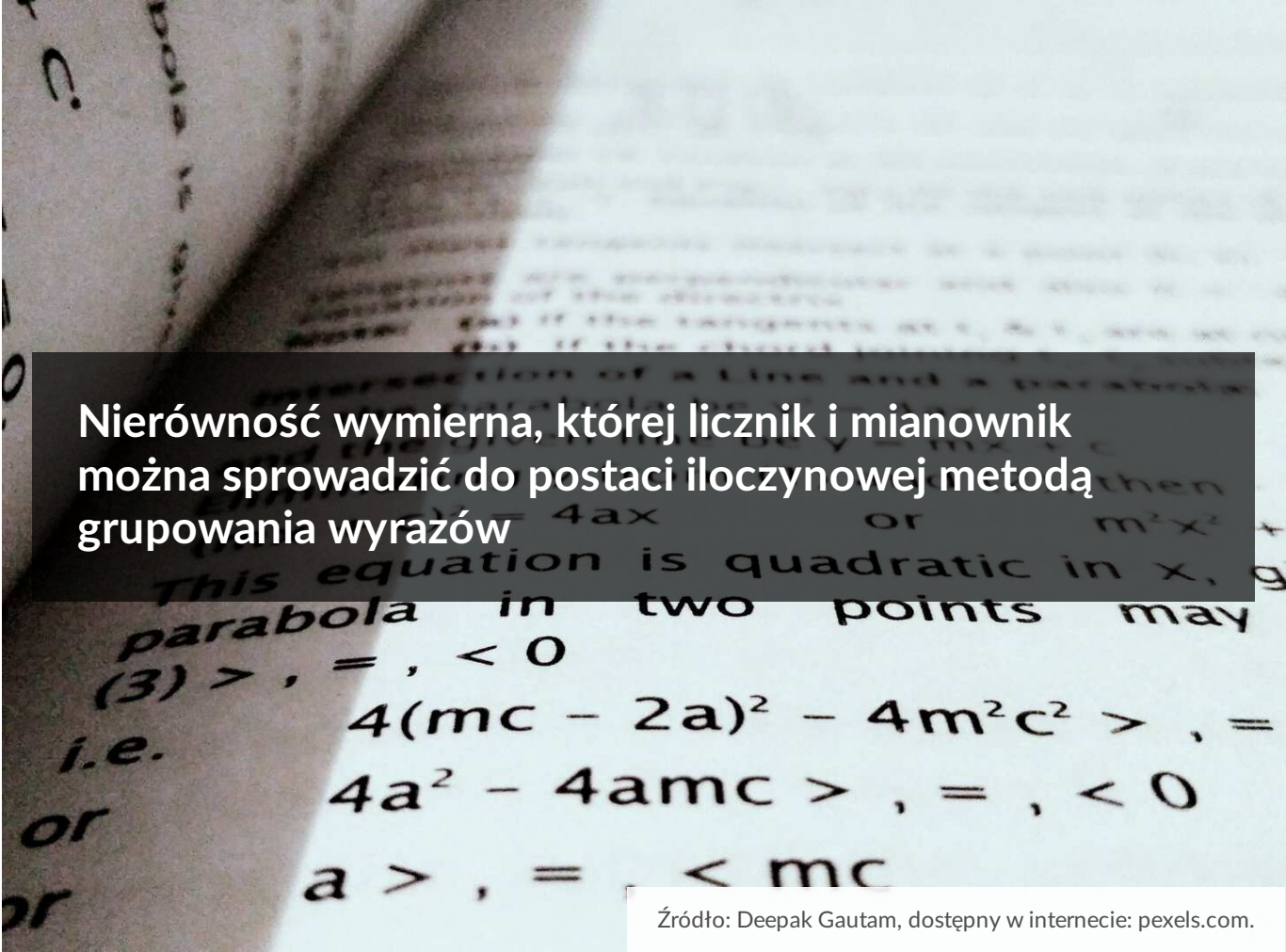




Nierówność wymierna, której licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej metodą grupowania wyrazów

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Galeria zdjęć interaktywnych](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Nierówność wymierna, której licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej metodą grupowania wyrazów

Źródło: Deepak Gautam, dostępny w internecie: pexels.com.

