



Błąd przybliżenia. Błąd bezwzględny przybliżenia

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Animacja
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Błąd przybliżenia. Błąd bezwzględny przybliżenia

Zaokrąglając liczby np. podając ceny, odległości, czy wagi popełniamy błędy przybliżenia. Duże znaczenie mają one zwłaszcza podczas wykonywania doświadczeń i badań fizycznych czy chemicznych. Wykonując doświadczenia i opisując ich wyniki dowiesz się, że błędy pomiaru dzielą się na trzy kategorie: błędy grube, błędy systematyczne i błędy przypadkowe.

Błędy grube powstają na skutek niestaranności osoby wykonującej eksperyment lub nieumiejętności użycia danego przyrządu. Przyczyną błędu systematycznego może być zła metoda pomiaru, wada urządzenia pomiarowego, zewnętrzne warunki pomiaru (np. zbyt wysoka temperatura w pomieszczeniu). Błąd przypadkowy, to np. błąd pomiaru. Jego źródłem mogą być też przypadkowe drgania budynku, czy ruch powietrza.

Dokonując różnych badań należy uwzględniać takie błędy, a na co dzień pamiętać, że nasze przybliżenia są nimi obarczone.

Ze względu na rodzaj zapisu błędy dzielą się na bezwzględne, względne oraz procentowe.

W tym materiale dowiesz się czym jest błąd bezwzględny i jak można go obliczyć.

- Przypomnisz sobie informacje na temat przybliżeń i zaokrągleń.
- Przypomnisz sobie jak obliczamy wartość bezwzględną liczby rzeczywistej.
- Poznasz pojęcie błędu.
- Poznasz pojęcie błędu bezwzględnego.
- Nauczysz się obliczać błąd bezwzględny.

Przeczytaj

Definicja: Błąd przybliżenia

Błąd przybliżenia to różnica między wartością przybliżoną (tą, którą obliczyliśmy, oszacowaliśmy lub zmierzaliśmy) a wartością dokładną (prawdziwą, dokładną).

Definicja: Błąd bezwzględny przybliżenia

Błąd bezwzględny przybliżenia to wartość bezwzględna różnicy między wartością przybliżoną (tą, którą obliczyliśmy, oszacowaliśmy lub zmierzaliśmy) a wartością dokładną (prawdziwą, dokładną).

Jeśli oznaczymy przez x wartość dokładną, a przez p wartość przybliżoną, to błąd bezwzględny Δ_x możemy obliczyć korzystając ze wzoru:

$$\Delta_x = |x - p|$$

Błąd bezwzględny jest więc zawsze liczbą nieujemną. Wyrazamy go w takich samych jednostkach jak wartość, którą przybliżamy.

Przykład 1

Podczas wizyty w sklepie meblowym mamie spodobała się niewielka komoda. Oszacowała, że jej długość wynosi 120 cm. Tata twierdził, że komoda ma co najwyżej 100 cm długości. Poproszony do pomocy sprzedawca zmierzył mebel i okazało się, że jego długość wynosi dokładnie 112 cm. Obliczymy jaki **błąd przybliżenia** popełniło każde z rodziców.

$$p_m = 120 \text{ cm}$$

$$p_t = 100 \text{ cm}$$

Wartość dokładna: $x = 112 \text{ cm}$

Przybliżenie wykonane przez mamę, to przybliżenie z nadmiarem.

Błąd tego przybliżenia wynosi 8 cm.

Przybliżenie wykonane przez tatę, to przybliżenie z niedomiarem.

Błąd tego przybliżenia to 12 cm.

Przykład 2

Uczniowie postanowili udekorować swoją pracownię szkolną. Oszacowali więc jej wymiary, aby kupić odpowiednią ilość materiałów. Mając do dyspozycji metrową linijkę dokonali następujących pomiarów: długość pracowni – 9 m, szerokość – 6 m, wysokość – 3 m. Chcieli udekorować największą ścianę i sufit, a więc, zgodnie z obliczeniami uczniów, powierzchnie o polach 27 m^2 oraz 54 m^2 .

Wiedząc, że dokładne wymiary pracowni to $8,75 \text{ m} \times 5,5 \text{ m} \times 2,8 \text{ m}$, obliczymy błąd bezwzględny, jaki popełnili uczniowie przy obliczaniu pól tych powierzchni.

Obliczamy pola powierzchni ściany i sufitu.

