



Działania na wyrażeniach algebraicznych

Materiał zawiera ilustracje (fotografie, obrazy, rysunki), ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Rysunki: wielokąty, których długości boków opisane są wyrażeniami algebraicznymi.

Ćwiczenia: przekształcanie wyrażeń algebraicznych, sprowadzanie wyrażeń algebraicznych do najprostszej postaci, zapisywanie treści zadań w postaci wyrażeń algebraicznych.

Działania na wyrażeniach algebraicznych

W tym materiale sprawdzisz swoje umiejętności wykonywania działań na wyrażeniach algebraicznych. Wykorzystasz wiadomości na temat jednomianów i sum algebraicznych, dodawania ich i mnożenia, redukcji wyrazów podobnych. Pamiętaj o tym, że także przy wykonywaniu działań na wyrażeniach algebraicznych obowiązuje kolejność wykonywania działań, taka sama jak dla działań na liczbach.

Przykład 1

$$\begin{aligned} & -2x(3x - 5y) + (x - 2y) - (-3x^2 + 4xy) + (-x + 5y)(3x + y) = \\ & = -6x^2 + 10xy + x - 2y + 3x^2 - 4xy - 3x^2 - xy + 15xy + 5y^2 = \\ & = -6x^2 + 20xy + x - 2y + 5y^2. \end{aligned}$$

Przykład 2

$$\begin{aligned} & -3a(2a - 5) - 4(a - 2b)(3a + b) - (-7a - 8b) = \\ & = -6a^2 + 15a - 4(3a^2 + ab - 6ab - 2b^2) + 7a + 8b = \\ & = -6a^2 + 15a - 12a^2 - 4ab + 24ab + 8b^2 + 7a + 8b = \\ & = -18a^2 + 20ab + 22a + 8b + 8b^2. \end{aligned}$$

Ćwiczenie 1



Wykonaj działania.

1. $(3x^2y - 2x)(-2y + 3xy) - (5xy + 8y)(-x + 3)$

2. $-7a(ab + 2a^2b^3) + (3a - 5b)(4b - 8a)$

3. $5x^2y(-2x + 4y) - (x^3y - 7x^2y^2) + 7,5x^2y^2 - 0,75xy$

4. $(2\sqrt{2}x - \sqrt{3}y)(2\sqrt{2}x + \sqrt{3}y) - (2\sqrt{2}x - \sqrt{3}y)(2\sqrt{2}x - \sqrt{3}y)$

5. $(1\frac{2}{3}a + 2\frac{1}{2}b)(1\frac{2}{3}a + 2\frac{1}{2}b) - 2\frac{2}{5}(a^2 + 3ab - 5b^2)$

6. $(7,5x - 3,4xy)(-2x + 5y) - 2,8(5x^2 - 10xy)$

7. $(\sqrt{6}ab - \sqrt{2}a)(2\sqrt{2}a + \sqrt{6}ab) - 2\sqrt{3}a(3ab - 2\sqrt{12}a)$

Ćwiczenie 2



Uzupełnij tabelę wynikami mnożenia wyrażeń algebraicznych.

$\times$	$x + 8$	$2(x + 8)$	$2(x + 8) + 1$
$x + 1$			
$3(x + 4)$			
$\frac{1}{2}x + 2$			

$$2x^2 + 18x + 16$$

$$x^2 + 12x + 32$$

$$x^2 + \frac{25}{2}x + 34$$

$$\frac{1}{2}x^2 + 6x + 16$$

$$6x^2 + 75x + 204$$

$$x^2 + 9x + 8$$

$$6x^2 + 72x + 192$$

$$3x^2 + 36x + 96$$

$$2x^2 + 19x + 17$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Uzupełnij tabelę wynikami mnożenia wyrażeń algebraicznych.

