



Wykonywanie obliczeń procentowych w przypadku wielokrotnych podwyżek lub obniżek cen

Materiał zawiera omówienie sposobów wyznaczania ceny po wielokrotnych obniżkach lub podwyżkach procentowych.



Wykonywanie obliczeń procentowych w przypadku wielokrotnych podwyżek lub obniżek cen

Źródło: dostępny w internecie: Pexels.com, licencja: CC BY 3.0.

Nazwa procent pochodzi od łacińskiego „pro centrum”, czyli „na sto”. Nie jest wyjaśnione pochodzenie symbolu procentu. W języku polskim słowo procent pojawiło się w pierwszej połowie XIX wieku, zapożyczone z języka niemieckiego „prozent”.

Z obliczeniami procentowymi mamy do czynienia nie tylko w banku, ale na przykład w sklepie, kupując towary w okresie wyprzedaży. Zatem umiejętność wykonywania obliczeń procentowych jest bardzo pomocna w szacowaniu wartości kwoty, którą należy zapłacić.



Źródło: Grafiki na podstawie: Pexels.com, licencja: CC BY 3.0.

W tym materiale omówimy, jak można szybko obliczyć kwotę do zapłaty, gdy cena danego towaru została wielokrotnie podwyższona lub obniżona o dany **procent**.

1. [Interaktywna treść merytoryczna](#)
2. [Animacja](#)
3. [Zestaw ćwiczeń interaktywnych](#)
4. [Słownik](#)

Do osiągnięcia celów lekcji wykorzystasz:

- pojęcie procentu,
- sposoby obliczania procentu danej liczby,
- metody wyznaczania liczby, gdy dany jest jej procent.

Twoje cele

- Wykonasz obliczenia procentowe.
- Zastosujesz obliczenia procentowe w zadaniach z życia codziennego.
- Dobierzesz model matematyczny do rozwiązania problemu z kontekstem realistycznym.

Definicja: procent

Jeden procent danej wielkości to $\frac{1}{100}$ tej wielkości.

Jeden procent oznaczamy 1%.

Ważne!

$p\%$ danej wielkości to $\frac{p}{100}$ tej wielkości.

Często w sklepach zauważmy informacje o **rabatach** (obniżkach), bądź podwyżkach cen towarów. Wobec tego bardzo przydatna jest umiejętność obliczania ceny towaru po zmianie.

Przykład 1

Komputer kosztował 3600 zł. W listopadzie jego cenę obniżono o 10%, a następnie w grudniu jeszcze o 15%. Obliczymy cenę komputera po obniżkach.



Źródło: Grafika na podstawie: Pexels.com, licencja: CC BY 3.0.

Rozwiązanie:

I sposób:

Obniżka ceny o 10% oznacza, że nowa cena stanowi $100\% - 10\% = 90\%$ początkowej ceny.

Należy więc obliczyć 90% liczby 3600.

Obliczamy cenę komputera po pierwszej obniżce:

$$0,9 \cdot 3600 \text{ zł} = 3240 \text{ zł}$$

Następnie obniżka ceny o 15% oznacza, że nowa cena stanowi $100\% - 15\% = 85\%$ poprzedniej ceny.

Należy więc obliczyć 85% liczby 3240.

Obliczamy cenę komputera po drugiej obniżce:

$$0,85 \cdot 3240 \text{ zł} = 2754 \text{ zł}$$

II sposób:

Cena komputera po obniżce jest równa różnicy ceny przed obniżką i kwoty obniżki początkowej ceny.

Obliczamy kwotę pierwszej obniżki:

$$0,1 \cdot 3600 \text{ zł} = 360 \text{ zł}$$

Obliczamy cenę komputera po pierwszej obniżce:

$$3600 \text{ zł} - 360 \text{ zł} = 3240 \text{ zł}$$

Następnie obliczamy kwotę drugiej obniżki:

$$0,15 \cdot 3240 \text{ zł} = 486 \text{ zł}$$

Obliczamy cenę komputera po drugiej obniżce:

$$3240 \text{ zł} - 486 \text{ zł} = 2754 \text{ zł}$$

Zatem komputer po dwóch obniżkach kosztuje 2754 zł.