W tym materiale nauczymy się rozwiązywać nierówności wymierne takie, w których licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej metodą grupowania wyrazów. Koniecznie przypomnij sobie rozkład wielomianu na czynniki metodą grupowania wyrazów.

Twoje cele

- Rozwiążesz zadania z wyrażeniami wymiernymi o różnym stopniu trudności.
- Rozwiążesz nierówności wymierne, w których licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej metodą grupowania wyrazów.
- Rozwiążesz nierówności wymierne z wartością bezwzględną.

Przeczytaj

Na początku przedstawimy twierdzenie pomocne przy rozwiązywaniu nierówności wymiernych.

Twierdzenie: o równoważności nierówności

- $\frac{W_1(x)}{W_2(x)} > 0 \Leftrightarrow W_1(x) \cdot W_2(x) > 0 \wedge W_2(x) \neq 0$
- $\frac{W_1(x)}{W_2(x)} < 0 \Leftrightarrow W_1(x) \cdot W_2(x) < 0 \wedge W_2(x) \neq 0$
- $\frac{W_1(x)}{W_2(x)} \geq 0 \Leftrightarrow W_1(x) \cdot W_2(x) \geq 0 \wedge W_2(x) \neq 0$
- $\frac{W_1(x)}{W_2(x)} \leq 0 \Leftrightarrow W_1(x) \cdot W_2(x) \leq 0 \wedge W_2(x) \neq 0$

Algorytmy rozwiązywania nierówności wymiernych – przypomnienie

I sposób:

1. Wyznaczamy **dziedzinę nierówności wymiernej**.
2. Sprowadzamy nierówność do postaci ogólnej – przenosimy wszystkie wyrażenia na jedną stronę nierówności.
3. Wykonujemy wskazane działania.
4. Nierówność wymierną rozwiązujemy doprowadzając ją do równoważnej postaci wielomianowej, przy wyznaczonej dziedzinie nierówności wymiernej (zastępujemy iloraz iloczynem z uwzględnieniem założeń).
5. Wyznaczamy **pierwiastki wielomianu** oraz szkicujemy wykres.
6. Z wykresu odczytujemy zbiór rozwiązań danej nierówności.
7. Wyznaczamy rozwiązanie nierówności wymiernej uwzględniając dziedzinę.

II sposób:

1. Wyznaczamy **dziedzinę nierówności wymiernej**.
2. Mnożymy obustronnie nierówność przez kwadrat mianownika lub przez inne wyrażenia, których znak jest jednoznacznie określony.
3. Wykonujemy wskazane działania.
4. Wyznaczamy pierwiastki wielomianu oraz szkicujemy wykres.
5. Z wykresu odczytujemy zbiór rozwiązań danej nierówności.
6. Wyznaczamy rozwiązanie nierówności wymiernej uwzględniając dziedzinę.

Poniżej przedstawmy rozwiązania przykładów nierówności wymiernych, gdzie licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej metodą grupowania wyrazów.

Przykład 1

Wyznamy dziedzinę funkcji postaci $f(x) = \sqrt{\frac{x^3+3x^2-3x-9}{x^2-2x+1}}$.

Rozwiązanie

Z własności pierwiastka wiadomo, że wyrażenie pod pierwiastkiem musi być nieujemne. Zatem wyznaczenie dziedziny podanej funkcji sprowadzi się do rozwiązania nierówności postaci $\frac{x^3+3x^2-3x-9}{x^2-2x+1} \geq 0$.

Skorzystajmy z twierdzenia o równoważności nierówności i zapiszemy nierówność według wzoru

$$\frac{W_1(x)}{W_2(x)} \geq 0 \Leftrightarrow W_1(x) \cdot W_2(x) \geq 0 \wedge W_2(x) \neq 0.$$

Zacniemy od założenia $W_2(x) \neq 0$. Zatem

$$x^2 - 2x + 1 \neq 0,$$

$$(x - 1)^2 \neq 0,$$

$$(x - 1) \neq 0,$$

$$x \neq 1.$$

Przejdziemy teraz do warunku $W_1(x) \cdot W_2(x) \geq 0$.

