



Zadania obliczeniowe oraz wyznaczanie wzoru funkcji na podstawie jej wykresu

Przedstawianie funkcji liniowej. Opisywanie funkcji liniowej. Określanie zależności pomiędzy wielkościami. Przyporządkowywanie wykresów do wzoru funkcji. Badanie czy dany punkt należy do wykresu funkcji. Zasób zawiera zadania, z których część zadań jest interaktywna, do zadań zamkniętych dołączono wyjaśnienia, rozwiązania.

Zadania obliczeniowe oraz wyznaczanie wzoru funkcji na podstawie jej wykresu

Ten materiał poświęcony jest zadaniom związanym z obliczaniem i wyznaczaniem wzoru funkcji na podstawie jej wykresu. Przed przystąpieniem do rozwiązywania ćwiczeń możesz przeanalizować przykłady zawarte w materiałach o tej samej tematyce:

- [Proporcjonalność prosta](#),
- [Przykłady zależności opisanych proporcjonalnością prostą](#),
- [Definicja funkcji liniowej](#).

Zadania obliczeniowe

Definicja: Proporcjonalność prosta

Dwie wielkości nazywamy wprost proporcjonalnymi, gdy wraz ze wzrostem jednej wartości, druga rośnie tyle samo razy. Działa to też w drugą stronę: gdy pierwsza wielkość maleje, to druga maleje tyle samo razy.

Ćwiczenie 1



Za trzy kostki masła trzeba zapłacić 12, 60 zł. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe, które wynikają z tej informacji.

☐ Za 1 kostkę zapłacimy 6, 30 zł.

☐ Za 6 kostek zapłacimy więcej niż 20 zł.

☐ Za 4 kostki zapłacimy 16, 80 zł.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



W poniższej tabeli prezentowane są wprost proporcjonalne wielkości x i y .

Funkcja liniowa

x :	$x_1 = 1$	$x_2 = 2$	x_3	$x_4 = 10$
y :	y_1	$y_2 = 3$	$y_3 = 9$	y_4

Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe, które wynikają z powyższych informacji.

☐ $y_4 = 15$

☐ $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}$

☐ $x_3 = 3$

☐ $y_1 = 2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Które spośród poniższych par wielkości są wprost proporcjonalne? Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ Bok trójkąta równobocznego i promień koła wpisanego w ten trójkąt.

☐ Obwód i średnica koła.

☐ Pole kwadratu i pole koła na nim opisanego.

☐ Krawędź sześcianu i jego objętość.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Samochód jedzie ze stałą prędkością $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe, które wynikają z tej informacji.

☐ W ciągu 30 minut przejedzie 30 km.

☐ W ciągu 10 minut przejedzie 7 km.

☐ W ciągu 5 minut przejedzie więcej niż 5 km.

☐ W ciągu 2 godzin przejedzie 140 km.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wyznaczanie wzoru funkcji na podstawie jej wykresu

Definicja: Funkcja liniowa

Funkcja liniowa to funkcja określona wzorem

$$f(x) = a \cdot x + b.$$

Ważne!

Wykresem funkcji liniowej zawsze jest pewna prosta.

Zapamiętaj!

Współczynnik a nazywamy współczynnikiem kierunkowym prostej, a b nazywamy jej współczynnikiem przesunięcia.

Do wyznaczenia wzoru funkcji liniowej przedstawionej na wykresie potrzebujemy współrzędnych dwóch punktów, które należą do tego wykresu. Następnie budujemy dwa równania, podstawiając do wzoru funkcji liniowej współrzędne obu punktów, i tworzymy z nich układ równań. Rozwiązaniem takiego układu są współczynniki a i b .

Jeżeli w treści zadania mamy podane jakieś dodatkowe informacje na temat jednego ze współczynników, to do wyznaczenia wzoru funkcji wystarczy nam jeden punkt.

Ćwiczenie 5



Zaznacz wszystkie poprawne zakończenia zdania. Wykres funkcji $f(x) = \sqrt{2}x + 2$

☐ przechodzi przez punkt $(\sqrt{2}, 4)$.

☐ przecina wykres funkcji $g(x) = -3x + 2$ w punkcie leżącym na osi Y .

