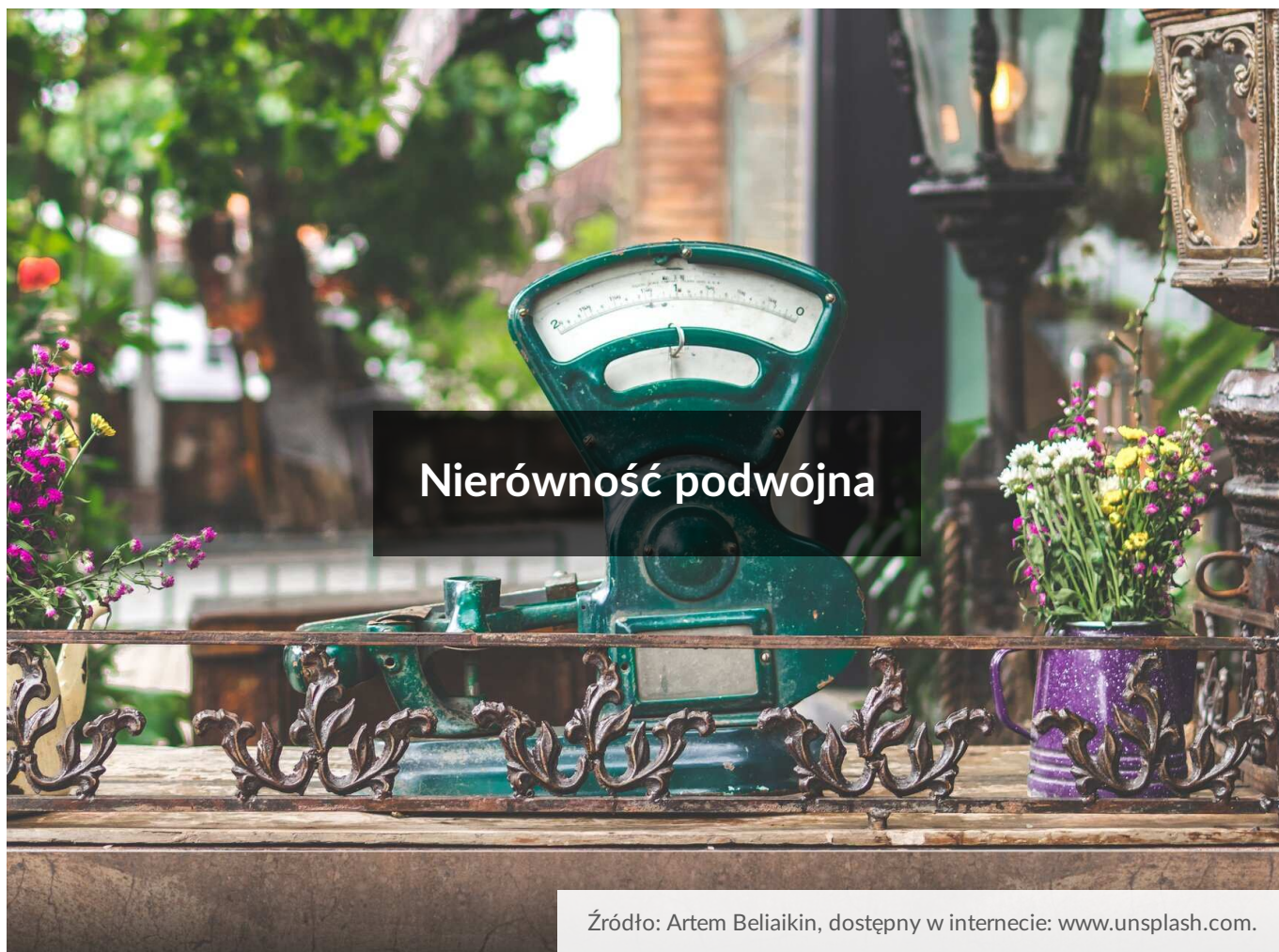




Nierówność podwójna

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Animacja
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Nierówność podwójna

Źródło: Artem Beliaikin, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Czasami rozwiązanie zadania wymaga zapisania i rozwiązania podwójnej nierówności. Aby zaznaczyć na osi liczbowej zbiór rozwiązań podwójnej nierówności i podać rozwiązanie, należy ją przedstawić w postaci układu nierówności.

Treści dotyczące układów nierówności wykraczają poza podstawę programową i są nieobowiązkowe.

