




Równowaga trwała, chwiejna i obojętna

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Równowaga trwała, chwiejna i obojętna

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/woda-z-c5%82%c3%b3g-natura-indyk-2045469/> [dostęp 1.04.2022 r.], domena publiczna.

Czy to nie ciekawe?

Kończysta to szczyt po słowackiej stronie Tatr Wysokich, znajdujący się na wysokości 2538 m n.p.m. Odkąd ludzie zapuszczali się w te okolice, szczyt Kończystej zwieńczało „Kowadło” – olbrzymi blok skalny, opierający się poziomo na pozostałych skałach. We wrześniu 2019 roku w ten nietuzinkowy szczyt uderzył piorun i tak zakończyła się chwiejna równowaga Kowadła, które ... runęło w przepaść. Dlaczego jedne układy po przyłożeniu siły nadal trwają w swoim kształcie, a inne, nawet przy niewielkiej ingerencji, rozpadają się na kawałki? Odpowiedź znajdujemy w pojęciach równowagi chwiejnej, trwałej i obojętnej.



Rys. a. Nieistniejące już Kowadło na Kończystej. Tatry Wysokie.

Twoje cele

- zdefiniujesz pojęcie równowagi w mechanice,
- rozpoznasz różnice między równowagą trwałą, chwiejną i obojętną,
- zilustrujesz poznane pojęcia fizyczne przykładami z życia codziennego.

Przeczytaj

Warto przeczytać

„Zachowaj równowagę” – łatwo powiedzieć, ale czym właściwie jest równowaga? Jeśli akurat jesteśmy w trakcie wspinaczki lub gimnastyki, to oczywiście chodzi o to, byśmy nie spadli lub nie przewrócili się. O kimś, kto szedł ulicą, potknął się i upadł, mówimy, że „stracił równowagę”. Gwałtowne szarpnięcie ciałem podczas jazdy na rowerze może sprawić, że „odzyskamy równowagę” i unikniemy niebezpiecznego poślizgu. Jak te potoczne określenia mają się do określeń fizycznych, opisujących reakcję ciał na działające na nie siły?

Aby odpowiedzieć na postawione pytanie, przypomnijmy treść pierwszej zasady dynamiki Newtona: „Jeśli na ciało nie działają żadne siły lub działające siły się równoważą, ciało to pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym” (zob. e-materiał pt. „I zasada dynamiki”). Analogiczna zasada w zastosowaniu do ruchu obrotowego brzmi: „Jeśli na ciało nie działają żadne momenty sił lub działające momenty sił się równoważą, to ciało pozostaje w spoczynku lub obraca się ruchem jednostajnym” (zob. e-materiał pt. „Warunki równowagi bryły sztywnej”). Czy zauważyliście, że mówiąc o równowadze wspominamy o braku ruchu względem określonego [układu odniesienia](#)? Ciało, które ma zerową prędkość i zerowe przyspieszenie względem swego otoczenia, pozostaje z nim w równowadze. Zatem **równowaga ciała to stan, w którym równoważą się wszystkie działające na nie siły i momenty sił:**

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0,$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n = 0.$$

Powyższe równania pozwalają nam stwierdzić, czy jakieś ciało jest w równowadze, czy nie. Nie dają one jednak odpowiedzi na pytanie: dlaczego czasem ciało pozostaje w równowadze, nawet po przyłożeniu do niego siły? Dlaczego ołówek tak łatwo położyć poziomo na stole, ale tak trudno postawić go na nim pionowo? A nawet jeśli nam się to uda, to dlaczego po chwili, choćby po lekkim poruszeniu powietrza, i tak się

on przewraca? Aby zrozumieć różnicę między tymi dwiema sytuacjami, wprowadzimy pojęcie równowagi trwałej, chwiejnej i obojętnej. Co te terminy oznaczają?

Kluczem do zrozumienia, dlaczego niektóre układy są stabilne, a inne nie, jest zrozumienie, od czego zależy i jak zmienia się ich energia potencjalna, a w szczególności, czy jej zależność od położenia ciała ma minima bądź maksima lokalne - w tych punktach bowiem siła ma zerową wartość. Prześledźmy to na przykładzie siły grawitacji i związanej z nią energii potencjalnej.