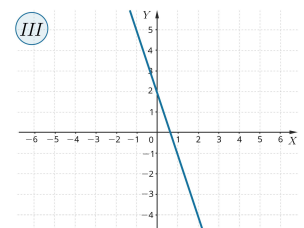
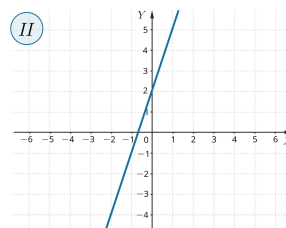
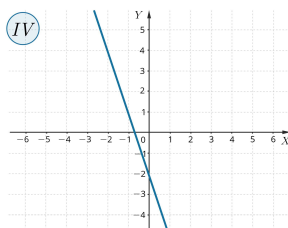
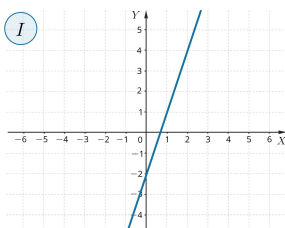
☐ jest równoległy do prostej o równaniu $y = 2$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Przyporządkuj podane wzory funkcji liniowych do odpowiednich wykresów.



$$y = -3x + 2$$

$$y = -3x - 2$$

$$y = 3x - 2$$

$$y = 3x + 2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Rozstrzygnij, czy punkty A , B , C leżą na wykresie tej samej funkcji liniowej. Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $A = (0, -1)$, $B = (-1, -3)$, $C = (-2, -5)$

☐ $A = (0, 1)$, $B = (1, 2)$, $C = (2, 4)$

☐ $A = (0, 1)$, $B = (1, 11)$, $C = (2, 21)$

☐ $A = (0, 2)$, $B = (20, 2)$, $C = (-20, 2)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Rozstrzygnij, czy podane punkty leżą na wykresie funkcji f określonej wzorem $f(x) = \sqrt{3}x$. Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $(-\sqrt{3}, -3)$

☐ $(-\sqrt{3}, 0)$

☐ $(-\sqrt{3}, 1)$

☐ $(-\sqrt{3}, -1)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Na wykresie funkcji $f(x) = ax$ leży punkt $A = (1, 3)$. Ile wynosi wtedy liczba $f(-2)$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ -9

☐ 0

☐ -3

☐ -6

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Zaznacz poprawne zakończenie zdania. Jeżeli za 3 takie same zeszyty w kratkę trzeba zapłacić w szkolnym sklepiku 7 zł 20 gr, to za 7 takich zeszytów zapłacimy:

☐ 16 zł 80 gr.

☐ 11 zł 20 gr.

☐ 24 zł.

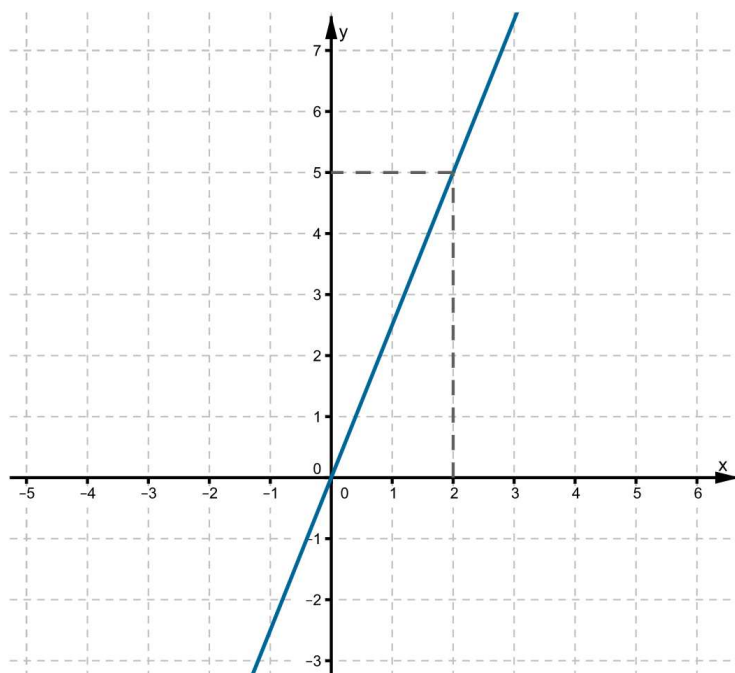
☐ 14 zł 20 gr.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Przedstawiona na rysunku prosta jest wykresem funkcji f .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Jakim wzorem określona jest ta funkcja? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $f(x) = \frac{5}{2}x$

