

## Wstęp do wyrażeń algebraicznych

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Test samosprawdzający
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



## Wstęp do wyrażeń algebraicznych

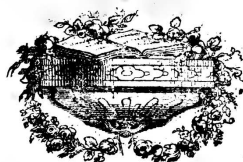
Źródło: dostępny w internecie: pixabay.com, domena publiczna.

# ALGIEBRA

DLA  
SZKOŁ NARODOWYCH

*Pierwszy raz wydane.*

Nieopracené . . . . . Zł. 6.  
Opracné w papier . . . . . Zł. 6 gr. 10.



Roku 1782

w Masywlu u *Michala Gröbla* B. J. K. Meš Nro 24 pód znakiém Poštów, i po  
wšyřłkich Szkołach w Kraju.

Polski podręcznik do algebry z 1782 r.

Źródło: dostępny w internecie: commons.wikimedia.org,  
domena publiczna.

Twoje cele

Wzory geometryczne, wzory algebraiczne, równania, nierówności czy układy równań zapisywane są najczęściej za pomocą wyrażeń algebraicznych. Dobra znajomość pojęć związanych z wyrażeniami algebraicznymi jest więc niezbędna w dalszej nauce matematyki.

W tym materiale przypomnisz sobie te pojęcia i poszerzysz dotychczasowe wiadomości o wyrażeniach algebraicznych.

- Odczytasz i zapiszesz wyrażenie algebraiczne.
- Obliczysz wartość liczbową wyrażenia algebraicznego.
- Rozpoznasz, utworzysz i uporządkujesz jednomian.

# Przeczytaj

## Odczytywanie i zapisywanie wyrażeń algebraicznych

### Definicja: Wyrażenie algebraiczne

Wyrażenia algebraiczne to liczby, litery lub liczby i litery połączone znakami działań.

W wyrażeniach algebraicznych mogą występować też nawiasy.

Litery występujące w wyrażeniach algebraicznych nazywamy **zmiennymi**.

Przykłady wyrażeń algebraicznych:

$$-2, x, m^2 - 6, abc, (3x - 2) : 4, \sqrt{k + r}$$

**Wyrażenie algebraiczne** przyjmuje nazwę od ostatniego działania wykonywanego w tym wyrażeniu.

### Przykład 1

Odczytamy podane wyrażenia.

Wyrażenie zapisane symbolicznie	Wyrażenie zapisane słowami
$2x$	iloczyn liczby 2 przez $x$
$5c - 1$	różnica iloczynu liczby 5 przez $c$ i liczby 1
$x^2 + y^2$	suma kwadratów liczb $x$ oraz $y$
$3x^2 + 2a$	suma potrojonego kwadratu liczby $x$ i podwojonej liczby $a$
$\sqrt{a^3}$	pierwiastek z sześcianu liczby $a$
$(a + b)^3$	sześcian sumy liczb $a$ i $b$
$a^2 - b^2$	różnica kwadratów liczb $a$ i $b$

### Przykład 2

Zapiszemy symbolicznie podane wyrażenia.

Wyrażenie zapisane słowami	Zapis symboliczny wyrażenia
różnica liczby $m$ i sześcianu liczby $b$	$m - b^3$
iloraz kwadratu liczby $a$ i sześcianu liczby 2	$a^2 : 2^3$

**Wyrażenie zapisane słowami****Zapis symboliczny wyrażenia**kwadrat sumy liczb  $a$  oraz  $b$ 

$$(a + b)^2$$

Za pomocą wyrażeń algebraicznych możemy zapisywać rozwiązania zadań tekstowych, w których zamiast liczb występują litery (zmiennie).

**Przykład 3**

O ile procent zwiększy się pole prostokąta o bokach długości  $k$  i  $b$ , jeśli każdy z jego boków powiększymy o 20%?

**Analiza zadania:**

$1,2k$  oraz  $1,2b$  – długości boków prostokąta po zwiększeniu,  
 $kb$  – początkowe pole prostokąta,  
 $1,2k \cdot 1,2b$  – pole prostokąta po zwiększeniu długości boków.

**Rozwiązanie:**

$$1,2k \cdot 1,2b = 1,44kb$$

**Odpowiedź:**

Pole prostokąta zwiększy się o 44%.

## Obliczanie wartości liczbowej wyrażeń algebraicznych

Znamy już wzory na obliczanie pól niektórych wielokątów. Jeśli w miejsce zmiennych podstawimy liczby, możemy, korzystając z tych wzorów, obliczyć pole danego wielokąta. Mówimy wtedy, że obliczyliśmy **wartość liczbową** wyrażenia algebraicznego.

**Ważne!**

Aby obliczyć wartość liczbową wyrażenia algebraicznego, należy w tym wyrażeniu w miejsce liter podstawić dane liczby.

**Przykład 4**

Obliczymy wartość liczbową wyrażenia  $\frac{(x+y)(x-y)-x(x-2y)^2}{2x+3y}$ , jeśli  $x = \sqrt{2}$ ,  $y = -\sqrt{2}$ .