Przypominamy, że energia potencjalna grawitacji to energia, jaką ma każde ciało obdarzone masą, znajdujące się w polu grawitacyjnym. W jednorodnym polu grawitacyjnym, w pobliżu powierzchni Ziemi, wyraża się ona następującym wzorem:

$$E_p = mgh,$$

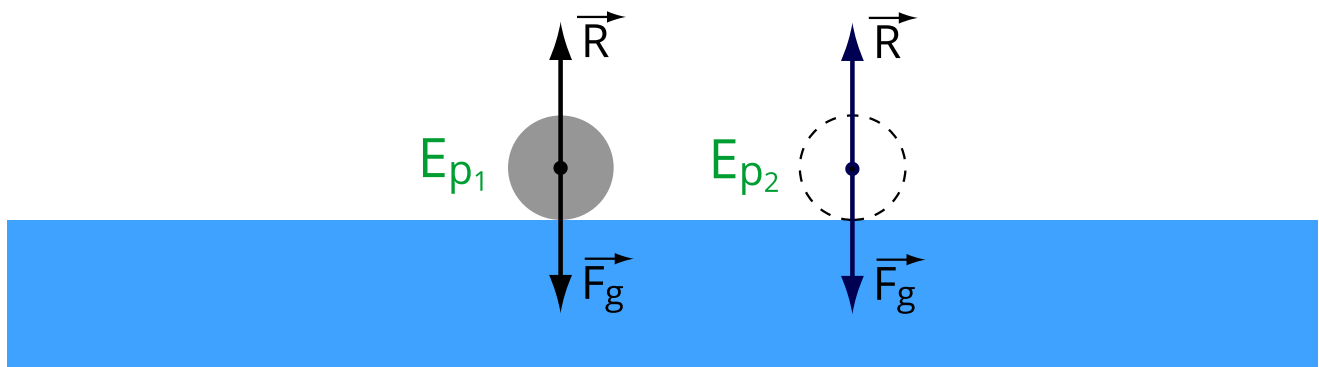
gdzie: m - masa ciała, g - przyspieszenie ziemskie, h - wysokość, na której znajduje się to ciało w stosunku do poziomu uznanego za poziom odniesienia (np. powierzchni Ziemi).

Oznacza to, że im większa masa ciała, tym większą zmianę energii potencjalnej spowoduje zmiana wysokości. Podobnie: im większa wysokość, na której znajduje się ciało, tym większa jego energia potencjalna. Uniesienie ciała wymaga użycia siły co najmniej równoważącej siłę grawitacji, a więc wykonania pracy. Powoduje to zwiększenie energii potencjalnej ciała.

Równowaga obojętna

Spójrzmy teraz na przykład z Rys. 1. Ciało znajduje się na płaszczyźnie. Co się stanie z jego energią potencjalną, jeśli ciało zmieni swe położenie - zostanie przesunięte w prawo lub w lewo? Nic się nie zmieni! Energia potencjalna pozostanie bez zmian, ponieważ nie zmieniamy wysokości, na której znajduje się środek masy tego ciała. Taki stan nazywamy **równowagą obojętną. Ciało znajduje się w stanie (punkcie) równowagi obojętnej, gdy wszystkie stany (punkty) wokół niego mają taką samą energię potencjalną.**