Twoje cele

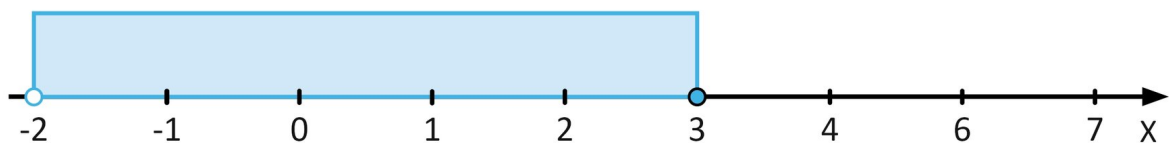
- Zapiszesz nierówność podwójną jako układ dwóch nierówności.
- Wykorzystasz twierdzenia o nierównościach równoważnych do rozwiązywania nierówności podwójnych.
- Zaznaczysz na osi liczbowej zbiór rozwiązań podwójnej nierówności liniowej.
- Zapiszesz (jeżeli to będzie możliwe) w postaci przedziału liczbowego zbiór rozwiązań nierówności podwójnej.

Przeczytaj

Przykład 1

Zapiszemy zbiór rozwiązań układu nierówności $\begin{cases} x > -2 \\ x \leq 3 \end{cases}$ w postaci przedziału liczbowego.

W tym celu na osi liczbowej zaznaczamy część wspólną obu nierówności.



Rozwiązaniem układu nierówności są wszystkie liczby rzeczywiste należące do przedziału $(-2, 3]$.

Przykład 2

Rozwiążemy podwójną nierówność $2x - 1 \leq 3x + 1 \leq x + 5$.

Zapiszemy zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału liczbowego.

Aby rozwiązać nierówność podwójną $2x - 1 \leq 3x + 1 \leq x + 5$, zapiszemy ją w postaci koniunkcji dwóch nierówności.

$$2x - 1 \leq 3x + 1 \text{ i } 3x + 1 \leq x + 5$$

Następnie każdą nierówność rozwiążemy osobno.

$$2x - 1 \leq 3x + 1$$

$$2x - 3x \leq 1 + 1$$

$$-x \leq 2$$

$$x \geq -2$$

Rozwiązanie drugiej nierówności.

$$3x + 1 \leq x + 5$$

$$3x - x \leq 5 - 1$$

$$2x \leq 4$$

$$x \leq 2$$

Zbiór rozwiązań nierówności to $\langle -2, 2 \rangle$.

Przykład 3

Rozwiążemy teraz nierówność podwójną, przekształcając jednocześnie jej każdą stronę.

$$-4 \leq 2x + 6 \leq 5$$

Od każdej strony nierówności odejmujemy liczbę 6.

$$-4 \leq 2x + 6 \leq 5 \quad | -6$$

$$-4 - 6 \leq 2x + 6 - 6 \leq 5 - 6$$

$$-10 \leq 2x \leq -1$$

Następnie każdą stronę nierówności dzielimy przez liczbę 2.

$$-10 \leq 2x \leq -1 \quad | :2$$

$$-5 \leq x \leq -\frac{1}{2}$$

Zbiór rozwiązań nierówności to $\langle -5, -\frac{1}{2} \rangle$.

Przykład 4

Rozwiążemy teraz nierówność z wartością bezwzględną: $|x| < 1$.

W tym celu zapiszemy nierówność podwójną $-1 < x < 1$.

Następnie nierówność podwójną zapiszemy jako koniunkcję dwóch nierówności.

$$\begin{cases} x < 1 \\ x > -1 \end{cases}$$

Rozwiązaniem nierówności jest każda liczba rzeczywista należąca do przedziału $(-1, 1)$.

Słownik

nierówność podwójna

nierówności z tymi samymi niewiadomymi, którą można zapisać za pomocą układu dwóch nierówności

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją i przeanalizuj przykład pokazujący sposób rozwiązywania nierówności podwójnej oraz nierówności z wartością bezwzględną.

$$|x + 4| < 1$$
$$-1 < x + 4 < 1$$
$$\begin{cases} x + 4 < 1 \\ x + 4 > -1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x < -3 \\ x > -5 \end{cases}$$
$$-5 < x < -3 \rightarrow x \in (-5, -3)$$