☐ $f(x) = \frac{2}{5}x$

☐ $f(x) = 5x$

☐ $f(x) = 2x$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Który z poniższych punktów należy do wykresu funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = -2x + 3$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

☐ $(\frac{1}{2}, 2)$

☐ $(\frac{1}{2}, 3)$

☐ $(\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2})$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Wykres funkcji liniowej f przecina oś Y w punkcie $(0, -2)$ i przechodzi przez punkt $(-1, 3)$. Jakim wzorem określona jest ta funkcja? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $f(x) = -5x - 2$

☐ $f(x) = -3x - 2$

☐ $f(x) = 3x - 2$

☐ $f(x) = 5x - 2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Wykres funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = 2x$ przesunięto o 3 jednostki w prawo, wzdłuż osi X . Wykresem której funkcji g jest otrzymana prosta? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $g(x) = 2x - 6$

☐ $g(x) = 2x - 3$

☐ $g(x) = 2x + 6$

☐ $g(x) = 2x + 3$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Wyznacz liczbę m , dla której wykres funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = (m - 2)x + 3$ przecina oś X w punkcie $(-1, 0)$. Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $m = 3$

☐ $m = -3$

☐ $m = -2$

☐ $m = 5$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Uzupełnij tabelę, wiedząc, że x jest argumentem funkcji $f(x) = ax$, natomiast y odpowiadającą mu wartością. Aby zapisać ułamek, użyj prawego ukośnika.

x	-6	-3	-2	-1	0	1	2	3	6	15	33
y	10										

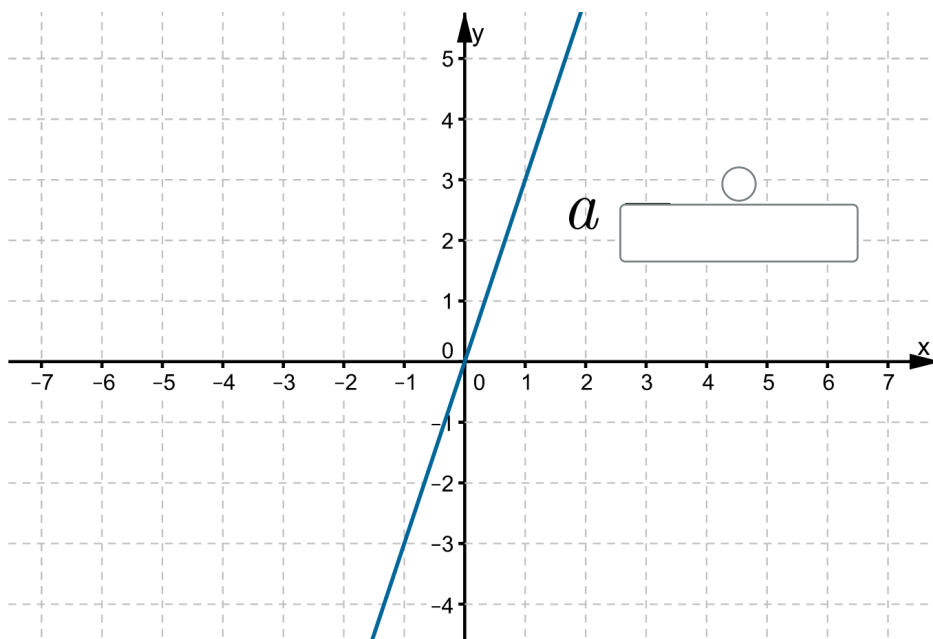
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