$$E_{p_1} = E_{p_2}$$

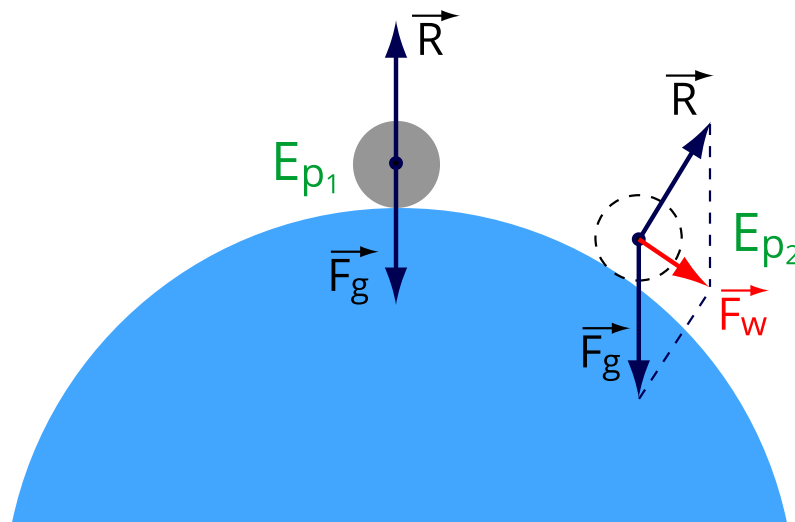


Rys. 1. Ciało w stanie równowagi obojętnej. Niezależnie od położenia ciała jego energia potencjalna jest taka sama, a siły działające na to ciało (tzn. siła grawitacji \vec{F}_g i siła sprężystości podłoża \vec{R}) równoważą się.

Równowaga nietrwała

Przeprowadźmy to samo rozumowanie dla innej geometrii. Przyjmijmy, że podłoże jest wypukłe, jak na Rys. 2. Ciało stawiamy na najwyższym punkcie tego podłoża. Możesz spróbować ustawić piłeczkę ping-pongową na piłce tenisowej. Nawet najlżejszy ruch powietrza spowoduje, że piłeczka ping-pongowa stoczy się w dół, zmniejszając swoją energię potencjalną. Początkowy stan piłeczki jest przykładem **równowagi nietrwałej** lub **chwiejnej**. Nawet niewielkie wytrącenie ciała z takiego stanu sprawia, że jego energia potencjalna maleje. Podsumowując: **Ciało znajduje się w stanie (punkcie) równowagi nietrwałej lub chwiejnej, gdy wszystkie stany (punkty) wokół niego mają niższą energię potencjalną.**

$$E_{p_1} > E_{p_2}$$



Rys. 2. Tylko w punkcie na szczycie wzniesienia ciało jest w stanie równowagi nietrwalej (chwijnej).

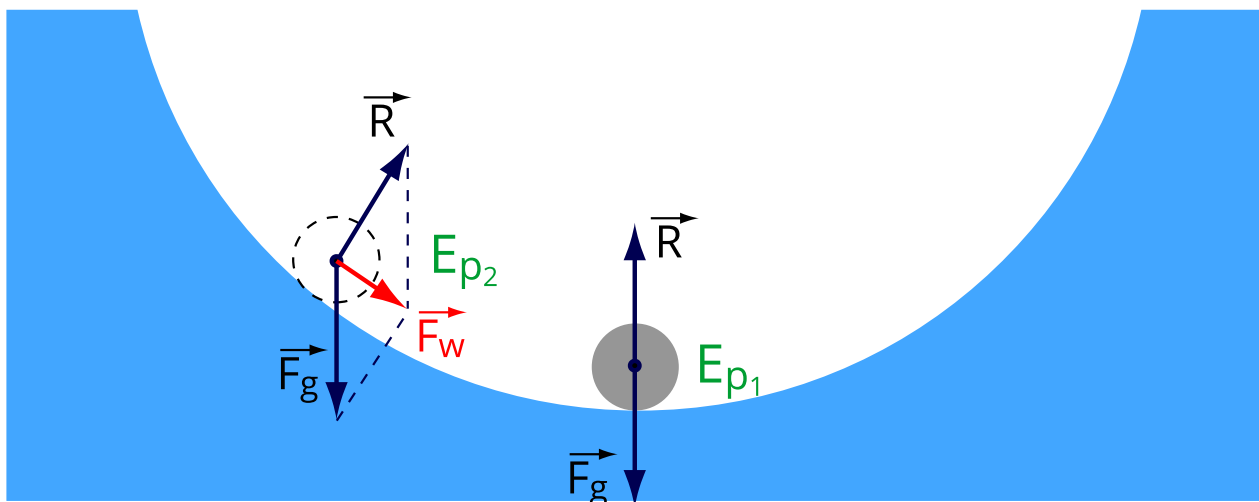
Siły działające na ciało (tzn. siła grawitacji \vec{F}_g i siła sprężystości podłoża \vec{R}) równoważą się.

