



Działania na przedziałach jednostronnie nieograniczonych

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Infografika
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Działania na przedziałach jednostronnie nieograniczonych

Źródło: dostępny w internecie: pixabay.com, domena publiczna.

Na przedziałach jednostronnie nieograniczonych, tak jak na innych zbiorach możemy wykonywać działania. Wyznaczamy sumę, iloczyn oraz różnice przedziałów.

Taka umiejętność może się przydać, gdy będziemy np. szukać rozwiązania alternatywy albo koniunkcji dwóch lub więcej nierówności.

Twoje cele

- Odczytasz, z zaznaczanych na osi liczbowej przedziałów jednostronnie nieograniczonych, ich sumę, iloczyn oraz obie różnice.
- Zapiszesz w postaci przedziałów sumę, iloczyn oraz obie różnice podanych przedziałów liczbowych jednostronnie nieograniczonych.

Przeczytaj

Przedziały, to też zbiory. Możemy zatem wyznaczyć ich sumę $A \cup B$, iloczyn $A \cap B$ i różnice $A \setminus B$ oraz $B \setminus A$.

Przypomnij sobie definicje sumy, iloczynu i różnicy przedziałów.

Definicja: Suma przedziałów A i B

Sumą przedziałów A i B nazywamy zbiór elementów, które należą do przedziału A lub należą do przedziału B .

Sumę przedziałów A i B oznaczamy: $A \cup B$.

$$A \cup B = \{x \in \mathbb{R} : x \in A \text{ lub } x \in B\}$$

Definicja: Iloczyn przedziałów A i B

Iloczynem przedziałów A i B nazywamy zbiór elementów, które należą jednocześnie do przedziału A i do przedziału B .

Iloczyn przedziału A i B oznaczamy: $A \cap B$.

$$A \cap B = \{x \in \mathbb{R} : x \in A \text{ i } x \in B\}$$

Definicja: Różnica przedziałów A i B

Różnicą przedziałów A i B nazywamy zbiór elementów, które należą do przedziału A i nie należą do przedziału B .

Iloczyn przedziału A i B oznaczamy: $A \setminus B$.

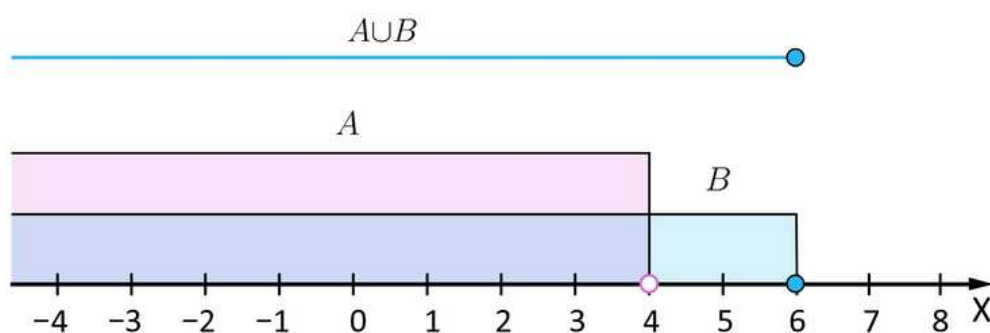
$$A \setminus B = \{x \in \mathbb{R} : x \in A \text{ i } x \notin B\}$$

Przyjrzyj się przykładom przedstawiającym niektóre przypadki działań na przedziałach liczbowych jednostronnie nieograniczonych.

Przykład 1

Wyznamy sumę zbiorów $A \cup B$, jeśli $A = (-\infty, 4)$ i $B = (-\infty, 6)$.

Zaznaczamy podane przedziały na osi liczbowej.