Ściana:

Pole obliczone przez uczniów: $p = 27 \text{ m}^2$

Pole obliczone z dokładnych wartości wymiarów: $x = 8,75 \text{ m} \cdot 2,8 \text{ m} = 24,5 \text{ m}^2$

A zatem błąd bezwzględny tego przybliżenia wynosi

$$\Delta_x = |24,5 - 27| = |-2,5| = 2,5$$

$$\Delta_x = 2,5 \text{ m}$$

Sufit:

Pole obliczone przez uczniów: $p = 54 \text{ m}^2$

Pole obliczone z dokładnych wartości wymiarów: $x = 8,75 \text{ m} \cdot 5,5 \text{ m} = 48,125 \text{ m}^2$

A zatem błąd bezwzględny tego przybliżenia wynosi

$$\Delta_x = |48,125 - 54| = |-5,875| = 5,875$$

$$\Delta_x = 5,875 \text{ m}$$

Przykład 3

Odległość z Warszawy do Zamościa wynosi 293 km. Możemy powiedzieć, że to w przybliżeniu 300 km.

Wtedy:

wartość dokładna $x = 293 \text{ km}$

wartość przybliżona $p = 300 \text{ km}$

$$\text{błąd względny } \Delta_x = |293 - 300| = |-7| = 7$$

Błąd bezwzględny tego przybliżenia wynosi $\Delta_x = 7 \text{ km}$.

Przykład 4

Pan Jan musi zapłacić do Urzędu Skarbowego podatek w wysokości 536,40 zł. Kwotę tę powinien zaokrąglić do pełnych złotych. Oblicz ile wynosi **błąd bezwzględny** tego przybliżenia.

Wyliczony podatek, to wartość dokładna, a zatem

$$x = 536,40$$

Po zaokrągleniu do pełnych złotych otrzymujemy przybliżenie z nadmiarem

$$p = 536$$

Obliczmy błąd bezwzględny tego przybliżenia.

$$\Delta_x = |536,40 - 536| = |0,4| = 0,4$$

Błąd bezwzględny przybliżenia wynosi $\Delta_x = 0,4$ zł.

Przykład 5

Przybliżenie pewnej liczby x jest równe 3,83. Błąd bezwzględny tego przybliżenia wynosi $\frac{1}{300}$. Oblicz dokładną wartość liczby x .

Korzystając ze wzoru na błąd bezwzględny przybliżenia możemy zapisać

$$|x - 3,83| = \frac{1}{300}$$

A zatem rozważamy dwie możliwości:

$$x - 3,83 = \frac{1}{300} \text{ lub } x - 3,83 = -\frac{1}{300}$$

$$x = \frac{1}{300} + 3,83 \text{ lub } x = -\frac{1}{300} + 3,83$$

$$x = \frac{1}{300} + \frac{383}{100} \text{ lub } x = -\frac{1}{300} + \frac{383}{100}$$

$$x = \frac{1+1149}{300} \text{ lub } x = \frac{-1+1149}{300}$$

$$x = \frac{1150}{300} \text{ lub } x = \frac{1148}{300}$$

$$x = 3\frac{5}{6} \text{ lub } x = 3\frac{62}{75}$$

Ponieważ w pierwszym przypadku $x > p$, więc liczba 3,83 jest **przybliżeniem z niedomiarem**.

W drugim przypadku $x < p$. A liczba 3,83 jest **przybliżeniem z nadmiarem**.

Słownik

błąd przybliżenia

różnica między wartością przybliżoną a wartością dokładną

błąd bezwzględny

wartość bezwzględna z różnicy między wartością przybliżoną a wartością dokładną

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją, a następnie na jej podstawie wykonaj Polecenie 2.

Trwa wczytywanie danych ..

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DYTSLGogI>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego błędu przybliżenia.

Polecenie 2

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4

Ćwiczenie 5

Oblicz błąd bezwzględny zaokrąglenia liczby $5\frac{3}{11}$ do części setnych.



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8

Oblicz wartość dokładną liczby x , wiedząc, że jej przybliżenie z niedomiarem jest równe $123\frac{4}{5}$, a błąd bezwzględny to 0,67.



Dla nauczyciela

Autor: Beata Wojciechowska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Błąd przybliżenia. Błąd bezwzględny przybliżenia

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje w zakresie wielojęzyczności
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- zna pojęcie błędu przybliżenia
- zna pojęcie błędu bezwzględnego przybliżenia
- oblicza błąd bezwzględny przybliżenia

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku
- dyskusja

- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem medium bazowego

Formy pracy:

- praca w parach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają sobie, pracując w parach, informacje na temat przybliżeń i zaokrążeń oraz wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w grupach metodą analizy przypadku. Analizują przykłady zawarte w części „Przeczytaj”.
2. Uczniowie wspólnie z nauczycielem omawiają animację i konsultują wykonanie umieszczonego pod nią polecenia.
3. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne, których nie zdążyli wykonać na lekcji.

Materiały pomocnicze:

[Błąd bezwzględny, błąd względny](#)

Wskazówki metodyczne:

Animacja może być wykorzystana przez uczniów jako pomoc przy rozwiązywaniu ćwiczeń interaktywnych. Może być również pomocna przy wykonywaniu pracy domowej.