$\times$	$x + 3$	$x^2 + 3$	$3(x^2 + 3)$
$2x - 1$			
$2x^2 - 1$			
$4(2x^2 - 1)$			

$$8x^4 + 20x^2 - 12$$

$$2x^3 - x^2 + 6x - 3$$

$$24x^4 + 60x^2 - 36$$

$$2x^4 + 5x^2 - 3$$

$$6x^4 + 15x^2 - 9$$

$$6x^3 - 3x^2 + 18x - 9$$

$$8x^3 + 24x^2 - 4x - 12$$

$$2x^2 + 5x - 3$$

$$2x^3 + 6x^2 - x - 3$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia algebraiczne lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $-5k(k^2 + l)(k - l^2) - 3(k^4 + k^3l^2) - 8 = -8k^4 + \boxed{} - 5k^2l + 5kl^3 - 8$
- $5kl(k - 2l) - (k + 3l)(-2k + 5l) = 5k^2l - 10kl^2 + 2k^2 + \boxed{} - 15l^2$
- $-(k^2l^2 + 3kl) - 2(kl - 2l)(kl + 2l) = -3k^2l^2 - 3kl + \boxed{}$
- $(\sqrt{2}k - \sqrt{3}l)(\sqrt{2}k + \sqrt{3}l) - 2k(-3k + 5l) = \boxed{} - 3l^2 - 10kl$

8l²

2k²l³

-8l²

kl

8k²

2k³l²

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Objętość sześcianu o krawędzi $k - 2$ wynosi $k^3 - 6k^2 + 12k - 8$.

☐ Kwadrat liczby $x + 3$ jest o 9 większy od kwadratu liczby x .

☐ Wynikiem działania $(-2x + y)(3x - 2y) - 3xy$ jest $-6x^2 + 4xy - 2y^2$.

☐ Wyrażenia $(a-1)(a-1)$ i $(a-1)(a+1) - (2a+2)$ są równe.

☐ Pole prostokąta o bokach $3a - 1$ i $3a + 1$ wynosi $9a^2 - 6a + 1$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Zaznacz wyrażenie, które otrzymamy po odjęciu liczby 1 od iloczynu wyrażeń $2x + 1$ i $2x - 1$.

☐ $4x^2 - 4x$

☐ $4x^2 - 2$

☐ $4x^2 + 4x$

☐ $4x^2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Uzupełnij tabelę wynikami mnożenia wyrażeń algebraicznych.

$\times$	$2xy + 1$	$2(2xy - 1)$	$2(2xy + 1) - 1$
$y + \frac{1}{2}$			
$3y - 1$			
$-2y^2 + y$			

$4xy^2 + 2xy + y + \frac{1}{2}$

$12xy^2 - 4xy + 3y - 1$

$-8xy^3 + 4xy^2 + 4y^2 - 2y$

$12xy^2 - 4xy - 6y + 2$

$2xy^2 + xy + y + \frac{1}{2}$

$-8xy^3 + 4xy^2 - 2y^2 + y$

$6xy^2 - 2xy + 3y - 1$

$-4xy^3 + 2xy^2 - 2y^2 + y$

$4xy^2 + 2xy - 2y - 1$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Połącz w pary wyrażenia równe sobie.

$$\left((2\sqrt{2}x - \sqrt{3})(2\sqrt{2}x + \sqrt{3}) - (5x^2 - 2\sqrt{6}x + 3) \right)$$

$$3x^2 - \sqrt{6}x - 4$$

$$\sqrt{3}(3\sqrt{2}x - \sqrt{3}x^2) - (2\sqrt{6}x + 4x^2)$$

$$4x^2 - 9\sqrt{6}x$$

$$-(-2\sqrt{6}x + 8) - (2\sqrt{3}x - \sqrt{2})(2\sqrt{3}x - \sqrt{2})$$

$$3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2$$

$$(\sqrt{3}x - \sqrt{2})(\sqrt{3}x - \sqrt{2})$$

$$-12x^2 + 2\sqrt{6}x - 6$$

$$\sqrt{3}x(2\sqrt{3}x - 4\sqrt{8}) - (\sqrt{6}x + 2x^2)$$

$$\sqrt{6}x - 7x^2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Dane są wyrażenia algebraiczne: $A = 3xy - 2$, $B = -2x + 5y$, $C = x + 2xy$ oraz $D = 3x$.
Uzupełnij odpowiedzi, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

• $2 \cdot A - B \cdot C$

Odpowiedź: Wynik to .

• $C \cdot D - B$

Odpowiedź: Wynik to .

• $A \cdot B \cdot D$

Odpowiedź: Wynik to .