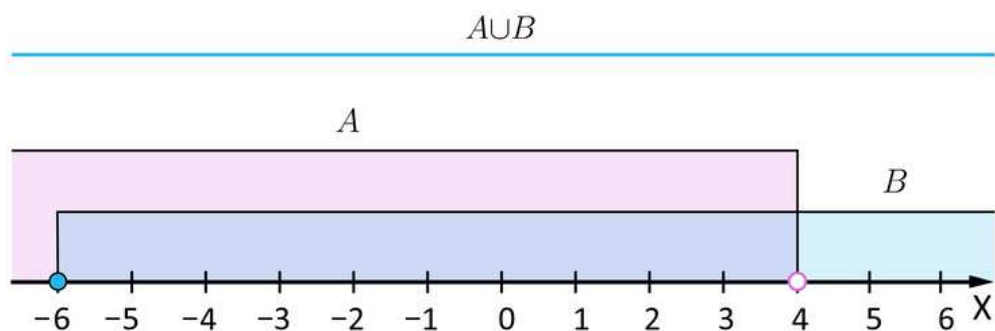
Suma przedziałów jednostronnie nieograniczonych może być przedziałem jednostronnie nieograniczonym.

$$x \in (-\infty, 6)$$

Przykład 2

Wyznamy sumę zbiorów $A \cup B$, jeśli $A = (-\infty, 4)$ i $B = \langle -6, \infty \rangle$.

Zaznaczamy podane przedziały na osi liczbowej.



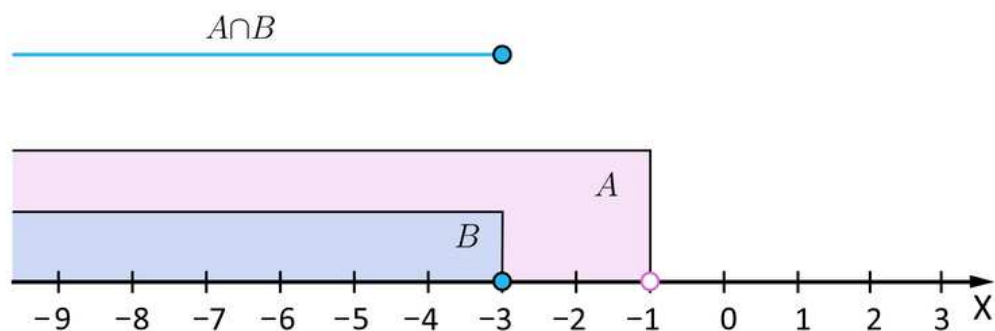
Suma przedziałów jednostronnie nieograniczonych może być przedziałem nieograniczonym, czyli zbiorem wszystkich liczb rzeczywistych.

$$x \in (-\infty, \infty) = \mathbb{R}$$

Przykład 3

Wyznamy iloczyn zbiorów $A \cap B$, jeśli $A = (-\infty, -1)$ i $B = (-\infty, -3)$.

Ponownie zaznaczamy podane przedziały na osi liczbowej.

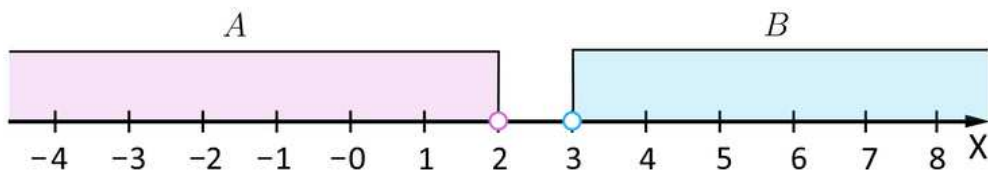


W tym przypadku iloczyn przedziałów jednostronnie nieograniczonych jest przedziałem jednostronnie nieograniczonym.

$$x \in (-\infty, -3)$$

Przykład 4

Wyznaczymy iloczyn zbiorów $A \cap B$, jeśli $A = (-\infty, 2)$ i $B = (3, \infty)$.