W każdym innym punkcie złożenie tych sił daje niezerową siłę wypadkową \vec{F}_w , dążącą do oddalenia ciała od położenia równowagi. W punkcie równowagi chwijnej energia potencjalna ciała jest wyższa niż w pozostałych punktach: $E_{p_1} > E_{p_2}$.

Równowaga trwała

Odwrotną sytuację zaobserwujemy, gdy wrzucimy coś do miski, na przykład orzechy. Wtedy nawet potrząśnięcie nią nie sprawia, że orzechy z niej wylatują. Przeciwnie, nawet po ustaniu działania siły, wracają one do pierwotnego położenia równowagi, przez chwilę tylko wędrując wzdłuż ścianek naczynia. Taką sytuację ilustruje Rys. 3. Kuleczka umieszczona na wklęsłej powierzchni, przemieszczona od położenia równowagi, doznaje działania siły zawracającej ją do stanu o najniższej energii potencjalnej. Jest on stanem **równowagi trwałej** lub **stabilnej**. **Ciało znajduje się w stanie (punkcie) równowagi trwałej, jeśli stany (punkty) wokół niego są stanami (punktami) o wyższej energii potencjalnej.**

$$E_{p1} < E_{p2}$$

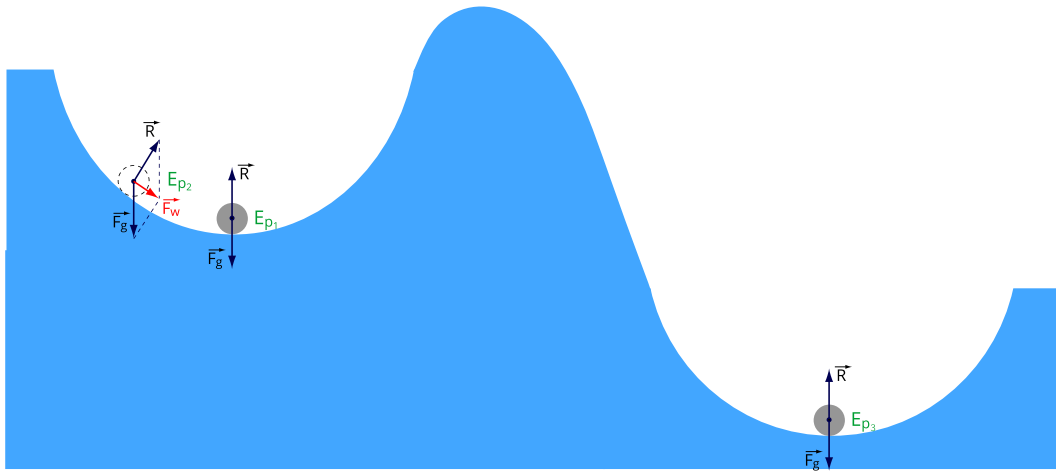


Rys. 3. W najniższym punkcie pokazanej powierzchni, będącym stanem równowagi trwałej (lub stabilnej), siły działające na ciało (tzn. siła grawitacji \vec{F}_g i siła sprężystości podłoża \vec{R}) równoważą się. W każdym innym punkcie złożenie tych sił daje niezerową siłę wypadkową \vec{F}_w , dążącą do zawrócenia ciała do punktu równowagi. W punkcie równowagi stabilnej energia potencjalna ciała jest niższa niż w pozostałych punktach: $E_{p1} < E_{p2}$.

Równowaga metatrwała

Z ciekawą sytuacją mamy do czynienia, gdy badane ciało znajduje się w położeniu, w którym energia potencjalna osiąga lokalne minimum, ale nie globalne.