$3x^2 + 6x^2y + 2x - 5y$

$-18x^3y + 45x^2y^2 + 12x^2 - 30xy$

$-12x^3y - 15x^2y^2 + 12x^2 + 10xy$

$xy - 4 - 2x^2 + 4x^2y - 10xy^2$

$16x^8y + 35x^2y^2 - 12x^2 - 20xy$

$xy - 6 + 8x^2 - 4x^2y - 4xy^2$

$xy + 2 - 4x^2 + 4x^2y + 12xy^2$

$3x^8 - 6x^2y + 2x + 5y$

$6x^2 + 6x^2y - 4x - 15y$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia algebraiczne lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Różnicę iloczynu liczby $2a + 5$ przez liczbę $a - 2$ i iloczynu liczby $a + 3$ przez liczbę $a - 4$ opisuje wyrażenie .
- Sumę podwojonego iloczynu liczby $2x$ przez liczbę $x + 5$ i iloczynu liczby $x - 1$ przez liczbę $x + 1$ opisuje wyrażenie .
- Liczbę o $2x$ większą od iloczynu liczby $3x - 2$ przez liczbę $3x$ opisuje wyrażenie .

$$3x^2 + 9x$$

$$a^2 + 2a + 2$$

$$10x^2 + 25x + 2$$

$$9x^2 - 4x$$

$$9x^4 - 2x$$

$$5x^2 + 20x - 1$$

$$a^2 - 6a + 3$$

$$15x^2 - 30x - 5$$

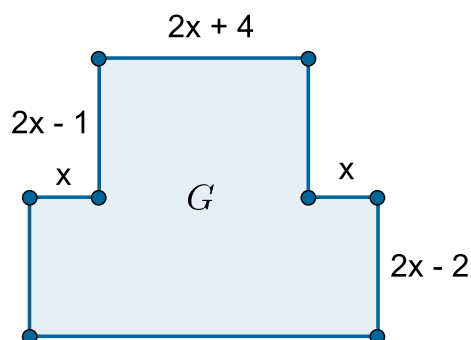
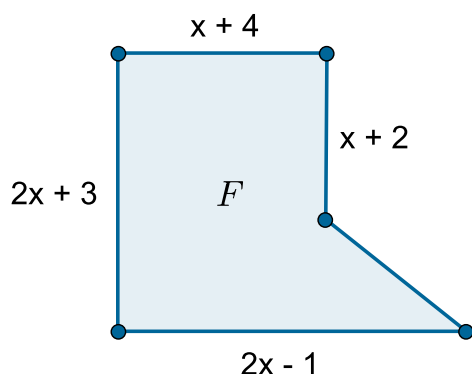
$$a^3 + 4a - 2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Dane są dwa wielokąty F i G . O ile pole wielokąta G jest większe od pola wielokąta F ?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $3,5x^2 + 6x + 21,1$

☐ $12,5x^2 - 12x + 21,2$

☐ $9,5x^2 - 3x - 21,5$

☐ $6,5x^2 + 9x - 21,4$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Pole której figury jest większe: prostokąta o bokach $2x + 3$ i $x - 1$ czy trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych $4x - 1$ i $x + 4$? O ile jest większe? Uzupełnij odpowiedź, przeciągając w lukę odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Odpowiedź: Pole jest większe o .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego iloczyn liczby trzycyfrowej, której cyfrą setek jest a , cyfrą dziesiątek jest b i cyfrą jedności jest c przez liczbę trzycyfrową, w której przestawiono cyfry setek i jedności, pozostawiając cyfrę dziesiątek bez zmiany. Uzupełnij odpowiedź, przeciągając w lukę odpowiednie wyrażenie lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Odpowiedź: Tą liczbą jest .

$$100ac + 1010ab + 1015bc + 10a^2 + 100b^2 - 100c^2$$

$$10001ac + 1010ab + 1010bc + 100a^2 + 100b^2 + 100c^2$$

$$10001ac + 1010ab + 1010bc - 100a^2 - 100b^2 + 100c^2$$

$$101ac + 1010ab + 1011bc - 100a^2 + 10b^2 + 100c^2$$

$$1001ac - 1010ab + 1001bc + 100a^2 - 100b^2 + 10c^2$$

$$10001ac + 1010ab + 1010bc + 100a^2 - 100b^2 - 100c^2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Zeszyt kosztuje x złotych, książka jest od niego o 4, 40 zł droższa, długopis jest 4 razy tańszy od książki, a cena ołówka stanowi 20% ceny zeszytu. Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego i doprowadź je do najprostszej postaci, a następnie uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Za 2 zeszyty, książkę i długopis trzeba zapłacić zł.
- Książka jest droższa od dwóch ołówków o zł.
- Kasia, która za książkę, 3 długopisy i ołówek zapłaciła banknotem pięćdziesięciotowym, otrzymała zł reszty.