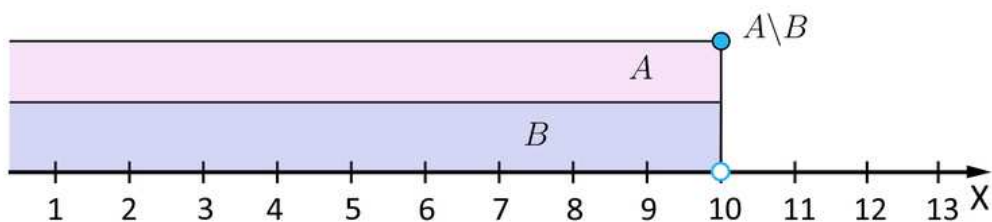


Po przedstawieniu przedziałów na osi liczbowej możemy zaobserwować, że iloczyn przedziałów może być zbiorem pustym.

$$x \in \emptyset$$

Przykład 5

Wyznaczymy różnicę zbiorów $A \setminus B$, jeśli $A = (-\infty, 10)$ i $B = (-\infty, 10)$.

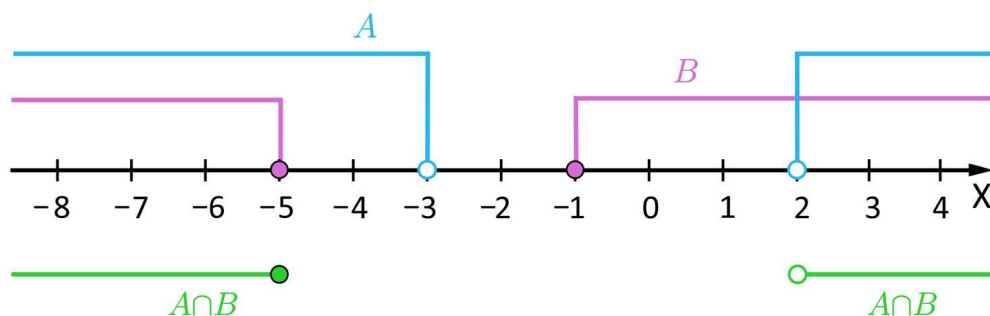


W tym przykładzie różnica przedziałów jednostronnie nieograniczonych jest punktem.

$$(-\infty, 10) \setminus (-\infty, 10) = \{10\}$$

Przykład 6

Wyznaczmy iloczyn zbiorów $A \cap B$, jeśli $A = (-\infty, -3) \cup (2, \infty)$ i $B = (-\infty, -5) \cup (-1, \infty)$.



Korzystając z interpretacji geometrycznej, odczytujemy część wspólną czyli iloczyn przedziałów A i B .

$$A \cap B = (-\infty, -5) \cup (2, \infty)$$

Słownik

suma przedziałów A i B

zbiór, który tworzą liczby należące do przedziału A lub do przedziału B

iloczyn przedziałów A i B

zbiór, który tworzą liczby należące jednocześnie do przedziału A i do przedziału B