Przykład 2

Cena ulgowego biletu do kina po podwyżce o 12% jest równa 22,40 zł. Obliczmy, o ile różniłaby się cena tego biletu, gdyby podniesiono ją najpierw o 2%, a następnie o 10%.

Rozwiązanie:

Niech x będzie ceną biletu przed podwyżką.

Podwyżka ceny biletu o 12% oznacza, że nowa cena stanowi $100\% + 12\% = 112\%$ ceny początkowej.

Do wyznaczenia ceny po podwyżce należy więc obliczyć 112% liczby x .

Obliczamy cenę biletu po podwyżce:

$$1,12 \cdot x \text{ zł} = 1,12x \text{ zł}$$

Ponieważ cena biletu ulgowego po podwyżce wynosi 22,40 zł, zatem do wyznaczenia wartości x rozwiązujemy równanie:

$$1,12x = 22,40$$

Wobec tego $x = 20$.

Obliczamy kwotę pierwszej podwyżki:

$$0,02 \cdot 20 \text{ zł} = 0,40 \text{ zł}$$

Obliczamy cenę biletu po pierwszej podwyżce:

$$20 \text{ zł} + 0,40 \text{ zł} = 20,40 \text{ zł}$$

Następnie obliczamy kwotę drugiej podwyżki:

$$0,10 \cdot 20,40 \text{ zł} = 2,04 \text{ zł}$$

Obliczamy cenę biletu po drugiej podwyżce:

$$20,40 \text{ zł} + 2,04 \text{ zł} = 22,44 \text{ zł}$$

Obliczamy różnicę cen biletów:

$$22,44 \text{ zł} - 22,40 \text{ zł} = 0,04 \text{ zł}$$

Zatem przy dwukrotnej podwyżce bilet ulgowy do kina byłby droższy o 0,04 zł.

Przykład 3

Cenę towaru wynoszącą 450 zł obniżono o 20%, a następnie podwyższono o 20%.

Obliczmy, o ile procent nowa cena różni się od ceny początkowej.

Rozwiązanie:

I. Obniżka ceny towaru o 20%.

Obliczamy kwotę obniżki:

$$0,20 \cdot 450 \text{ zł} = 90 \text{ zł}$$

Obliczamy cenę towaru po obniżce:

$$450 \text{ zł} - 90 \text{ zł} = 360 \text{ zł}$$

II Podwyżka ceny towaru o 20%.

Obliczamy kwotę podwyżki:

$$0,20 \cdot 360 \text{ zł} = 72 \text{ zł}$$

Obliczamy cenę towaru po podwyżce:

$$360 \text{ zł} + 72 \text{ zł} = 432 \text{ zł}$$

Obliczamy różnicę ceny początkowej i ceny końcowej:

$$450 \text{ zł} - 432 \text{ zł} = 18 \text{ zł}$$

Obliczamy, o ile procent zmieniła się cena w stosunku do ceny początkowej:

$$\frac{18}{450} \cdot 100\% = 4\%$$

Zatem nowa cena jest niższa od ceny początkowej o 4%.

Wykonywanie złożonych obliczeń procentowych możemy też wykorzystać do wyznaczania wartości kapitału złożonego na lokatę bankową na dłuższy okres.

Przykład 4

Pan Adam wpłacił do banku kwotę 50000 zł na lokatę z oprocentowaniem 3% w skali roku, przy rocznej **kapitalizacji** odsetek. Obliczymy, jaką kwotę otrzymał pan Adam, jeżeli czas trwania lokaty wynosił 2 lata.



Źródło: Grafika na podstawie: Pixabay.com, licencja: CC BY 3.0.