$$4, 15x + 4, 5$$

$$40, 3 - 1, 55x$$

$$0, 4x - 4, 6$$

$$0, 6x + 4, 4$$

$$3, 25x + 5, 5$$

$$2, 55x - 6, 5$$

$$42, 3 - 1, 95x$$

$$41, 3 + 2, 95x$$

$$0, 2x + 4, 2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Sok kosztuje k złotych m groszy, a bułka m złotych k groszy. Ala kupiła x soków i y bułek, a Jola x bułek i y soków. Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego różnicę wydatków Ali i Joli w złotych i sprowadź to wyrażenie do najprostszej postaci. Uzupełnij odpowiedź, przeciągając w lukę odpowiednie wyrażenie lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Odpowiedź: Różnica wydatków jest ukazana równaniem .

$$0,98xk - 0,98xm + 0,98ym + 0,98yk$$

$$0,99xk - 0,99xm + 0,99ym - 0,99yk$$

$$0,91xk + 0,91xm + 0,91ym - 0,91yk$$

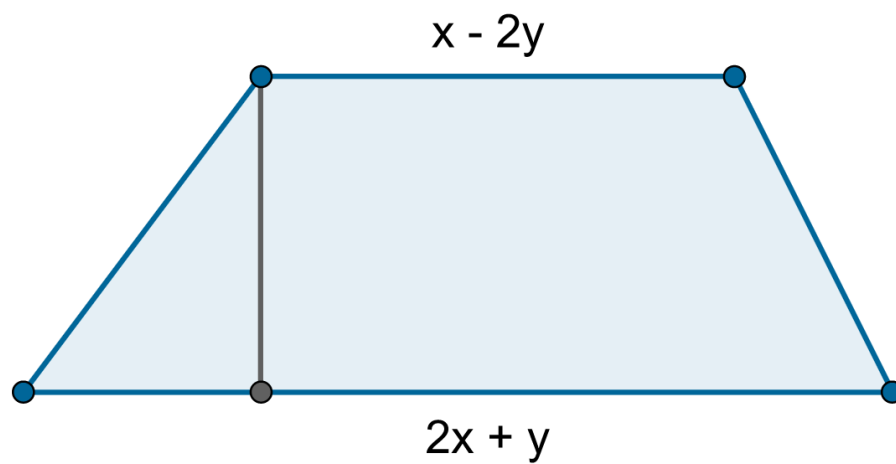
$$0,93xk - 0,93xm - 0,93ym - 0,93yk$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Jaka jest wysokość trapezu przedstawionego na rysunku, jeżeli wiadomo, że jego pole jest równe $3x^2 + 5xy - 2y^2$?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ $4x - 2y$

☐ $2x - 4y$

☐ $4x + 2y$

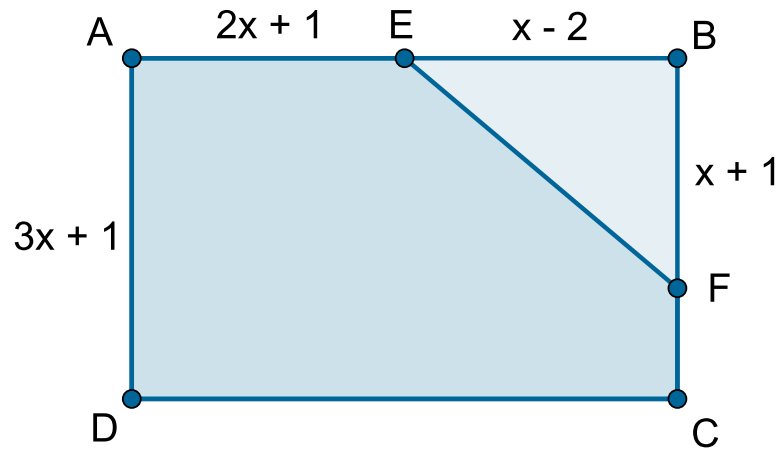
☐ $2x + 4y$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Zapisz w najprostszej postaci wyrażenie, opisujące pole pięciokąta $ADCFE$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $4,5x^2 + 0,10x$