Przykładem może być kulka, która spoczywa w niewielkim zagłębieniu, ale istnieje inne, o mniejszej wysokości (Rys. 4.). Gdy wyprowadzamy kulkę z położenia równowagi, dając jej zapas energii niewystarczający do przekroczenia „wzgórza” między zagłębieniami, wykonuje ona ruch wokół pierwotnego położenia równowagi. Jeśli jednak wykonana przez nas praca jest wystarczająco duża, kulka znajdzie się w obszarze z nowym położeniem równowagi. Jeśli wskutek ew. strat energii osiągnie najniższy punkt zagłębienia, będzie miała mniejszą energię potencjalną niż poprzednio. Ten szczególny przypadek równowagi nosi nazwę równowagi **metastabilnej** lub **metatrwałej**.



Rys. 4. Przykład równowagi metatrwałej. Zagłębienie terenu po lewej jest położeniem równowagi, ale istnieją takie zaburzenia stanu kulki - np. wystarczająco mocne uderzenie w prawo - że po oddaniu zapasu energii będzie mogła być w stanie równowagi o mniejszej energii potencjalnej niż pierwotnie, co wynika z nierówności $E_{p1} > E_{p3}$.

Oczywiście przedstawione przykłady są uproszczone, w rzeczywistości spotykamy dużo bardziej skomplikowane geometrycznie układy niż wklęsła lub wypukła półkula. Niemniej, opisana zasada funkcjonuje dokładnie tam samo, jak została tutaj omówiona. Dla ułatwienia możemy na to zagadnienie spojrzeć jeszcze inaczej – najpierw zastanowić się, jakie są możliwe położenia środka ciężkości badanego ciała, a następnie ustalić, gdzie ten środek ciężkości się aktualnie znajduje. O równowadze trwałej będziemy mówić, gdy środek ciężkości położony będzie w najniższym możliwym punkcie (Rys. 3.). O równowadze chwiejnej - gdy środek ciężkości zajmuje najwyższe z możliwych położenia (Rys. 2.), a o równowadze obojętnej - gdy we wszystkich możliwych położeniach ciała jego środek ciężkości będzie na tej samej wysokości (Rys. 1.).

Dla zainteresowanych

Rozważania powyższe są uniwersalne w tym sensie, że nie są ograniczone do zachowania bryły sztywnej w polu grawitacyjnym. Kształty „terenu” przedstawione powyżej - po przeniesieniu na kształt wykresu dowolnej energii potencjalnej w zależności od położenia (oddanego na osi poziomej) prowadzą do analogicznego warunku na równowagę i wniosków o stabilności.

Słowniczek

Układ odniesienia

(ang. *frame of reference*) – punkt lub układ punktów w przestrzeni, względem którego określa się położenie lub zmianę położenia danego ciała. Wybrany punkt często definiuje się poprzez wskazanie ciała, z którym związany jest układ współrzędnych. Wybór układu odniesienia jest koniecznym warunkiem opisu ruchu lub spoczynku.

Metastabilność

(ang. *metastability*) – własność delikatnej równowagi stanów, które są stabilne dla małych odchyłeń od położenia równowagi, ale większe wychylenie powoduje zmianę stanu i przejście do równowagi pełnej lub ew. innego stanu metastabilnego.

Animacja

Równowaga trwała, chwiejna i obojętna

Animacja prezentuje zjawisko powstawania momentu prostującego podczas przechylania się łodzi.

Polecenie 1

Czy wiesz jakim typem równowagi jest równowaga tej łodzi na wodzie?

Polecenie 2

Weź płaski kawałek drewna (może to być np. deseczka do krojenia) i zanurz go w wodzie. Naciskając na jeden z brzegów tak powstałej tratwy określ wartość kąta granicznego (oszacuj położenie, w którym pojawia się moment siły przewracający tratwę). Jak myślisz, z czego wynika ta wartość?

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 3



Uzupełnij zdanie wskazując właściwy element tekstu:

Jeśli przyłożenie do ciała siły sprawia, że powstaje moment pędu/moment siły/moment bezwładności względem punktu podparcia lub zawieszenia powodujący jego powrót do początkowego położenia, to położenie to odpowiada stanowi równowagi trwałej/metatrwałej/nietrwałej tego ciała.

