



Funkcja potęgowa

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Galeria zdjęć interaktywnych](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Źródło: 132369, dostępny w internecie: www.pixabay.com.

Nazwa funkcji potęgowej może sugerować, że niewiadomej x należałoby szukać w „wykładniku potęgi”. Jeśli jednak x jest w wykładniku potęgi, to funkcja postaci $f(x) = a^x$ ($a > 0$ i $a \neq 1$) nazywana jest funkcją wykładniczą, a zatem funkcja potęgowa będzie zawierała niewiadomą x w podstawie potęgi.

W tym materiale uporządkujemy znane oraz poznany nowe informacje o funkcji potęgowej.

Twoje cele

- Zapiszesz wzór funkcji potęgowej o podanym wykładniku oraz określisz jej dziedzinę i zbiór wartości.
- Obliczysz wartość funkcji potęgowej dla podanego argumentu.
- Wyznaczysz argument, dla którego funkcja potęgowa przyjmuje podaną wartość.

Przeczytaj

Funkcję postaci $f(x) = x^m$, gdzie $m \in \mathbb{R}$ nazywamy funkcją potęgową.

Typ wykresu, a w związku z tym dziedzina oraz zbiór wartości tej funkcji zależą od wartości wykładnika m we wzorze funkcji. Sprawdźmy, jakie funkcje otrzymujemy wraz ze zmianą wykładnika m .

Przykład 1

Ustalimy wzór i wykres **funkcji potęgowej** dla wybranych wykładników $m \in \mathbb{N}$.

Rozwiązanie

a) $m = 0$

Otrzymaliśmy wzór funkcji $f(x) = x^0$, czyli $f(x) = 1$, dla $x \neq 0$. Jest to funkcja, której wykres jest równoległy do osi X (bez jednego punktu).

Zatem $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, a $ZW_f = \{1\}$.

b) $m = 1$

Otrzymaliśmy wzór funkcji $f(x) = x$, jest to przykład funkcji liniowej. Wykresem tej funkcji jest prosta, która jest dwusieczną I i III ćwiartki układu współrzędnych.

Zatem $D = \mathbb{R}$, a $ZW_f = \mathbb{R}$.

c) $m = 2$

Otrzymaliśmy wzór funkcji $f(x) = x^2$, jest to przykład funkcji kwadratowej. Wykresem tej funkcji jest parabola o wierzchołku w punkcie o współrzędnych $(0, 0)$.

Zatem $D = \mathbb{R}$, a $ZW = \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$.

d) $m = 3$

Otrzymaliśmy wzór funkcji $f(x) = x^3$, tym razem mamy przykład jednomianu 3-go stopnia. Wykresem tej funkcji jest krzywa, przechodząca przez punkt $(0, 0)$.

Zatem $D = \mathbb{R}$, a $ZW = \mathbb{R}$

Przykład 2

Ustalimy wzór i wykres funkcji potęgowej dla wybranych wykładników $m \in \mathbb{Z}$.

Rozwiązanie

a) $m = -1$

Otrzymaliśmy wzór funkcji $f(x) = x^{-1}$. Jest to przykład funkcji wymiernej. Wykresem tej funkcji jest hiperbola.

Zatem $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, a $ZW_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

b) $m = -2$

Otrzymaliśmy wzór funkcji $f(x) = x^{-2}$. Wykresem tej funkcji są 2 krzywe położone w I i II ćwiartce układu współrzędnych, symetryczne względem osi Y , a każda z nich ma kształt gałęzi hiperboli.

Zatem $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, a $ZW_f = \mathbb{R}_+$.

Przykład 3

Obliczymy wartość funkcji potęgowej $f(x) = x^{-\frac{2}{3}}$ dla argumentu $x = \frac{125}{64}$.

Rozwiązanie

Do wzoru funkcji w miejsce argumentu x należy podstawić wskazaną liczbę, czyli

$$f\left(\frac{125}{64}\right) = \left(\frac{125}{64}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left[\left(\frac{5}{4}\right)^3\right]^{\frac{-2}{3}} = \left(\frac{5}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}.$$

Przykład 4

Wyznamy argument, dla którego funkcja $f(x) = x^{\frac{4}{3}}$ przyjmuje wartość $3\sqrt[3]{3}$.

Rozwiązanie

W miejsce $f(x)$ należy podstawić wskazaną wartość, tworząc równanie:

$$x^{\frac{4}{3}} = 3\sqrt[3]{3}, \text{ zapisujemy liczbę po prawej stronie równania jako potęgę liczby } 3, \text{ zatem} \\ x^{\frac{4}{3}} = 3^{\frac{4}{3}}, \text{ czyli } x = 3.$$

Słownik

funkcja potęgowa

funkcja postaci $f(x) = x^m$, gdzie $m \in \mathbb{R}$

Galeria zdjęć interaktywnych

Polecenie 1

Oglądając galerię zdjęć interaktywnych, próbuj najpierw samodzielnie rozwiązywać zamieszczone tam zdania, a następnie porównaj swoje rozwiązanie z przedstawionym.