☐ $6,5x^2 + 0,15x$

☐ $2,5x^2 + 0,25x$

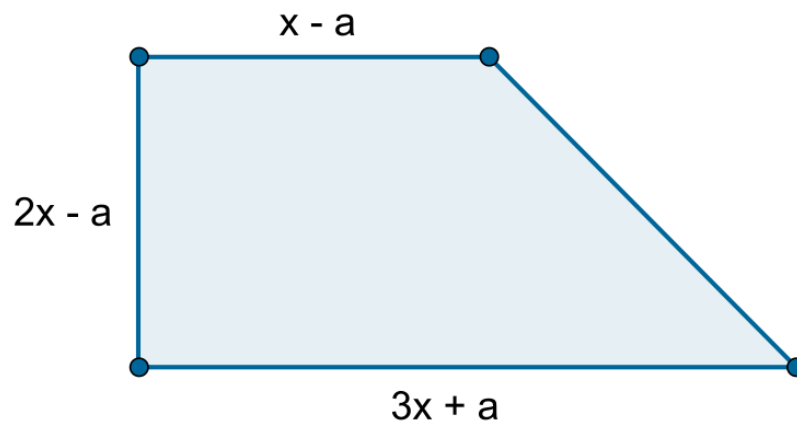
☐ $8,5x^2 + 0,5x$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Rysunek przedstawia trapez.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Które wyrażenia opisują pole trapezu? Zaznacz wszystkie prawidłowe odpowiedzi.

☐ $\frac{1}{2}(2x - a) \cdot 4x$

☐ $(3x + a)(2x - a) - (x + a)(2x - a)$

☐ $\frac{1}{2}(2x - a)(4x + 2a)$

☐ $(3x + a)(2x - a) - x(2x - a)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Uzupełnij tabelę wynikami mnożenia wyrażeń algebraicznych.

	$xy + 2x^2$	$x^2y^2 + 2x^2$	$5(x^2y^2 - 2x^2)$
$x - y$			
$-\frac{1}{2}x + 4y$			
$x^3y - \frac{1}{2}x$			

$$2x^5y + x^4y^2 - x^3 - \frac{1}{2}x^2y$$

$$-\frac{1}{2}x^3y^2 - x^3 + 4x^2y^3 + 8x^2y$$

$$x^3y^2 + 2x^3 - x^2y^3 - 2x^2y$$

$$5x^5y^3 - 10x^5y - \frac{5}{2}x^3y^2 + 5x^3$$

$$2x^3 - x^2y - xy^2$$

$$5x^3y^2 - 10x^3 - 5x^2y^3 + 10x^2y$$

$$-x^3 + \frac{15}{2}x^2y + 4xy^2$$

$$x^5y^3 + 2x^5y - \frac{1}{2}x^3y^2 - x^3$$

$$-\frac{5}{2}x^3y^2 + 5x^3 + 20x^2y^3 - 40x^2y$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Zapisz w najprostszej postaci wyrażenie algebraiczne opisujące daną sytuację. Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Różnicę kwadratu liczby nieparzystej $2n + 1$ i iloczynu dwóch kolejnych liczb nieparzystych mniejszych od niej opisuje wyrażenie .
- Sumę kwadratu liczby parzystej $2n$ i iloczynu dwóch kolejnych liczb parzystych większych od niej opisuje wyrażenie .

$$8n^2 + 12n + 8$$

$$6n^2 - 12n + 6$$

$$14n + 6$$

$$4n^2 + 10n + 8$$

$$10n - 4$$

$$12n - 2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21



Obraz bez ramy jest prostokątem o długości $2x - 1$ i szerokości $x + 4$. Szerokość ramy, w której znajduje się obraz, stanowi 10% długości obrazu. Jakie pole powierzchni zajmuje obraz z ramą? O ile większe jest pole powierzchni obrazu od pola powierzchni ramy? Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Obraz z ramą zajmuje .
- Powierzchnia obrazu jest o większa od powierzchni ramy.

$$0,63x^2 + 6,55x - 3,22$$

$$3,36x^2 + 7,44x - 4,56$$

$$0,64x^2 + 6,56x - 3,44$$

$$0,62x^2 + 6,54x - 3,33$$

$$3,32x^2 + 5,22x - 4,54$$

$$3,34x^2 - 6,11x - 4,58$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.