Ćwiczenie 4



Uzupełnij zdanie wskazując właściwy element tekstu:

Jeśli przyłożenie do ciała siły sprawia, że powstaje {moment pędu}/{#moment siły}/{moment bezwładności} względem punktu podparcia lub zawieszenia powodujący zmianę jego położenia, oznacza to, że początkowe położenie ciała było stanem równowagi {stabilnej}/{metastabilnej}/{#chwiejnej}.

Ćwiczenie 5



Jeśli przyłożenie do ciała siły sprawia, że nie powstaje moment siły względem punktu podparcia lub zawieszenia powodujący zmianę położenia ciała, to o jakim rodzaju równowagi mówimy? Zaznacz prawidłowe odpowiedzi.

- równowaga trwała
- równowaga chwiejna
- równowaga obojętna
- równowaga metastabilna

Ćwiczenie 6

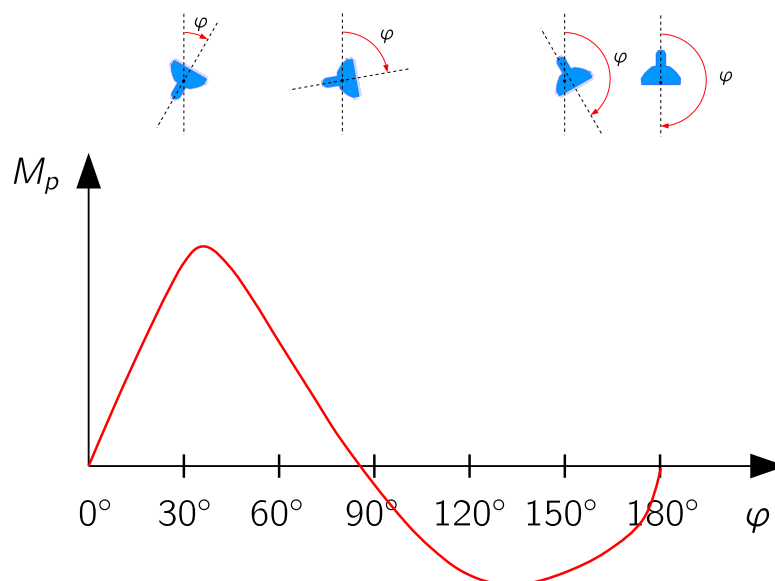


Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 7



Wykres prezentuje współzrzedną momentu prostującego, jaki powstaje podczas przechylania się łodzi. Przeanalizuj jego przebieg i wyjaśnij, co się dzieje, gdy współzrzedna momentu prostującego staje się ujemna.

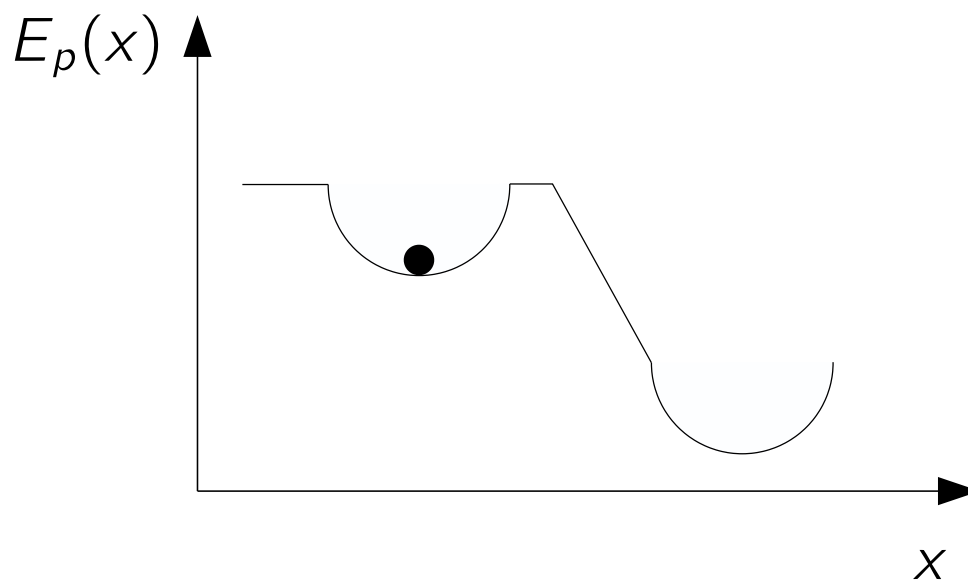


Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 8



Na rysunku przedstawiono wykres energii potencjalnej od położenia. W jakim stanie znajduje się ciało oznaczone czarnym kółkiem? Uzasadnij swoją odpowiedź.