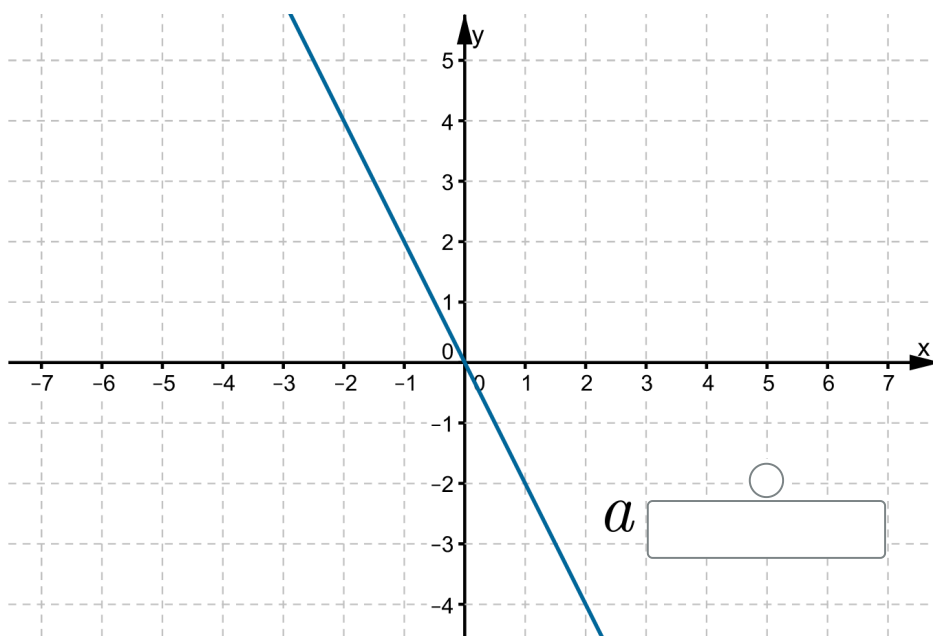
Każda z prostych prezentowanych na rysunkach określona jest równaniem $y = ax$. Wyznacz a , a następnie wpisz je w odpowiednie miejsca na grafikach. Ułamki wpisz w postaci dziesiętnej.

a)



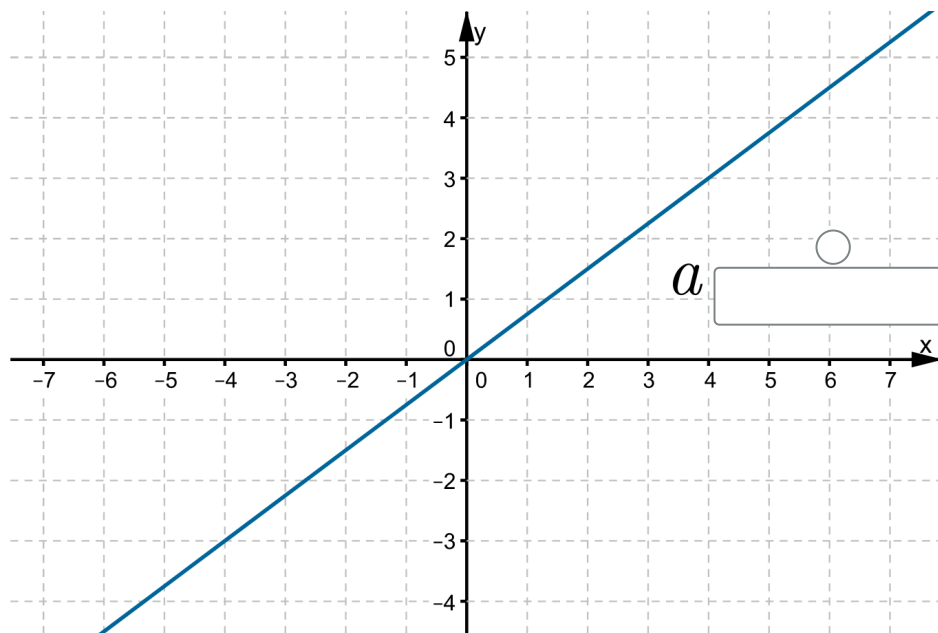
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

b)