Zapiszmy w takim razie licznik i mianownik ułamka algebraicznego $\frac{x^3+3x^2-3x-9}{x^2-2x+1}$ w postaci iloczynowej stosując metodę grupowania wyrazów oraz wzory skróconego mnożenia

$$\frac{x^3+3x^2-3x-9}{x^2-2x+1} \geq 0,$$

$$\frac{x^2(x+3)-3(x+3)}{(x-1)^2} \geq 0,$$

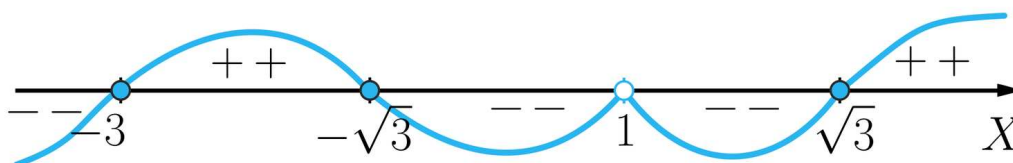
$$\frac{(x^2-3)(x+3)}{(x-1)^2} \geq 0.$$

$$(x^2 - 3)(x + 3)(x - 1)^2 \geq 0,$$

$$(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x + 3)(x - 1)^2 \geq 0.$$

Wielomian $W(x) = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x + 3)(x - 1)^2$ ma trzy pierwiastki jednokrotne: $(-\sqrt{3})$, (-3) oraz $\sqrt{3}$ i jeden pierwiastek podwójny równy 1. Pamiętajmy, że z pierwszego sprawdzanego warunku 1 nie może być rozwiązaniem.

Uwzględniając założenie $x \neq 1$ wykres rozwiązań jest postaci



Odpowiedź: Dziedziną rozważanej funkcji jest zbiór $\langle -3, -\sqrt{3} \rangle \cup \langle \sqrt{3}, \infty \rangle$.

Przykład 2

Ile liczb całkowitych należy do zbioru rozwiązań nierówności $\frac{x^4 - x^3 + 8x - 8}{2x^3 - 4x^2 - 6x + 12} \leq 0$?

Rozwiązanie

Podajmy konieczne założenie $2x^3 - 4x^2 - 6x + 12 \neq 0$,

$$2x^2(x - 2) - 6(x - 2) \neq 0,$$

$$2(x^2 - 3)(x - 2) \neq 0,$$

$$x^2 - 3 \neq 0, x - 2 \neq 0$$

$$x^2 \neq 3, x \neq 2$$

$$x \neq -\sqrt{3}, x \neq \sqrt{3}, x \neq 2.$$

$$\text{Zatem } D = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}; 2\}.$$

Zapiszmy licznik i mianownik ułamka algebraicznego $\frac{x^5 - x^4 + 8x - 8}{2x^3 - 4x^2 - 6x + 12}$ w postaci iloczynowej stosując metodę grupowania wyrazów

$$\frac{x^3(x-1) + 8(x-1)}{2x^2(x-2) - 6(x-2)} \leq 0,$$

$$\frac{(x^3 + 8)(x-1)}{2(x^2 - 3)(x-2)} \leq 0,$$

$$\frac{(x^4 + 8)(x-1)}{2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x-2)} \leq 0.$$

Zauważmy, że mianownik mogliśmy zapisać od razu w postaci iloczynowej po obliczeniu dziedziny.

Skorzystajmy z twierdzenia i zapiszmy nierówność wymierną jako równoważną nierówność wielomianową przy wyznaczonej dziedzinie nierówności wymiernej

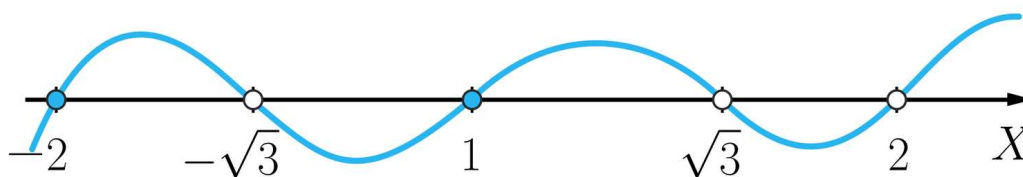
$$\frac{W_1(x)}{W_2(x)} \leq 0 \Leftrightarrow W_1(x) \cdot W_2(x) \leq 0 \wedge W_2(x) \neq 0,$$

$$\frac{(x^3+8)(x-1)}{2(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})(x-2)} \leq 0 \Leftrightarrow 2(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})(x-2)(x^3+8)(x-1) \leq 0 \\ \wedge x \neq -\sqrt{3}, x \neq \sqrt{3}, x \neq 2.$$

Wielomian

$W(x) = 2(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})(x-2)(x^3+8)(x-1)$ ma pięć pierwiastków: $(-2); (-\sqrt{3}); 1; \sqrt{3}; 2$.