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Dla nauczyciela

VII. Konspekt (scenariusz) lekcji

Imię i nazwisko autora:	Dariusz Aksamit
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Równowaga trwała, chwiejna i obojętna
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	<p>Cele kształcenia – wymagania ogólne</p> <p>I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.</p> <p>Zakres rozszerzony</p> <p>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>19) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu;</p> <p>III. Mechanika bryły sztywne. Uczeń:</p> <p>3) stosuje warunki statyki bryły sztywnej; posługuje się pojęciem momentu sił wraz z jednostką;</p>

<p>Kształtowane kompetencje kluczowe:</p>	<p>Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</p> <ul style="list-style-type: none"> - kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, - kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, - kompetencje cyfrowe, - kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
<p>Cele operacyjne:</p>	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. wyjaśnia pojęcie równowagi w mechanice, 2. rozróżnia rodzaje stanów równowagi (trwałej, metatrwałej, obojętnej i nietrwałej), 3. ilustruje poznane pojęcia fizyczne przykładami z życia codziennego.
<p>Strategie i metody nauczania:</p>	<p>Eksperymentalno-obszewacyjna</p>
<p>Formy zajęć:</p>	<p>Praca grupowa</p>
<p>Środki dydaktyczne:</p>	<p>Komputer z dostępem do Internetu i projektorem multimedialnym, akwarium, woda, styropian i narzędzia do wycinania, obciążniki</p>
<p>Materiały pomocnicze:</p>	<p>e-materiały pt. Środek masy a środek ciężkości, Jak definiuje się moment siły?, Jak wyznaczyć moment siły?</p>
<p>PRZEBIEG LEKCJI</p>	
<p>Faza wprowadzająca:</p>	

Przed lekcją nauczyciel przygotowuje akwarium napełnione wodą. Na początku lekcji nauczyciel nawiązuje rozmowę z uczniami na temat żeglarstwa, zadaje uczniom pytanie, czy ktoś żeglował, czy ktoś posiada patent żeglarski. W dyskusji nauczyciel (najlepiej odwołując się do obserwacji uczniów) podsumowuje ich doświadczenia związane z wywracaniem się łodzi. Następnie nauczyciel rozdaje uczniom materiały i narzędzia do przygotowania modelu łodzi.

Faza realizacyjna:

Uczniowie w grupach wykonują małe modele łodzi, wycinając je ze styropianu lub pianki, umieszczając na ich dnie obciążniki. Następnie umieszczają je w akwarium i sprawdzają, jaki jest kąt graniczny przygotowanej łódki, tzn. kiedy łódź odchylona z położenia równowagi nie wraca do niego, przewracając się. Uczniowie sprawdzają, jak zmienia się stateczność po usunięciu balastu obciążników. Wszystkie obserwacje nauczyciel podsumowuje na tablicy.

Faza podsumowująca:

Nauczyciel prezentuje film do niniejszego e-materiału i pyta uczniów o to, w którym momencie łódź była w równowadze trwałej, w którym w równowadze chwiejnej. W celu podsumowania wiedzy o rodzajach równowagi, nauczyciel prosi uczniów o wykonanie zadań 2-5.

Praca domowa:

Nauczyciel poleca uczniom wykonanie zadania 6 i 7. Uczniom chętnym nauczyciel sugeruje przeczytanie artykułów w internecie na temat stateczności jachtów.

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium:**

Lekcję można również rozpocząć od obejrzenia Animacji 3D. Uczniowie mogą skorzystać z multimedium podczas wykonywania pracy domowej, ponieważ zadania 6 i 7 są z nim ideowo powiązane.