Rozwiązanie:

Oprocentowanie lokaty 3% w skali roku oznacza, że po roku otrzymamy

$$100\% + 3\% = 103\% \text{ wpłaconego kapitału.}$$

Należy więc obliczyć 103% liczby 50000.

Obliczamy wysokość kapitału po pierwszym roku:

$$1,03 \cdot 50000 \text{ zł} = 51500 \text{ zł}$$

Następnie złożenie kapitału na 3% w skali roku oznacza, że po tym roku otrzymamy

$$100\% + 3\% = 103\% \text{ poprzedniego kapitału.}$$

Należy więc obliczyć 103% liczby 51500.

Obliczamy wysokość kapitału po drugim roku:

$$1,03 \cdot 51500 \text{ zł} = 53045 \text{ zł}$$

Zatem po dwóch latach trwania lokaty pan Adam otrzyma 53045 zł.

Przykład 5

Po dwukrotnej podwyżce, najpierw o 5%, a następnie o 6% pani Magdalena zarabia 4674,60 zł. Obliczmy, ile zarabiała przed podwyżkami.

Rozwiązanie:

Niech x (w zł) będzie wysokością pensji pani Magdaleny przed podwyżkami.

Podwyżka pensji o 5% oznacza, że nowa płaca stanowi $100\% + 5\% = 105\%$ początkowej płacy.

Należy więc obliczyć 105% liczby x .

Obliczamy wysokość pensji po pierwszej podwyżce:

$$1,05 \cdot x \text{ zł} = 1,05x \text{ zł}$$

Następnie podwyżka pensji o 6% oznacza, że nowa płaca stanowi $100\% + 6\% = 106\%$ poprzedniej płacy.

Należy więc obliczyć 106% liczby $1,05x$.

Obliczamy wysokość pensji po drugiej podwyżce:

$$1,06 \cdot 1,05x \text{ zł} = 1,113x \text{ zł}$$

Otrzymana płaca jest równa 4674,60 zł, zatem do wyznaczenia wartości x rozwiązujemy równanie:

$$1,113x = 4674,60$$

Po podzieleniu obu stron tego równania przez 1,113 otrzymujemy, że $x = 4200$.

Wobec tego pani Magdalena przed podwyżkami zarabiała 4200 zł.

Przykład 6

Sprawdźmy, czy dwukrotna obniżka ceny pewnego towaru o 15% a następnie podwyżka otrzymanej ceny o 30% powoduje, że otrzymujemy cenę początkową.

Rozwiązanie:

Niech x będzie ceną początkową towaru w zł.

Obniżka ceny towaru o 15% oznacza, że nowa cena stanowi $100\% - 15\% = 85\%$ początkowej ceny.

Należy więc obliczyć 85% liczby x .

Obliczamy cenę towaru po pierwszej obniżce:

$$0,85 \cdot x \text{ zł} = 0,85x \text{ zł}$$

Następnie obniżka ceny o 15% oznacza, że nowa cena stanowi $100\% - 15\% = 85\%$ poprzedniej ceny.

Należy więc obliczyć 85% liczby $0,85x$.

Obliczamy cenę towaru po drugiej obniżce:

$$0,85 \cdot 0,85x \text{ zł} = 0,7225x \text{ zł}$$

Następnie podwyżka ceny o 30% oznacza, że nowa cena stanowi $100\% + 30\% = 130\%$ poprzedniej ceny.

Należy więc obliczyć 130% liczby $0,7225x$.

Obliczamy cenę towaru po podwyżce:

$$1,3 \cdot 0,7225x \text{ zł} = 0,93925x \text{ zł}$$

Zauważmy, że otrzymana cena nie jest równa cenie początkowej x zł, zatem w wyniku dwukrotnej obniżki, a następnie podwyżki nie otrzymamy ceny, która była na początku.