The image shows a digital gallery of two identical interactive photos. Each photo is a white rectangular sticky note with a green paperclip in the top-left corner, set against a background of colorful geometric triangles. The text on each note is as follows:

PRZYKŁAD 1

Dana jest funkcja $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$.
Oblicz wartość wyrażenia $w = 3\sqrt{3} \cdot f(\sqrt{x})$ dla $x = 3$.

~ ~ ~

1

Below the text on each note is a horizontal pink bar, likely a placeholder for a solution or answer.

1. {audio} Przykład 1

Polecenie 2

Wzorując się na przedstawionym w galerii zdjęć interaktywnych rozumowaniu rozwiąż następujące zadanie:

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = 4 \cdot x^{\frac{2}{3}}$. Oblicz wartość wyrażenia:
 $w = 2\sqrt{2} \cdot f(2x)$ dla $x = \sqrt{2}$.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Wybierz wzory funkcji, które **nie** określają funkcji potęgowej.

Zaznacz wszystkie prawidłowe odpowiedzi.



☐ $f(x) = x^{-5\sqrt{3}+1}$

☐ $f(x) = x^{\frac{1}{2x}}$

☐ $f(x) = x^6$

☐ $f(x) = x^{2x} - 1$

☐ $f(x) = x^{7\sqrt{5}}$

☐ $f(x) = 2x$

Ćwiczenie 2



Do wzoru funkcji dopasuj poprzez przeciąganie jej dziedzinę.

$$f(x) = x, f(x) = x^{-2}, f(x) = \sqrt[4]{x}, f(x) = x^{-3}, f(x) = \sqrt[3]{x}, D = \mathbb{R} \cup 0$$

funkcja	dziedzina	
$f(x) = x$		
$f(x) = x^{-2}$		
$f(x) = \sqrt[4]{x}$		
$f(x) = x^{-3}$		
$f(x) = \sqrt[3]{x}$		

Ćwiczenie 3



Do wzoru funkcji dopasuj poprzez przeciąganie jej zbiór wartości.

$f(x) = x^0$, $f(x) = x^{-2}$, $f(x) = \sqrt[4]{x}$, $f(x) = x^{-3}$, $f(x) = x^5$, $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $ZW = \mathbb{R} \setminus 0$, $ZW = \mathbb{R} \cup 0$

funkcja		zbiór wartości
$f(x) = x^0$		
$f(x) = x^{-2}$		
$f(x) = \sqrt[4]{x}$		
$f(x) = x^{-3}$		
$f(x) = x^5$		
$f(x) = \sqrt[3]{x}$		

Ćwiczenie 4



Zaznacz prawidłową odpowiedź. Dana jest funkcja $f(x) = 5 \cdot x^{-2}$. Wartość wyrażenia $w = 3 \cdot f(1) \cdot f(2)$ dla:

☐ $w \in (0; 5)$.

☐ $w \in (5; 10)$.

☐ $w = 30$.

☐ $w \in (15; 20)$.

Ćwiczenie 5



Zaznacz prawidłową odpowiedź. Dana jest funkcja $f(x) = x^{-\frac{7}{2}}$. Wartość wyrażenia: $5\sqrt{5} \cdot f(\sqrt[3]{x})$ dla $x = 5$ wynosi:

☐ $\sqrt[3]{5}$

☐ $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$

☐ $\frac{1}{\sqrt{5}}$

☐ $\sqrt{5}$

Ćwiczenie 6



Prawidłowym rozwiązaniem równania $x^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{8}$, $x \in \mathbb{R}_+$ jest $x = 16$. Zaznacz, czy to zdanie jest prawdziwe czy fałszywe.

☐ Fałsz

☐ Prawda

Ćwiczenie 7



Zaznacz prawidłową odpowiedź. Dana jest funkcja $f(x) = x^m$. Wskaż, jaka jest wartość wykładnika m , dla której $f(5) = \frac{(0,2)^3}{\sqrt[4]{25^{-3}}}$.

☐ $m = -\frac{2}{3}$

☐ $m = \frac{3}{2}$

☐ $m = -\frac{3}{2}$

☐ $m = \frac{2}{3}$

Ćwiczenie 8



Wykaż, że jeśli $A = 3^{4\sqrt{2}+2}$, $B = 3^{2\sqrt{2}+3}$, to $B = 9\sqrt{A}$.

Dla nauczyciela

Autor: Hanna Mąka

Przedmiot: Matematyka

Temat: Funkcja potęgowa

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

V. Funkcje

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
- 3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- zapisuje wzór funkcji potęgowej o podanym wykładniku,
- określa dziedzinę i zbiór wartości wybranych funkcji potęgowych,
- oblicza wartość funkcji potęgowej dla podanego argumentu,
- wyznacza argument, dla którego funkcja potęgowa przyjmuje podaną wartość,
- uzasadnia/sprawdza prawdziwość równości lub nierówności dotyczących wartości funkcji potęgowej.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

- konektywizm

Metody i techniki nauczania:

- śnieżna kula;
- technika świateł drogowych;
- technika niedokończonych zdań;

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w parach;
- praca w grupach
- praca całego zespołu

Środki dydaktyczne:

- komputery z dostępem do internetu,
- projektor multimedialny,
- kolorowe kartki lub metodniki

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

Uczniowie przed lekcją przypominają sobie zasady działań na potęgach o wykładnikach rzeczywistych. Można im polecić materiały pomocnicze.