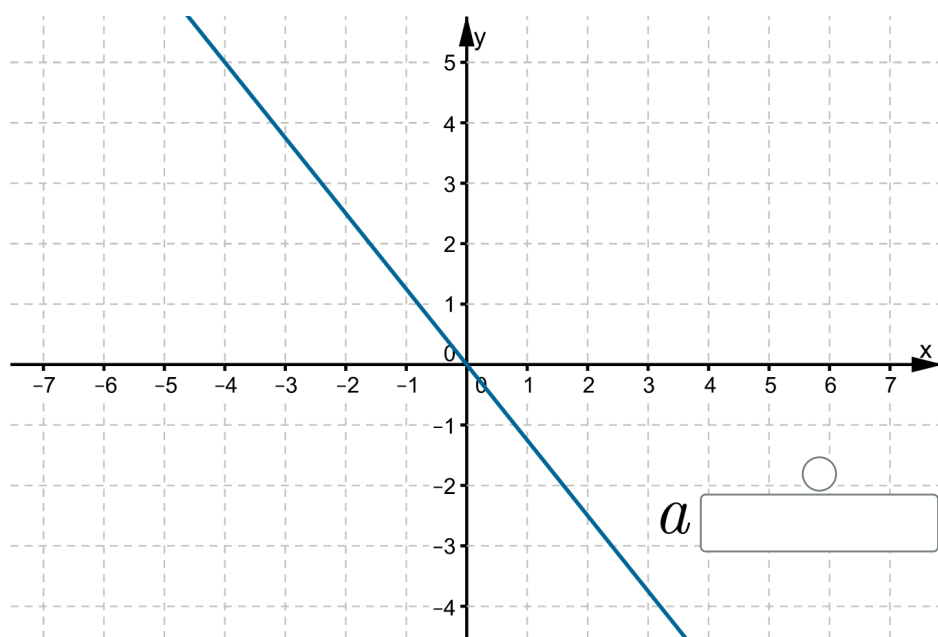
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

c)



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

d)



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Wykres funkcji $f(x) = -\frac{1}{3}x$ przesunięto o 3 jednostki w prawo, wzdłuż osi X . Podaj równanie otrzymanej prostej.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



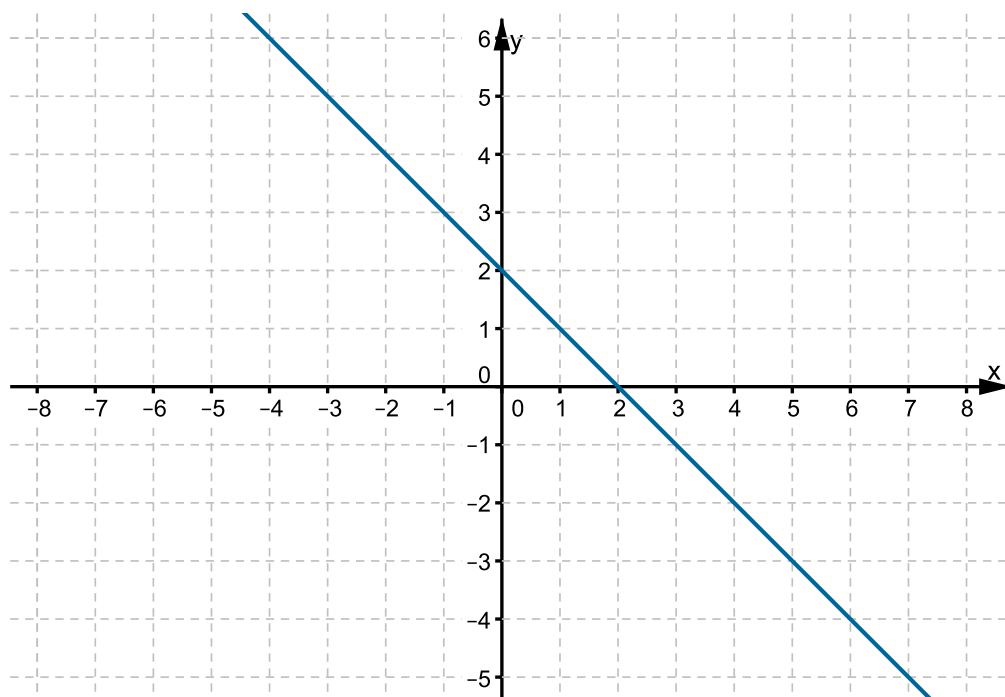
Wykres funkcji $f(x) = -\frac{1}{3}x$ przesunięto o 3 jednostki, wzdłuż osi Y . Podaj równanie otrzymanej prostej.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Na rysunku prezentowany jest wykres funkcji liniowej f .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij poniższą tabelę, wpisując w luki odpowiednie liczby.

x	$f(x)$
-4	
-3	
-2	
4	
5	
6	
7	

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21



Uzupełnij tabelę, wpisując w luki odpowiednie liczby wiedząc, że funkcja f jest liniowa.

