



Równanie liniowe

Równanie oznaczone, sprzeczne, tożsamościowe. Rozwiązywanie równań. Przekształcanie równań. Rozwiązanie równania. Animacja: rozwiązywanie równań liniowych - przypadki.

Równanie liniowe

Obliczanie miejsca zerowego funkcji liniowej

$$f(x) = ax + b$$

sprowadza się do rozwiązania równania z niewiadomą x postaci

$ax + b = 0$, dla ustalonych wartości współczynników a i b . Takie równanie nazywamy równaniem liniowym.

- a. Jeśli $a \neq 0$, to mamy $ax = -b$, skąd $x = -\frac{b}{a}$. Wynika z tego, że każda funkcja liniowa $f(x) = ax + b$, gdzie $a \neq 0$, ma dokładnie jedno miejsce zerowe $x_0 = -\frac{b}{a}$. Korzystając z poznanych własności funkcji liniowej, zauważmy też, że dla $a \neq 0$ funkcja $f(x) = ax + b$ nie jest stała (jest rosnąca dla $a > 0$, malejąca dla $a < 0$), zatem prosta będąca jej wykresem przecina oś X w dokładnie jednym punkcie $(-\frac{b}{a}, 0)$.
- b. Jeśli $a = 0$, to funkcja f określona jest wzorem $f(x) = b$. Jest to funkcja stała.
- Gdy $a = 0$ i $b \neq 0$, to równanie $f(x) = 0$ jest sprzeczne, więc w tym przypadku funkcja liniowa nie ma miejsc zerowych. Wykresem takiej funkcji liniowej jest prosta równoległa do prostej o równaniu $y = 0$ i przecinająca oś Y w punkcie $(0, b)$.
 - Gdy $a = 0$ i $b = 0$, to funkcja f jest tożsamościowo równa 0, to znaczy, że dla każdej liczby rzeczywistej x przyjmuje wartość zero. W tym przypadku funkcja f ma nieskończenie wiele miejsc zerowych. Każda liczba rzeczywista jest miejscem zerowym funkcji f . Wykres takiej funkcji liniowej pokrywa się z prostą o równaniu $y = 0$.

Przykład 1

Rozwiążemy równania.

$$\bullet \quad \frac{x+1}{2} - \frac{2x-5}{6} = \frac{3}{4}$$

Przekształcamy równanie równoważnie. Najpierw mnożymy je obustronnie przez 12

$$6(x+1) - 2(2x-5) = 9.$$

Stosujemy prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania, otrzymujemy:

$$6x + 6 - 4x + 10 = 9$$

$$2x = -7.$$

Równanie ma jedno rozwiązanie $x = -\frac{7}{2}$.

- $(x + 2)^2 = (x - 2)(x + 2)$

Przekształcamy równanie równoważnie, stosując najpierw wzory skróconego mnożenia

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 4.$$

Po zredukowaniu x^2 otrzymujemy równanie liniowe:

$$4x + 4 = -4$$

$$4x = -8$$

$$x = -2.$$

Równanie ma zatem jedno rozwiązanie $x = -2$.

- $(x + 3)(x - 3) + 2x = (x + 1)^2$

Przekształcamy równanie równoważnie, stosując najpierw wzory skróconego mnożenia

$$x^2 - 9 + 2x = x^2 + 2x + 1.$$

Po zredukowaniu x^2 i $2x$ otrzymujemy równość sprzeczną

$$0 \cdot x = 10.$$

A zatem równanie nie ma rozwiązań.

- $3x^2 + (x - 1)(x + 1) + 10 = (2x - 3)^2 + 12x$

Przekształcamy równanie równoważnie, stosując najpierw wzory skróconego mnożenia:

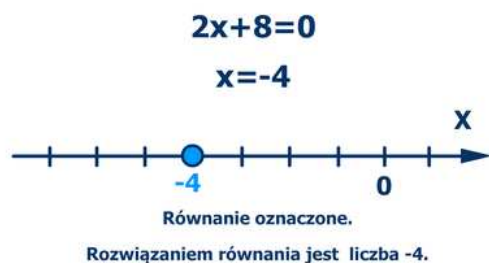
$$3x^2 + x^2 - 1 + 10 = 4x^2 - 12x + 9 + 12x.$$

Po zredukowaniu otrzymujemy

$$0 \cdot x = 0.$$

Rozwiązaniem równania jest każda liczba rzeczywista x .

Rozwiązywanie równań liniowych



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RqCInCqsArSwS>

Miejsce zerowe funkcji liniowej. Równanie nierówności liniowej. Atrapa animacja_286

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja pokazuje kolejne kroki rozwiązywania trzech równań. Równanie $2x+8=0$ jest oznaczone, jego rozwiązaniem jest punkt leżący na osi liczbowej $x=-4$. Równanie $2x+8=2x+6$ jest sprzeczne, nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych. Równanie $2x+8=2x+8$ jest tożsamościowe, jego rozwiązaniem są wszystkie liczby rzeczywiste. Rozwiązania opisanych równań zaznaczono na osi liczbowej.