Faza wstępna:

1. Nauczyciel przedstawia uczniom temat – „Funkcja potęgowa”, wskazuje cel zajęć oraz ustala z nimi kryteria sukcesu lub sam je przedstawia (formuluje je w „języku uczniów” na podstawie celów operacyjnych)
2. Nauczyciel prosi uczniów, aby pracując w parach zastanowili się, jak będzie wyglądał wzór funkcji potęgowej, mogą podać konkretne przykłady wzorów.
3. Nauczyciel zbiera propozycje uczniów, np. losując uczniów do odpowiedzi. Wspólnie z uczniami ustala definicję funkcji potęgowej.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie w parach zapoznają się z informacjami podanymi w sekcji Przeczytaj. Analizują przedstawione przykłady i notują pytania dla sąsiedniej pary. Na kartkach zapisują 3-4 pytania dotyczących przeczytanego materiału (pytania dotyczą tego, co budzi ich wątpliwości). Następnie sąsiednie pary wymieniają się nawzajem kartkami z pytaniami i przygotowują odpowiedzi (ustnie, a w razie potrzeby pisemnie). Pary tworzą „czwórki” i nawzajem odpowiadają na pytania. Nauczyciel wyjaśnia ewentualne

wątpliwości, zadaje pytania o to, czy w grupach pojawiły się pytania, na które nie znaleziono odpowiedzi.

2. Nauczyciel monitoruje realizację celu lekcji poprzez odniesienie się do konkretnych kryteriów sukcesu. Warto w tym miejscu odnieść konkretne kryteria sukcesu/umiejętności do analizowanych przykładów. Przykładowe pytanie: jaką umiejętność kształtujemy w przykładzie 4?
3. Uczniowie pracując w parach (wskazane inne pary niż w pkt 1) analizują materiał przedstawiony w sekcji „Galeria zdjęć interaktywnych”.
4. Nauczyciel monitoruje poziom zrozumienia i wykonania poleceń 1-3. Może w tym celu wykorzystać technikę świateł drogowych. (Kartki z trzema kolorami: zielony – rozumiem, żółty – mam wątpliwości, czerwone – nic nie rozumiem). Wyjaśnia ewentualne wątpliwości, które zgłaszają uczniowie.
5. Uczniowie wykonują w grupach 4- osobowych zad 5, 6, 8 z sekcji „Sprawdź się”. Nauczyciel monitoruje poprawność wykonanych zadań, wyjaśnia wątpliwości, omawia je wraz z uczniami. W razie potrzeby przerywa pracę grup i na forum klasy wyjaśnia wątpliwości. Nauczyciel wykorzystuje światła drogowe („Metodniki”) do monitorowania pracy w grupach: zielone – skończyliśmy, żółte – pracujemy, czerwone – potrzebujemy pomocy. Grupie, która skończy wcześniej pracę – poleca rozwiązanie zadania 7

Faza podsumowująca:

1. Na koniec zajęć nauczyciel odnosi przypomina uczniom cel lekcji i kryteria sukcesu. Prosi uczniów o dokończenie w rundzie bez przymusu jednego ze zdań:
 - Na dzisiejszej lekcji nauczyłem/am się ...
 - Na dzisiejszej lekcji trudne było ...
 - Na dzisiejszej lekcji zaskoczyło mnie ...
2. Zadanie pracy domowej.

Praca domowa:

Ćwiczenia 1-4, 7 z sekcji „Sprawdź się”.

Materiały pomocnicze:

- [Działania na potęgach](#)
- [Działania na potęgach](#)
- [Potęga o wykładniku wymiernym](#)
- [Potęga o wykładniku rzeczywistym](#)

Wskazówki metodyczne:

Nauczyciel może wykorzystać materiały z sekcji „Galeria zdjęć interaktywnych” do pracy metodą lekcji odwróconej. Uczniowie przypominają sobie zasady działań na potęgach o wykładnikach rzeczywistych, analizują przykłady i wykonują polecenia w domu. Na lekcji pracują w parach i zadają pytania do sekcji Przeczytaj (pkt nr 1 scenariusza), a następnie w parach lub grupach rozwiązują zadania z sekcji „Sprawdź się”. Nauczyciel monitoruje pracę grup, zwraca uwagę na świadome uczenie się, czyli monitorowanie realizacji celu lekcji i kryteriów sukcesu. Galerię zdjęć interaktywnych można wykorzystać w lekcjach poświęconym obliczaniom wartości wyrażeń algebraicznych.