Uwzględniając dziedzinę nierówności wymiernej $D = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}; 2\}$ rysujemy szkic wykresu.



Odpowiedź: Do zbioru rozwiązań nierówności należy nieskończenie wiele liczb całkowitych. Np. $x = 1$, $x = 0$.

Przykład 3

Rozwiążemy nierówność $\frac{7x^3+2x^2-21x-6}{9x^3-4x^2-27x+12} \geq 0$.

Rozwiązanie

Podajmy konieczne założenie $9x^3 - 4x^2 - 27x + 12 \neq 0$,

$$x^2(9x - 4) - 3(9x - 4) \neq 0,$$

$$(x^2 - 3)(9x - 4) \neq 0,$$

$$x^2 - 3 \neq 0, 9x - 4 \neq 0$$

$$x^2 \neq 3, 9x \neq 4$$

$$x \neq -\sqrt{3}, x \neq \sqrt{3}, x \neq \frac{4}{9}.$$

Zatem $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\sqrt{3}; \frac{4}{9}; \sqrt{3} \right\}$.

Zapiszmy licznik i mianownik ułamka algebraicznego $\frac{7x^3+2x^2-21x-6}{9x^3-4x^2-27x+12}$ w postaci iloczynowej stosując metodę grupowania wyrazów

$$\frac{x^2(7x+2)-3(7x+2)}{(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(9x-4)} \geq 0,$$

$$\frac{(x^2-3)(7x+2)}{(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(9x-4)} \geq 0,$$

$$\frac{(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(7x+2)}{(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(9x-4)} \geq 0.$$

Zauważmy, że mianownik mogliśmy zapisać od razu w postaci iloczynowej po obliczeniu dziedziny.

Po skróceniu ułamka otrzymujemy

$$\frac{7x+2}{9x-4} \geq 0.$$

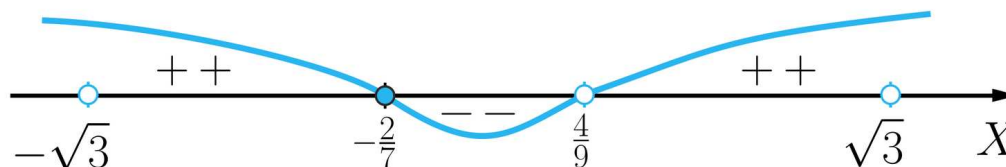
Skorzystajmy z twierdzenia i zapiszmy nierówność wymierną jako równoważną nierówność wielomianową przy wyznaczonej dziedzinie nierówności wymiernej

$$\frac{W_1(x)}{W_2(x)} \geq 0 \Leftrightarrow W_1(x) \cdot W_2(x) \geq 0 \wedge W_2(x) \neq 0,$$

$$\frac{7x+2}{9x-4} \geq 0 \Leftrightarrow (7x+2)(9x-4) \geq 0 \wedge x \neq -\sqrt{3}, x \neq \sqrt{3}, x \neq \frac{4}{9}.$$

Wielomian $W(x) = 63\left(x + \frac{2}{7}\right)\left(x - \frac{4}{9}\right)$ ma dwa pierwiastki: $\left(-\frac{2}{7}\right); \frac{4}{9}$.

Uwzględniając dziedzinę nierówności wymiernej $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\sqrt{3}; \frac{4}{9}; \sqrt{3} \right\}$ rysujemy szkic wykresu.



Odpowiedź: Rozwiązaniem nierówności wymiernej jest zbiór $\left(-\infty; -\sqrt{3}\right) \cup \left(-\sqrt{3}; -\frac{2}{7}\right) \cup \left(\frac{4}{9}; \sqrt{3}\right) \cup \left(\sqrt{3}; +\infty\right)$.

Przykład 4

Wyznamy zbiór rozwiązań nierówności $\frac{8x^4+24x^3-x-3}{8x^5-32x^3-x^2+4} < \frac{-x-3}{x^2-4}$.