PRZYKŁAD 2

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1PVSTBA6DSRM>

Przykład pierwszy: X minus pięć jest mniejsze niż początek ułamka jeden mianownik dwa koniec ułamka razy X plus cztery jest mniejsze niż trzy plus sześć X . Zapisujemy to w postaci układu dwóch nierówności: X minus pięć jest większe niż początek ułamka jeden mianownik dwa koniec ułamka razy X plus cztery oraz początek ułamka jeden mianownik dwa koniec ułamka razy X plus cztery jest mniejsze niż trzy plus sześć X . Przekształcamy każdą z nierówności układu. Pierwsza nierówność przyjmuje postać X minus początek ułamka jeden mianownik dwa koniec ułamka razy X jest mniejsze niż cztery plus pięć. Druga nierówność początek ułamka jeden mianownik dwa koniec ułamka razy X minus sześć X jest mniejsze niż trzy minus cztery. Ponownie przekształcamy każdą z nierówności układu. Pierwsza nierówność przyjmuje postać: początek ułamka jeden mianownik dwa koniec ułamka razy X jest mniejsze niż dziewięć oraz druga nierówność minus pięć i jedna druga razy X jest mniejsze niż minus jeden. Następnie pierwszą nierówność z układu mnożymy przez dwa, a drugą

przez minus dwie jedenaste. Wychodzi nam: X jest mniejsze niż osiemnaście oraz X jest większe niż dwie jedenaste. Przykład drugi. Wartość bezwzględna X plus cztery jest mniejsza niż jeden. Zapisujemy nierówność równoważnie. Minus jeden jest mniejsze niż X plus cztery jest mniejsze niż jeden. Zapisujemy w postaci koniunkcji dwóch nierówności: X plus cztery jest mniejsze niż jeden oraz X plus cztery jest większe niż minus jeden. Przekształcając otrzymujemy X jest mniejsze niż minus trzy oraz X jest większe niż minus pięć. Wychodzi nam, że rozwiązaniem jest każda liczba rzeczywista która jest większa niż minus pięć oraz mniejsza niż minus trzy.

Polecenie 2

Rozwiąż nierówność podwójną.

$$0 < \frac{2}{3}x - 5 < 1$$

Polecenie 3

Rozwiąż nierówność z wartością bezwzględną $|x - 3| < 5$.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Zapisz w postaci przedziału zbiór rozwiązań układu nierówności.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 3 > 0 \\ 2x - 2 < x + 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 1 > -4 \\ 4x + 3 < x + 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} -3x - 1 \leq 3 \\ 5x + 2 \leq 2x - 1 \end{cases}$$

Ćwiczenie 9



Rozwiąż nierówność $|x + 4| < 1$.

Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Nierówność podwójna

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- zapisuje nierówność podwójną jako układ dwóch nierówności
- wykorzystuje twierdzenia o nierównościach równoważnych do rozwiązywania nierówności podwójnych
- zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań podwójnej nierówności liniowej
- zapisuje (jeżeli to będzie możliwe) w postaci przedziału liczbowego zbiór rozwiązań nierówności podwójnej
- analizuje sposoby rozwiązywania nierówności podwójnych

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku
- dyskusja
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem animacji

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

Nauczyciel prosi uczniów o przypomnienie sobie informacji o wartości bezwzględnej, jej interpretacji geometrycznej i algebraicznej.

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają sobie w grupach wiadomości i umiejętności związane z metodą rozwiązywania nierówności za pomocą nierówności równoważnych.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w grupach metodą analizy przypadku. Analizują przykłady zawarte w części „Przeczytaj”.
2. Nauczyciel wyświetla animację i czyta treść polecenia 1.
3. Uczniowie w parach analizują przykład pokazujący sposób rozwiązywania nierówności podwójnej oraz nierówności z wartością bezwzględną.
4. Po omówieniu przykładów w parach nauczyciel sprawdza zrozumienie sposobów rozwiązania przykładów.
5. Nauczyciel prosi uczniów, aby w parach rozwiązali polecenia 2 i 3.
6. Uczniowie wspólnie z nauczycielem konsultują poprawność wykonania poleceń umieszczonych pod animacją.
7. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne 1 – 6 oraz ćwiczenie 9.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia 7, 8.

Materiały pomocnicze:

- [Zapisywanie zbioru rozwiązań nierówności podwójnej w postaci przedziału liczbowego](#)
- [Wykorzystanie przedziałów do opisu rozwiązań nierówności](#)

Wskazówki metodyczne:

Animacja może być wykorzystana przez chętnych uczniów do samodzielnego przygotowania mapy myśli dotyczącej sposobów rozwiązywania nierówności podwójnych.