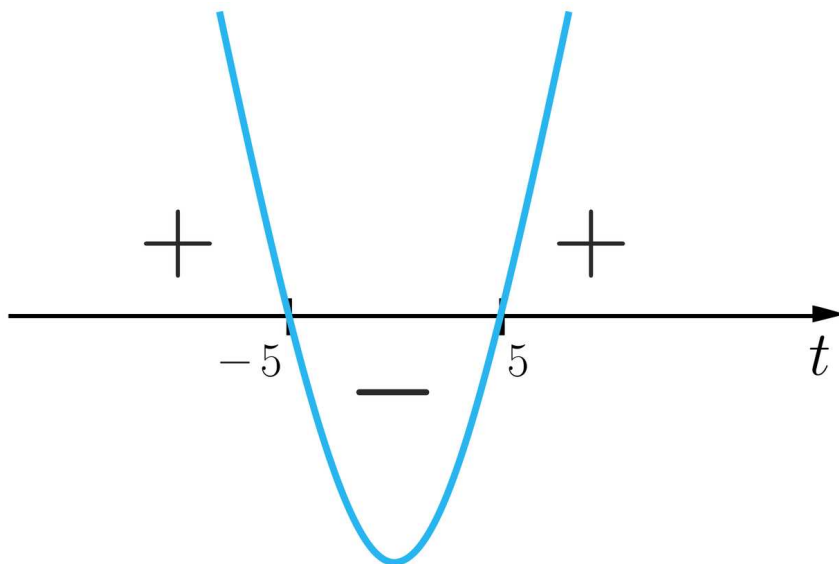
Zgodnie z przypominanym na początku materiału twierdzeniem, liczba pierwiastków równania kwadratowego jest zależna od wartości wyróżnika kwadratowego (delty).

$$\Delta = 16t^2 - 400 = 0$$

Wyznaczamy pierwiastki tego równania (sprawdź).

$$t_1 = -5$$

$$t_2 = 5$$



Mamy więc:

- jeden pierwiastek $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow t \in \{-5, 5\}$;
- dwa pierwiastki $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow t \in (-\infty, -5) \cup (5, \infty)$;
- brak pierwiastków $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow t \in (-5, 5)$.

A zatem:

- dla $t \in (-\infty, -5) \cup (5, \infty)$ rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} y = -20x^2 + (4t + 1)x \\ y = x + 5 \end{cases}$ są dwie pary liczb;

- dla $t \in \{-5, 5\}$ rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} y = -20x^2 + (4t + 1)x \\ y = x + 5 \end{cases}$ jest jedna para liczb;
- dla $t \in (-5, 5)$ układ równań $\begin{cases} y = -20x^2 + (4t + 1)x \\ y = x + 5 \end{cases}$ nie posiada rozwiązań.

Słownik

układ równań

koniunkcja co najmniej dwóch równań

równanie kwadratowe z jedną niewiadomą

równanie z niewiadomą x postaci

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

gdzie:

a, b i c są dowolnymi liczbami rzeczywistymi oraz $a \neq 0$

metoda podstawiania

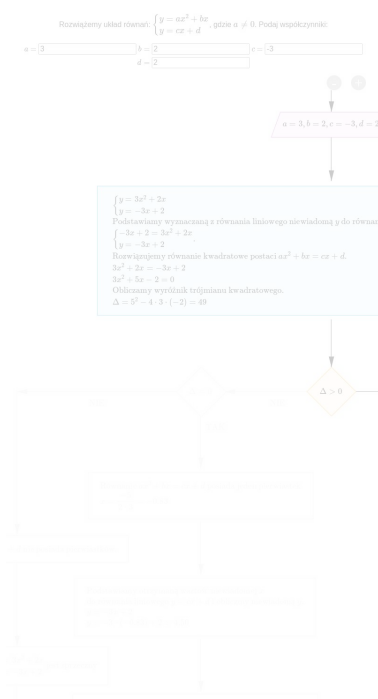
metoda polegająca na wyznaczeniu dowolnej niewiadomej z dowolnego równania i podstawieniu tak uzyskanego wyrażenia do drugiego z równań w miejsce wyznaczonej niewiadomej

Schemat interaktywny

Polecenie 1

Przeanalizuj schemat interaktywny przedstawiający metodę rozwiązywania układów równań typu $\begin{cases} y = ax^2 + bx \\ y = cx + d \end{cases}$. Następnie rozwiąż samodzielnie układy równań podane w Poleceniu 2.