Rozwiązanie

Podajmy konieczne założenia: $8x^5 - 32x^3 - x^2 + 4 \neq 0$, $x^2 - 4 \neq 0$

$$8x^3(x^2 - 4) - (x^2 - 4) \neq 0, x^2 \neq 4$$

$$(8x^3 - 1)(x^2 - 4) \neq 0, x \neq -2, x \neq 2$$

$$8x^3 - 1 \neq 0, x^2 - 4 \neq 0, x \neq -2, x \neq 2$$

$$8x^3 \neq 1, x^2 \neq 4, x \neq -2, x \neq 2$$

$$x \neq \frac{1}{2}, x \neq -2, x \neq 2, x \neq -2, x \neq 2.$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2; \frac{1}{2}; 2\}.$$

Zapiemy licznik i mianownik ułamków algebraicznych w postaci iloczynowej stosując metodę grupowania wyrazów

$$\frac{8x^3(x+3)-(x+3)}{8x^3(x^2-4)-(x^2-4)} < \frac{-x-3}{(x-2)(x+2)},$$

$$\frac{(8x^3-1)(x+3)}{(8x^3-1)(x^2-4)} < \frac{-x-3}{(x-2)(x+2)}.$$

Po skróceniu ułamka algebraicznego otrzymujemy nierówność

$$\frac{x+3}{(x-2)(x+2)} < \frac{-x-3}{(x-2)(x+2)}.$$

Zapiemy nierówność w postaci ogólnej $\frac{W_1(x)}{W_2(x)} < 0$

$$\frac{x+3}{(x-2)(x+2)} - \frac{-x-3}{(x-2)(x+2)} < 0,$$

$$\frac{x+3+x+3}{(x-2)(x+2)} < 0,$$

$$\frac{2x+6}{(x-2)(x+2)} < 0.$$

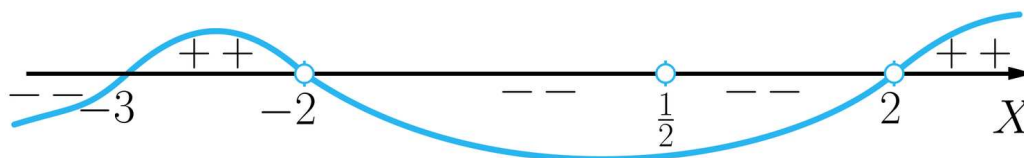
Skorzystajmy z twierdzenia $\frac{W_1(x)}{W_2(x)} < 0 \Leftrightarrow W_1(x) \cdot W_2(x) < 0 \wedge W_2(x) \neq 0$.

Zatem nierówność wymierną możemy zapisać w postaci równoważnej nierówności iloczynowej

$$\frac{2x+6}{(x-2)(x+2)} < 0 \Leftrightarrow (2x+6)(x-2)(x+2) < 0 \wedge x \neq -2, x \neq \frac{1}{2}, x \neq 2.$$

Wielomian $R(x) = 2(x+3)(x-2)(x+2)$ ma trzy jednokrotne pierwiastki: (-3) , (-2) oraz 2 .

Uwzględniając dziedzinę nierówności wymiernej $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; \frac{1}{2}; 2\}$ narysujemy szkic wykresu.



Odpowiedź: Zbiorem rozwiązań nierówności jest zbiór $(-\infty; -3) \cup (-2; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; 2)$.

Przykład 5

Obliczmy najmniejszą liczbę całkowitą k spełniającą nierówność $\left| \frac{k^3-7k+6}{-3k^2+9k-6} + 1\frac{1}{3}k \right| \leq 2$.

Rozwiązanie

Podajmy konieczne założenie

$$-3k^2 + 9k - 6 \neq 0$$

$$-3(k-1)(k-2) \neq 0,$$

$$k \neq 1, k \neq 2.$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}.$$

Zapiszmy licznik ułamka algebraicznego $\frac{k^3-7k+6}{-3k^2+9k-6}$ w postaci iloczynowej stosując metodę grupowania wyrazów

$$\left| \frac{k^3-k-6k+6}{-3(k-1)(k-2)} + 1\frac{1}{3}k \right| \leq 2,$$

$$\left| \frac{k(k^2-1)-6(k-1)}{-3(k-1)(k-2)} + 1\frac{1}{3}k \right| \leq 2,$$

$$\left| \frac{k(k-1)(k+1)-6(k-1)}{-3(k-1)(k-2)} + 1\frac{1}{3}k \right| \leq 2.$$