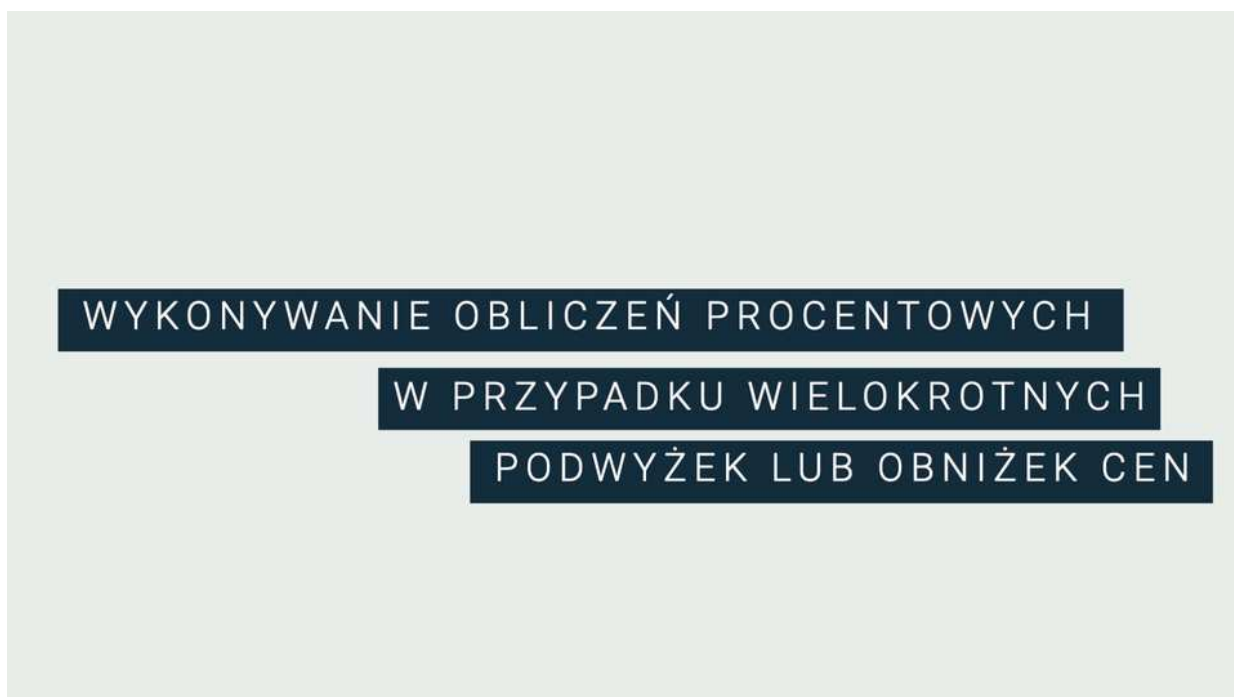
Notatki

Miejsce na notatki

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Zapoznaj się z animacją, a następnie wykonaj poniższe polecenia.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1achGC4N2gm3>

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Film nawiązujący do treści materiału

Polecenie 1

Cenę towaru najpierw obniżono o 20%, a następnie nową cenę podwyższono o 20%. Czy teraz cena towaru jest równa cenie początkowej? Dlaczego?

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 2

Cena wycieczki do Egiptu wynosi 2500 zł. Sprawdź, która oferta zakupu wycieczki jest bardziej korzystna:

I. Podwyżka ceny o 20%, a następnie obniżka o 12%.

II. Obniżka ceny o 12%, a następnie podwyżka o 20%.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 3

Cena laptopa wynosi 1800 zł. Oblicz cenę tego laptopa jeżeli:

- a. jego cenę podwyższono o 35%, a następnie obniżono o 15%
- b. jego cenę obniżono o 35%, a następnie podwyższono o 15%

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Zestaw ćwiczeń interaktywnych

Ćwiczenie 1

Zaznacz poprawną odpowiedź. Cenę miesięcznego karnetu na basen wynoszącą 120 zł obniżono najpierw o 10%, a następnie o 15%. Zatem:

- ☐ za każdym razem cenę obniżono o 12 zł
- ☐ cena końcowa jest taka sama, jak przy jednorazowej obniżce o 25%
- ☐ cena po dwóch obniżkach jest równa 91,80 zł

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Ćwiczenie 2

Połącz w pary. Niech p oznacza procent, o jaki obniżono cenę pewnego towaru, zaś k procent, o jaki należy podnieść obniżoną cenę, aby otrzymać cenę początkową.

$$p = 50\%$$

$$k = 25\%$$

$$p = 80\%$$

$$k = 100\%$$

$$p = 60\%$$

$$k = 150\%$$

$$p = 20\%$$

$$k = 400\%$$

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Ćwiczenie 3

Zaznacz zdania, które są prawdziwe.

☐ Dwukrotna obniżka ceny o 4% powoduje obniżenie ceny początkowej o 7,84%.

☐ Obniżka ceny o 20%, a następnie podwyżka o 25% powoduje wzrost ceny o 5%.

☐ Dwukrotna podwyżka ceny o 5% powoduje wzrost ceny początkowej o 10,25%.

☐ Podwyżka ceny o 4%, a następnie obniżka o 4% powoduje wzrost ceny początkowej o 0,16%.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Ćwiczenie 4

Uzupełnij tekst odpowiednimi liczbami.

Jeżeli cena biletu do teatru po dwukrotnej obniżce o 10% wynosi 48,60 zł, to cena przed obniżkami była równa zł.

Jeżeli cenę spodni wynoszącą 300 zł obniżono dwukrotnie o 20%, to cena po obniżkach wynosi zł.

Jeżeli cenę drukarki wynoszącą 400 zł podniesiono dwukrotnie o 20%, to cena po podwyżkach wynosi zł.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Ćwiczenie 5

Przeprowadzono badania dotyczące zmiany cen paliw na początku i na koniec dnia. Pogrupuj elementy zgodnie z podanym opisem.

Cena końcowa paliwa jest wyższa od ceny początkowej, gdy zostanie:

podwyższona o 20%, a następnie obniżona o 21%

obniżona o 20%, a następnie podwyższona o 26%

Cena końcowa paliwa jest niższa od ceny początkowej, gdy zostanie:

obniżona o 4%, a następnie podwyższona o 5%

podwyższona o 3%, a następnie obniżona o 3%

obniżona o 8%, a następnie podwyższona o 8%

podwyższona o 25%, a następnie obniżona o 19%

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Ćwiczenie 6

Szkoła językowa *ABC* podniosła cenę kursu języka angielskiego najpierw o 10%, a następnie o 6%, zaś szkoła językowa *SPEAK* wprowadziła jednorazową podwyżkę w wysokości 16%. Oblicz, w której szkole kurs językowy jest teraz tańszy, jeżeli przed podwyżką w każdej z nich kosztował 1400 zł.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Zaznacz zdanie, które jest prawdziwe.



- ☐ Podwyżka ceny o 50%, a następnie obniżka ceny o 50% powoduje wzrost ceny początkowej.
- ☐ Podwójna obniżka ceny o 20%, powoduje spadek ceny początkowej o 40%.
- ☐ Podwójna podwyżka ceny o 30% powoduje wzrost ceny początkowej o 69%.

Źródło: GroMar Sp. z o.o. Grafika na podstawie: Pexels.com, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Oblicz, o ile procent cena pewnego towaru jest niższa od ceny początkowej, jeżeli obniżono tę cenę najpierw o 5%, a następnie o 8%.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Słownik

procent

procent danej wielkości to $\frac{1}{100}$ tej wielkości

rabat

to kwotowa lub procentowa zniżka od ceny danego towaru; udzielana jest najczęściej klientom płacącym gotówką, kupującym duże ilości towaru

kapitalizacja odsetek

dodanie odsetek, które do końca danego okresu wypracował złożony kapitał

Bibliografia

Stewart I., (2022), *Po co nam matematyka*, Warszawa: Prószyński i S-ka.