Uwaga – w przypadku rozwiązań, nie będących liczbami całkowitymi, program wyznacza pierwiastki z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D1A8TnYfA>

Polecenie 2

Korzystając ze schematu z Polecenia 1, rozwiąż układy równań:

$$\text{a) } \begin{cases} y = -2x^2 + x \\ y = -2x + 7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} y = 8x^2 + 10x \\ y = 2x - 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} y = 6x - 3 \\ y = -3x^2 - 2x \end{cases}$$

Polecenie 3

Zbuduj algorytm przedstawiający metodę rozwiązywania układów równań typu

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx \\ y = cx + d \end{cases}.$$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Wskaż wszystkie pary liczb, które są rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} y = 2x^2 + x \\ y = 4x - 1 \end{cases}$.

☐ $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x = \frac{-5-\sqrt{33}}{4} \\ y = -6 - \sqrt{33} \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x = -1 \\ y = -5 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x = \frac{-5+\sqrt{33}}{4} \\ y = -6 + \sqrt{33} \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$

Ćwiczenie 2



Zaznacz wszystkie układy równań równoważne danemu układowi $\begin{cases} y - 7x^2 = 2x \\ 12x - y = 4 \end{cases}$.

☐ $\begin{cases} 7x^2 + 2x = 12x - 4 \\ y = 12x - 4 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} 7x^2 + 10x - 4 = 0 \\ y = 12x - 4 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} -12x + 4 = 7x^2 - 2x \\ y = 12x - 4 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} 7x^2 - 10x + 4 = 0 \\ y = 12x - 4 \end{cases}$

Ćwiczenie 3



Ułóż we właściwej kolejności rozwiązanie układu równań $\begin{cases} y = x^2 - 15x \\ y = -x + 15 \end{cases}$.

$$x^2 - 14x - 15 = 0$$

$$\Delta = 256$$

$$\sqrt{\Delta} = 16$$



$$\begin{cases} -x + 15 = x^2 - 15x \\ y = -x + 15 \end{cases}$$



$$x = \frac{14-16}{2} = -1 \vee x = \frac{14+16}{2} = 15$$



$$\begin{cases} x^2 - 14x - 15 = 0 \\ y = -x + 15 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -x + 15 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 15 \\ y = -x + 15 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x^2 - 15x + x - 15 = 0 \\ y = -x + 15 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 16 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 15 \\ y = 0 \end{cases}$$



Ćwiczenie 4



Przeciągnij do tabeli układy równań równoważne danym układom równań.

$$\begin{aligned} & \text{„}\{” \quad \begin{cases} (3x - 2)^2 - y = 3x + 4 \\ (x - 4)^2 - 2(y + 3) = x^2 + 3(y - x) \end{cases} \quad \text{,,,} \quad \text{„}\{” \quad \begin{cases} x^2 + 3x = 2\left(\frac{1}{2}y - x\right) \\ 3(x - 2) = 1 - y \end{cases} \quad \text{,,,} \\ & \text{„}\{” \quad \begin{cases} (y - 0,5)^2 - (y - x)(y + x) = 4x^2 + 7x + 0,25 \\ (x - y)(x + y) + y(y + 1) = (x + 2)^2 - 5(1 - x) \end{cases} \quad \text{,,,} \end{aligned}$$