Wyłączmy przed nawias $k-1$, stąd

$$\left| \frac{(k-1)[k(k+1)-6]}{-3(k-1)(k-2)} + 1\frac{1}{3}k \right| \leq 2,$$

$$\left| \frac{(k-1)(k^2+k-6)}{-3(k-1)(k-2)} + 1\frac{1}{3}k \right| \leq 2,$$

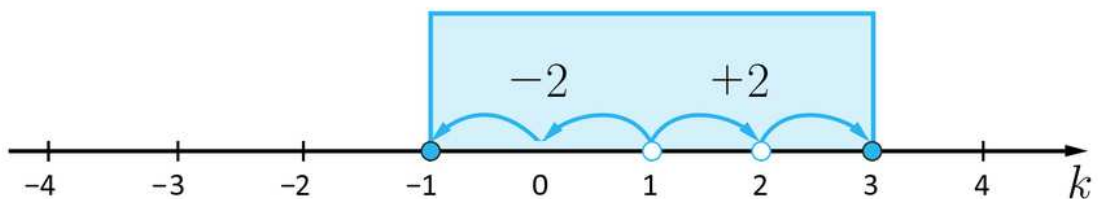
$$\left| \frac{(k-1)(k-2)(k+3)}{-3(k-1)(k-2)} + 1\frac{1}{3}k \right| \leq 2,$$

Po skróceniu ułamka algebraicznego otrzymujemy

$$\left| \frac{k+3}{-3} + 1\frac{1}{3}k \right| \leq 2,$$

$$\left| -\frac{1}{3}k - 1 + 1\frac{1}{3}k \right| \leq 2,$$

$$|k - 1| \leq 2.$$



Odpowiedź: Najmniejszą liczbą całkowitą, która spełnia nierówność

$$\left| \frac{k^3-7k+6}{-3k^2+9k-6} + 1\frac{1}{3}k \right| \leq 2 \text{ jest liczba } (-1).$$

Słownik

dziedzina nierówności wymiernej

dziedziną nierówności wymiernej są wszystkie liczby rzeczywiste za wyjątkiem pierwiastków wielomianu $W_2(x)$ znajdującego się w mianowniku danego wyrażenia

$$\frac{W_1(x)}{W_2(x)}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{x : W_2(x) = 0\}$$

pierwiastek wielomianu

pierwiastkiem wielomianu $W(x)$ nazywamy liczbę rzeczywistą a , dla której $W(a) = 0$

Galeria zdjęć interaktywnych

Polecenie 1

Zapoznaj się z przykładem przedstawionym w galerii zdjęć interaktywnych, a następnie wykonaj polecenie 2 i 3.

Polecenie 2

Oblicz największą liczbę naturalną k spełniającą nierówność $\left| \frac{2k^5+3k^3-16k^2-24}{(k^2+2k+4)(2k^2+3)} - \frac{1}{k} \right| \leq 2$.

Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek, jedności liczby $2 + k^4$:

Polecenie 3

Suma liczb naturalnych spełniających nierówność $\frac{10x^3+15x^2+8x+12}{5x^4+9x^2+4} \geq \frac{1}{20}$ wynosi:

☐ 820

☐ 800

☐ 861

☐ 378

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Dziedzinę funkcji $f(x) = \sqrt{\frac{10x^3 - 15x^2 + 8x - 12}{x^5 + x^3 - x^2 - 1}}$ jest zbiór

☐ $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

☐ $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

☐ $x \in (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

☐ $x \in (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

Ćwiczenie 2



Wskaż liczby należące do zbioru rozwiązań nierówności $\frac{x^3 - 3x^2 + 9x - 27}{x^5 - x^3 + x^2 - 1} > \frac{1}{x^2 - 1}$.

☐ -1

☐ 1

☐ 0

☐ -3

Ćwiczenie 3



Suma wszystkich całkowitych rozwiązań nierówności $\frac{x^3-3x}{9x^3-4x^2-27x+12} < \frac{5}{9x-4}$ wynosi:

☐ 15

☐ 10

☐ 0

☐ 5

Ćwiczenie 4



Uzupełnij luki odpowiednimi liczbami z podanych poniżej.

Które liczby z podanych poniżej są liczbami pierwszymi spełniającymi nierówność

$$\frac{x^3-43x-42}{x^3-7x^2+2x-14} \geq 1?$$

Odpowiedź: ; ; .