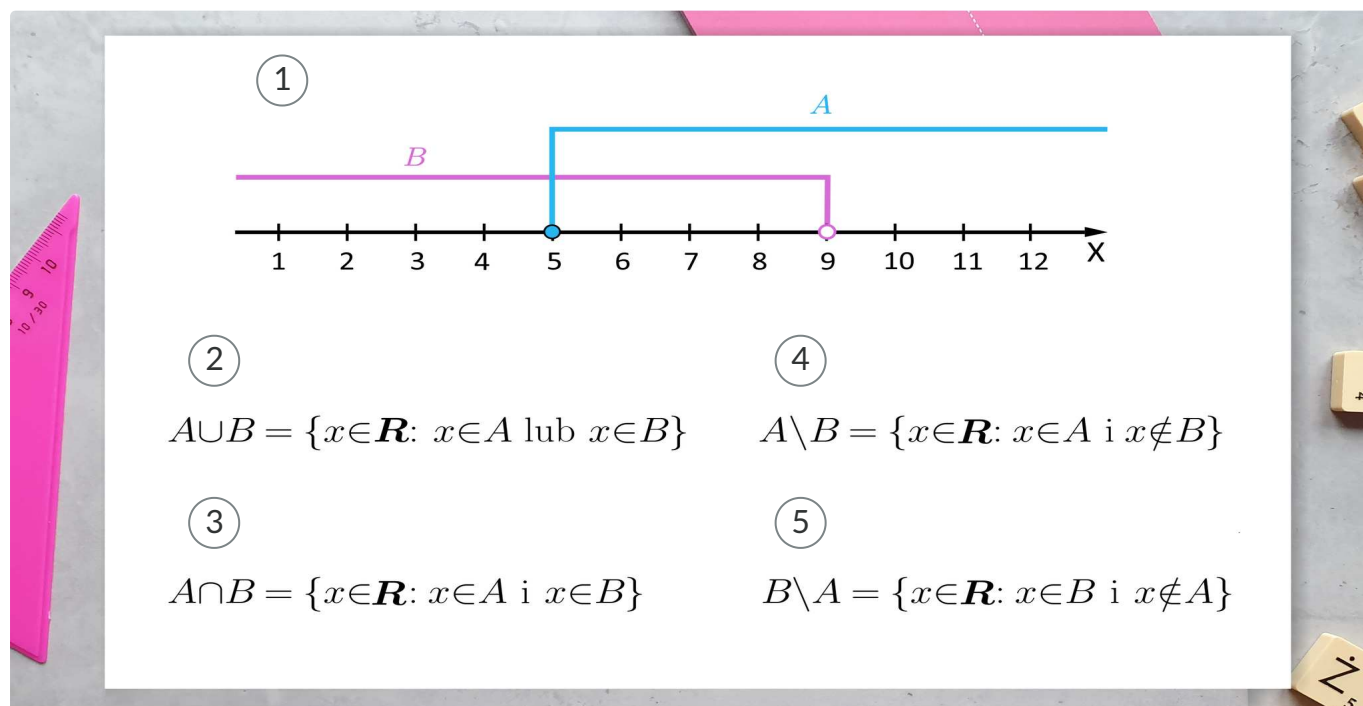
różnica przedziałów A i B

zbiór, który tworzą liczby należące do przedziału A i nienależące do przedziału B

Infografika

Polecenie 1

Przeanalizuj infografikę i uporządkuj swoje informacje dotyczące działań na przedziałach jednostronnie nieograniczonych. Następnie wykonaj polecenie 2.



1

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P1EmQyJB1>

Przy wykonywaniu działań na przedziałach pomocna jest interpretacja geometryczna przedziałów.

Wygodnie jest zaznaczać przedziały różnymi kolorami.

Zaznaczamy przedział $A = \langle 5, \infty)$ kolorem niebieskim, a przedział $B = (-\infty, 9)$ kolorem różowym.