Układ równań	Równoważny układ równań
$\text{„}\{” \quad \begin{cases} (3x - 2)^2 - y = 3x + 4 \\ (x - 4)^2 - 2(y + 3) = x^2 + 3(y - x) \end{cases} \quad \text{,,,}$	
$\text{„}\{” \quad \begin{cases} x^2 + 3x = 2\left(\frac{1}{2}y - x\right) \\ 3(x - 2) = 1 - y \end{cases} \quad \text{,,,}$	
$\text{„}\{” \quad \begin{cases} (y - 0,5)^2 - (y - x)(y + x) = 4x^2 + 7x + 0,25 \\ (x - y)(x + y) + y(y + 1) = (x + 2)^2 - 5(1 - x) \end{cases} \quad \text{,,,}$	

Ćwiczenie 5



Uporządkuj układy równań zgodnie z liczbą ich rozwiązań. Przeciągnij do odpowiedniej grupy.

Brak rozwiązań:

$$\begin{cases} y = 2x^2 - x \\ y = -6x - 4 \end{cases}$$

1 rozwiązanie:

$$\begin{cases} y = -2x^2 + x \\ y = 5x - 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 + 7x \\ y = -3x - 4 \end{cases}$$

2 rozwiązania:

$$\begin{cases} y = -x^2 - 3x \\ y = 3x + 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x^2 - x \\ y = 11x - 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3x^2 + 4x \\ y = -x + 5 \end{cases}$$

Ćwiczenie 6



Dany jest układ równań $\begin{cases} mx^2 + 3x - y = 0 \\ 2x + m - 1 = y \end{cases}$, $m \neq 0$.

Uzupełnij zdania.

dany układ równań ma dokładnie dwa rozwiązania., dany układ równań ma dokładnie jedno rozwiązanie., dany układ równań jest sprzeczny.

Początek zdania	dalsza część zdania
	dany układ równań ma dokładnie dwa rozwiązania.
	dany układ równań ma dokładnie jedno rozwiązanie.
	dany układ równań jest sprzeczny.

Ćwiczenie 7



Rozwiąż układ równań $\begin{cases} y = 3x^2 - 15x \\ y + 12 + 2x = 0 \end{cases}$.

Ćwiczenie 8



Przeprowadź dyskusję liczby rozwiązań układu równań $\begin{cases} y = -x^2 + mx \\ y = 2x + 5 - m \end{cases}$ ze względu na parametr m , $m \in \mathbb{R}$.

Dla nauczyciela

Autor: Beata Wojciechowska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Układy równań typu $\begin{cases} y = ax^2 + bx \\ y = cx + d \end{cases}$

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

5) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.

IV. Układy równań. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi; podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;

3) rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe, a drugie kwadratowe, postaci $\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases}$ lub $\begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + f \end{cases}$

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe

- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- przekształca układ równań tak, aby otrzymać układ równoważny
- rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą
- określa liczbę rozwiązań równania kwadratowego
- rozwiązuje układy równań liniowo – kwadratowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania
- tworzy i wykorzystuje algorytmy rozwiązywania układów równań

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem schematu interaktywnego

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają sobie w grupach wiadomości i umiejętności związane z rozwiązywaniem równań kwadratowych.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w parach metodą analizy przypadku. Analizują przykłady zawarte w sekcji „Przeczytaj” i schemacie interaktywnym.
2. Nauczyciel kontroluje pracę grup, wyjaśnia wątpliwości.

3. Uczniowie wspólnie z nauczycielem omawiają schemat interaktywny i konsultują wykonanie umieszczonego pod nim polecenia.
4. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne.

Faza podsumowująca:

1. Przedstawiciele grup krótko omawiają trudności, na jakie natknęli się podczas rozwiązywania zadań.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne, których nie zdążyli wykonać na lekcji.

Materiały pomocnicze:

- [Równanie kwadratowe](#)
- [Miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej](#)

Wskazówki metodyczne:

Schemat interaktywny może być wykorzystany przez uczniów do utrwalenia wiadomości z lekcji i na zajęciach z geometrii analitycznej (do wyznaczania współrzędnych punktów przecięcia paraboli i prostej).