3

0

2

1

7

13

Ćwiczenie 5



Połącz w pary nierówność wymierną z jej zbiorem rozwiązań.

$$\frac{x^2(x+1)+6x(x+1)+9(x+1)}{(x-3)(x-2)^2} \geq 0$$

$$x \in \langle -3, 1 \rangle \cup (3; +\infty)$$

$$\frac{x^3-x^2-9x+9}{x^2-6x+9} \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -3 \rangle \cup \langle 1; 3)$$

$$\frac{x^2+2x-3}{x^3-3x^2+x-3} \leq 0$$

$$x \in (-\infty; -1 \rangle \cup (3; +\infty)$$

Ćwiczenie 6



Liczba k jest najmniejszą liczbą całkowitą, która spełnia nierówność $\frac{x^3-x^2-5x+5}{x^2-3x+2} \geq \frac{6(x-1)}{x}$.

Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności liczby $123 \cdot k$: .

Ćwiczenie 7



Dana jest funkcja $f(x) = \frac{-2x+4}{x^3+x^2-2x-8}$. Rozwiąż nierówność $|f(x) + 1| > \frac{1}{2}$.

Ćwiczenie 8



Funkcje m i n określone są wzorami: $m(x) = \frac{x^3-3x^2-x+3}{x^3-3x^2}$, $n(x) = \left|\frac{1}{x}\right|$. Wyznacz te argumenty, dla których funkcja m przyjmuje wartości nie większe niż funkcja n .

Dla nauczyciela

Autor: Monika Dudek

Przedmiot: Matematyka

Temat: Nierówność wymierna, której licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej metodą grupowania wyrazów

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

2) rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż

$$\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}.$$

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii;
- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozwiązuje nierówności wymierne, w których licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej metodą grupowania wyrazów;
- rozwiązuje nierówności wymierne z wartością bezwzględną.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm.

Metody i techniki nauczania:

- stoliki zadaniowe;

- dyskusja.

Forma paracy:

- praca w grupach;
- praca indywidualna.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

- Uczniowie przed lekcją przypominają sobie rozkład wielomianu na czynniki metodą grupowania wyrazów.
- Uczniowie zapoznają się z materiałem z sekcji „Przeczytaj” oraz z galerią zdjęć interaktywnych.

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje uczniom temat – „Nierówność wymierna, której licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej metodą grupowania wyrazów”, wskazuje cele zajęć oraz ustala z nimi kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel dzieli uczniów na 3-osobowe lub 4-osobowe grupy. Uczniowie pracują metodą stolików zadaniowych.
2. Na pierwszym stoliku znajdują się proste nierówności wymierne, w których licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej metodą grupowania wyrazów. Drugi stolik zawiera nierówności wymierne z wartością bezwzględną. Trzeci stolik zawiera nierówności wymierne o bardziej złożonym charakterze.
3. Uczniowie rozwiązują zadania w grupach. Po wykonaniu wszystkich zadań uczniowie sprawdzają poprawność zadań z przedstawionym rozwiązaniem.
4. Grupa, która poprawnie rozwiąże zadania jako pierwsza, wygrywa, a nauczyciel może nagrodzić uczniów ocenami za aktywność. Rozwiązania są prezentowane na forum klasy i omawiane krok po kroku.
5. Uczniowie indywidualnie rozwiązują ćwiczenia 3, 6 z sekcji „Sprawdź się”. Po ich wykonaniu nauczyciel omawia najlepsze rozwiązania zastosowane przez uczniów.

Faza podsumowująca:

- Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.
- Nauczyciel ponownie odczytuje temat lekcji i inicjuje krótką rozmowę na temat zrealizowanych celów.

Praca domowa:

- Uczniowie rozwiązują ćwiczenia 7, 8 z sekcji „Sprawdź się”.

Materiały pomocnicze:

- [Rozwiązywanie nierówności wymiernych](#)
- [Graficzne rozwiązywanie nierówności wymiernych](#)

Wskazówki metodyczne:

Nauczyciel może wykorzystać „Galerię zdjęć interaktywnych” do pracy przed lekcją lub jako wprowadzenie do lekcji.

Galeria może też być pomocna w realizacji zagadnień związanych z wyrażeniami wymiernymi.