2

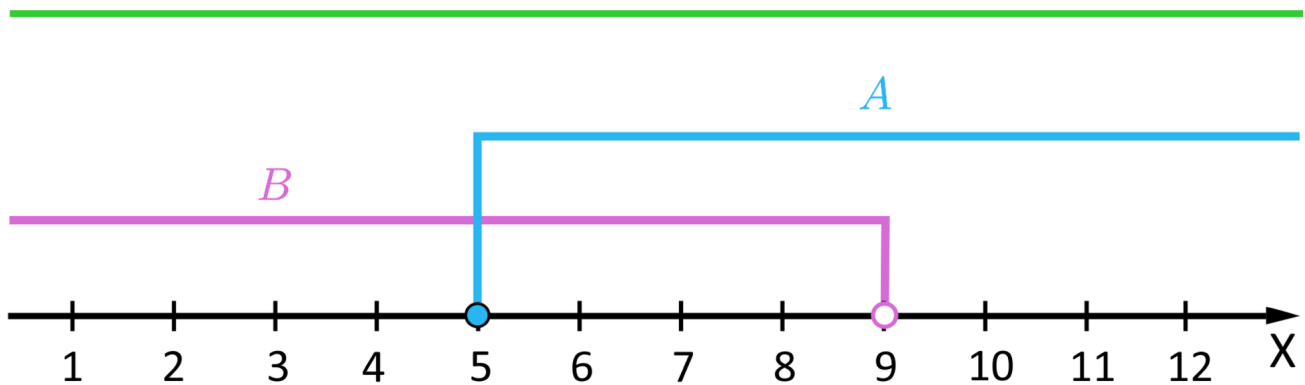
Suma przedziałów A i B

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P1EmQyJB1>

Sumie przedziałów A i B odpowiada ta część osi, na której zaznaczyliśmy co najmniej jeden kolor.

W naszym przykładzie sumą jest zbiór liczb rzeczywistych:

$$A \cup B = (-\infty, \infty) = \mathbf{R}$$



3

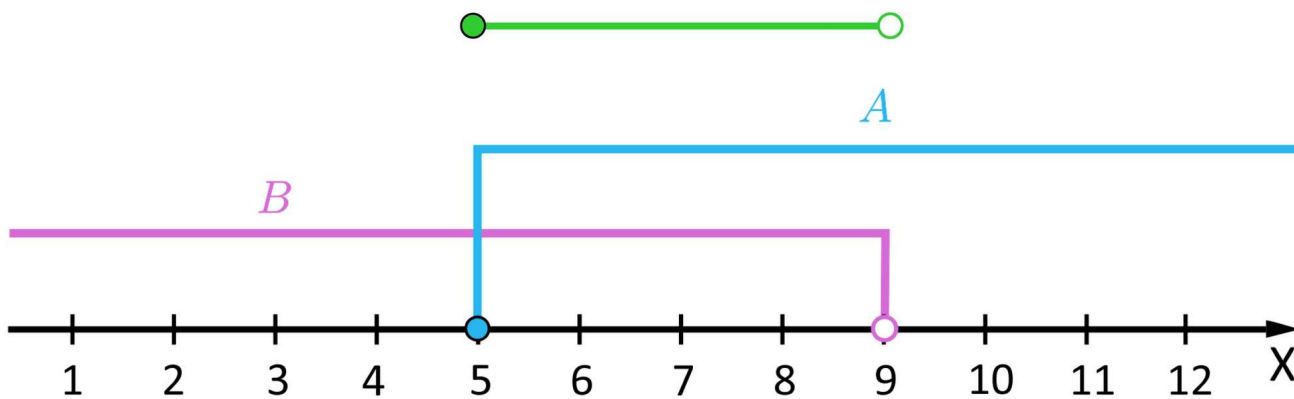
Iloczyn przedziałów A i B

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P1EmQyJB1>

Iloczynowi przedziałów A i B odpowiada ta część osi, na której zaznaczone są jednocześnie dwa kolory.

Otrzymany iloczyn jest przedziałem ograniczonym lewostronnie domkniętym:

$$A \cap B = \langle 5, 9 \rangle$$



4

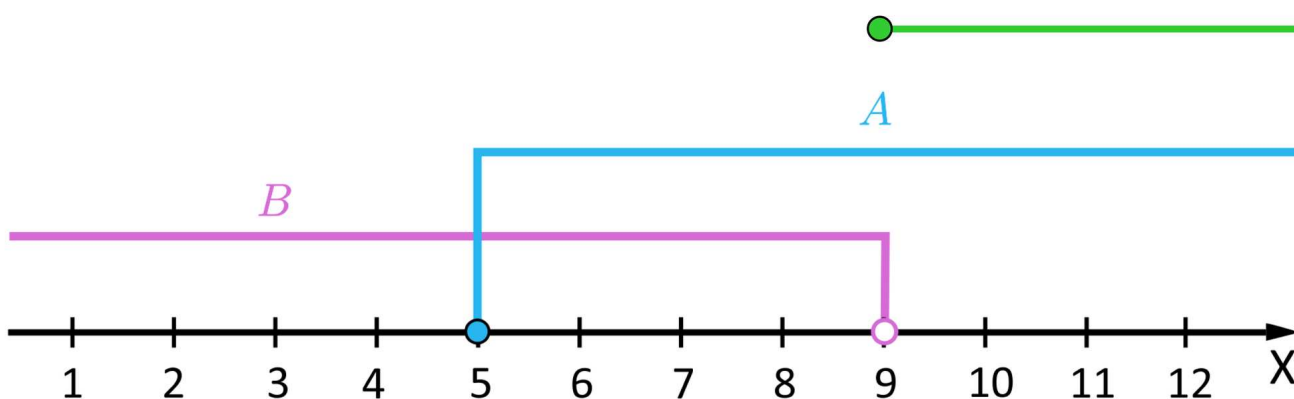
Różnica przedziałów A i B

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P1EmQyJB1>

Różnicy przedziałów A i B odpowiada ta część osi, na której zaznaczony jest jedynie kolor niebieski, odpowiadający przedziałowi A .

Otrzymana w tym przykładzie różnica jest przedziałem nieograniczonym lewostronnie domkniętym:

$$A \setminus B = \langle 9, \infty \rangle$$



5

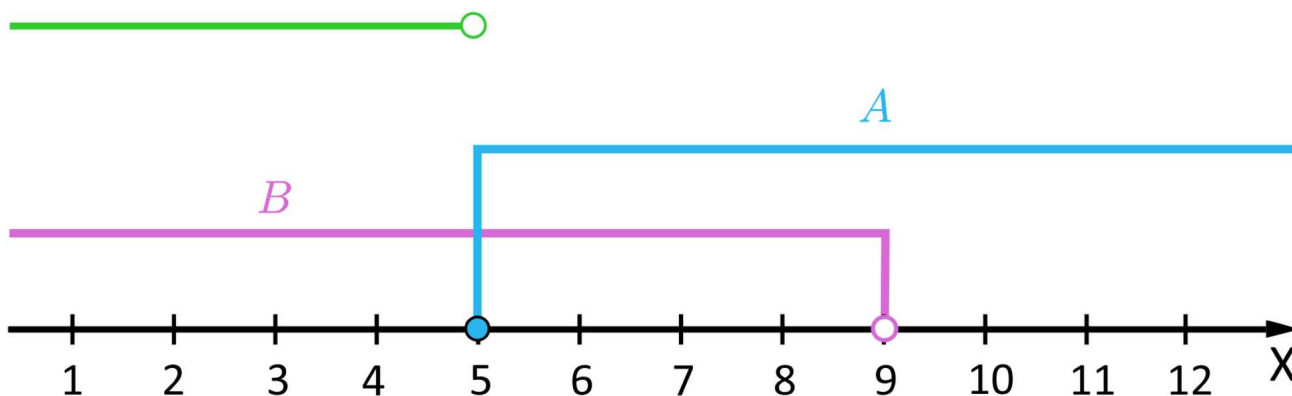
Różnica przedziałów B i A

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P1EmQyJB1>

Różnicy przedziałów B i A odpowiada ta część osi, na której zaznaczony jest jedynie kolor różowy, odpowiadający przedziałowi B .