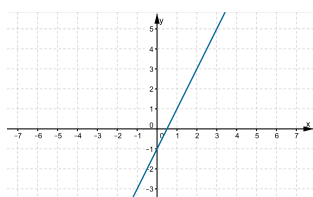
x	$f(x)$
-2	
-1	
0	2
1	-1
2	
3	
4	

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

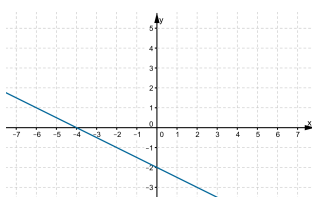
Ćwiczenie 22



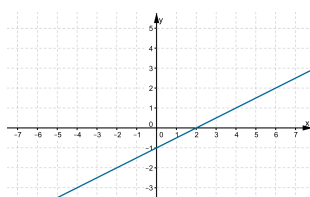
Przyporządkuj podane wzory funkcji liniowych do odpowiednich wykresów.



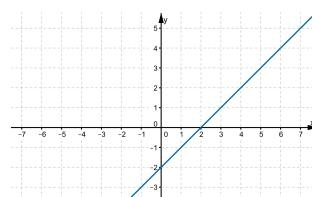
$$y = x - 2$$



$$y = 2x - 1$$



$$y = \frac{1}{2}x - 1$$



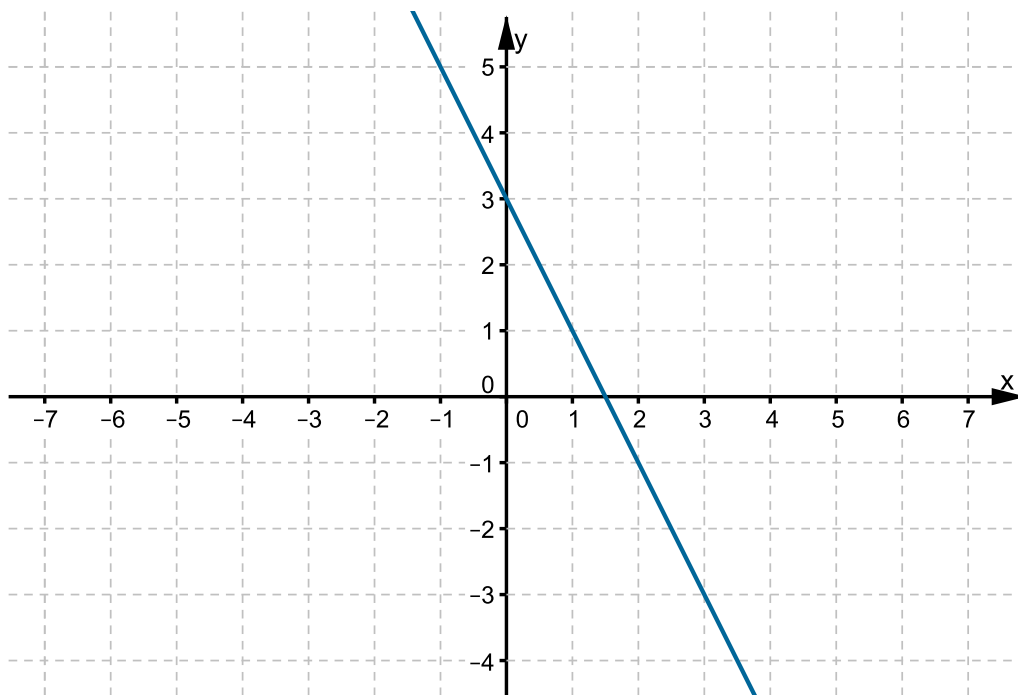
$$y = -\frac{1}{2}x - 2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 23



Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = ax + b$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Oceń, czy poniższe stwierdzenia są prawdziwe. Zaznacz wszystkie prawdziwe stwierdzenia.

☐ $b = 3$

☐ Punkt $(-1, 5)$ należy do wykresu funkcji f .

☐ $a < 0$

☐ $a > 2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 24



Dane są funkcje $f(x) = 2x$, $g(x) = 2x + 3$, $h(x) = -2x + 3$. Oceń, czy poniższe stwierdzenia są prawdziwe. Zaznacz stwierdzenie prawdziwe.

☐ Wykresy funkcji g i h przecinają się w punkcie $(0, 3)$.

☐ Wykresy funkcji f i h są prostymi równoległymi.

☐ Wykresy funkcji f i g przecinają się w punkcie $(0, 0)$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.