Otrzymana w tym przykładzie różnica jest przedziałem nieograniczonym prawostronnie otwartym:




$$B \setminus A = (-\infty, 5)$$



Polecenie 2

Wyznacz sumę, iloczyn i obie różnice przedziałów $A = (-\infty, 4)$ oraz $B = \langle -1, \infty \rangle$.
Wykorzystaj graficzną interpretację przedziałów.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



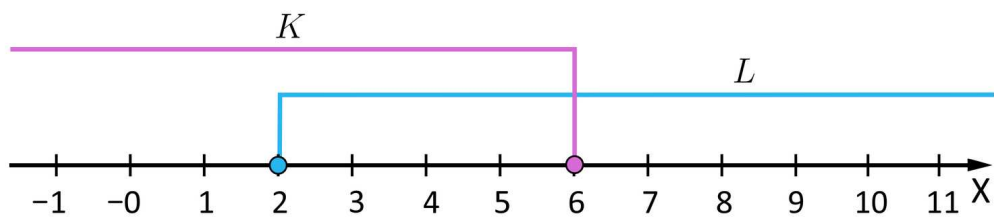
Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Na podstawie zbiorów przedstawionych na osi liczbowej, wyznacz sumę, iloczyn oraz obie różnice zbiorów K i L .



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6

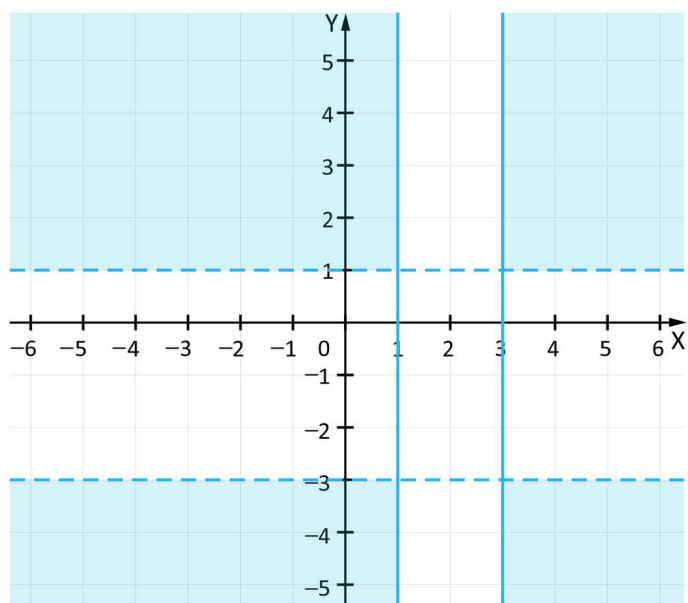


Mamy dane przedziały $A = (-\infty, 3)$, $B = (-2, \infty)$ i $C = \langle 0, \infty)$.

Ćwiczenie 7



Na rysunku zaznaczono zbiór punktów $Z = \{(x, y) : x \in A \text{ i } y \in B\}$.



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Beata Wojciechowska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Działania na przedziałach jednostronnie nieograniczonych

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres podstawowy

Podstawa programowa:

I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy.

Uczeń:

6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- zna pojęcie przedziału nieograniczonego i jego rodzaje
- rozróżnia przedziały ograniczone i nieograniczone
- zaznacza przedział nieograniczony na osi liczbowej
- potrafi odczytać i zapisać przedział przedstawiony na osi liczbowej

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku
- dyskusja
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem medium bazowego

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają sobie w grupach wiadomości i umiejętności działania na przedziałach ograniczonych.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w grupach metodą analizy przypadku. Analizują przykłady zawarte w części „Przeczytaj” oraz infografikę.
2. Uczniowie konsultują z nauczycielem wątpliwości, które pojawiły się w czasie pracy w grupach, a następnie wykonują polecenie umieszczone pod infografiką.
3. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne, których nie zdążyli wykonać na lekcji.

Materiały pomocnicze:

[Przedziały liczbowe. Przedziały jako zbiory](#)

[Równania i nierówności liczbowe. Przedziały liczbowe](#)

Wskazówki metodyczne:

Multimedium może być wykorzystane przez uczniów jako pomoc przy rozwiązywaniu ćwiczeń interaktywnych.

Może być również pomocne przy utrwalaniu wiedzy dotyczącej działań na przedziałach ograniczonych i nieograniczonych.