**Rozwiązanie:**

Do danego wyrażenia w miejsce liter  $x$ ,  $y$  podstawiamy odpowiednio  $\sqrt{2}$  oraz  $(-\sqrt{2})$  i wykonujemy wskazane działania:

$$\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{2})-\sqrt{2}(\sqrt{2}+2\sqrt{2})^2}{2\sqrt{2}-3\sqrt{2}} = \frac{0-\sqrt{2}\cdot(3\sqrt{2})^2}{-\sqrt{2}} = \frac{-18\sqrt{2}}{-\sqrt{2}} = 18$$

## Jednomian

### Definicja: Jednomian

Jednomian to liczba lub litera, lub iloczyn liter, lub iloczyn liczb i liter.

Przykłady jednomianów:

$$-6, 9x, (-4)an^2, bk \cdot kx^6$$

Jednomiany takie, jak na przykład  $-2a \cdot (-3a)$  można przedstawić w prostszej postaci, zapisując na początku współczynnik liczbowy. Takie przedstawienie jednomianu nazywamy **uporządkowaniem** jednomianu.

Jeżeli w jednomianie występują różne zmienne, zapisując **jednomian** w postaci uporządkowanej, **zmienne zapisujemy w porządku alfabetycznym**.

Czynnik liczbowy występujący na początku uporządkowanego jednomianu, nazywamy **współczynnikiem** jednomianu.

### Przykład 5

Zapiszemy jednomiany w postaci uporządkowanej.

$$-2a^2 \cdot 4a = -8a^3$$

$$0,75xy \cdot x \cdot (-4)y = -3x^2y^2$$

$$mact = acmt$$

### Definicja: Jednomiany podobne

Jednomiany, które różnią się co najwyżej współczynnikami liczbowymi, nazywamy podobnymi.

### Przykład 6

Jednomiany podobne:

$$ab \text{ i } 6ab$$

$$-\sqrt{2}amy^3 \text{ i } 7amy^3$$

### Przykład 7

Określimy stopień każdego jednomianu.

$5x^3$  – **jednomian** zmiennej  $x$  trzeciego stopnia

$-\sqrt{13}a$  – jednomian zmiennej  $a$  pierwszego stopnia

7 – jednomian zerowego stopnia

## Słownik

### wyrażenie algebraiczne

liczby, litery lub liczby i litery połączone znakami działań; w wyrażeniach algebraicznych mogą występować też nawiasy

### jednomian

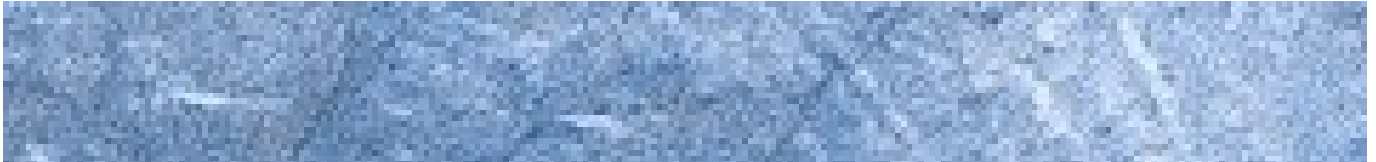
liczba lub litera, lub iloczyn liter, lub iloczyn liczb i liter

# Test samosprawdzający

---

## Polecenie 1

Rozwiąż test, a następnie wykonaj poniższe polecenia.



Test

## Zapisywanie wyrażeń algebraicznych i obliczanie ich wartości

Sprawdzisz:

- swoje umiejętności w zakresie odczytywania i zapisywania wyrażeń algebraicznych,
- czy potrafisz obliczyć wartość liczbową wyrażenia algebraicznego,
- czy rozpoznajesz, umiesz utworzyć i uporządkować jednomian.

Liczba pytań:

**5**

Limit czasu:

**15 min**

Twój ostatni wynik:

-

Trwa wczytywanie...

### Polecenie 2



Które zadanie sprawiło ci najwięcej kłopotu? Jak myślisz – dlaczego? Zastanów się jakie umiejętności musisz jeszcze ukształtować, aby bezbłędnie rozwiązać podobne zadania.

### Polecenie 3

Oblicz wartość liczbową iloczynu sumy kwadratów liczb  $x$  i  $y$  przez różnicę tych liczb, gdy  $x = -2\sqrt{3}$ ,  $y = 3\sqrt{3}$ .

# Sprawdź się

---

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Średnią kwadratową  $n$  liczb rzeczywistych  $a_1, a_2, \dots, a_n$  nazywamy liczbę:

$$K = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$$

Oblicz średnią kwadratową liczb 2, 4, 4, 8.

# Dla nauczyciela

---

**Autor:** Justyna Cybulska

**Przedmiot:** Matematyka

**Temat zajęć:** Wstęp do wyrażeń algebraicznych

**Grupa docelowa:** III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony, klasa I lub II

**Podstawa programowa:**

II. Wyrażenia algebraiczne.

Uczeń:

2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych.

**Kształtowane kompetencje kluczowe:**

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii;
- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

**Cele operacyjne:**

Uczeń:

- odczytuje i zapisuje wyrażenie algebraiczne
- oblicza wartość liczbową wyrażenia algebraicznego
- rozpoznaje, tworzy i porządkuje jednomiany
- analizuje problem algebraiczny i dobiera odpowiedni model do jego rozwiązania

**Strategie nauczania:**

- konstruktywizm

**Metody i techniki nauczania:**

- burza mózgów;
- odwrócona lekcja;
- mapowanie pojęć;
- samosprawdzian.

### **Formy pracy:**

- praca indywidualna;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

### **Środki dydaktyczne:**

- komputery z głośnikami i dostępem do internetu, słuchawki.

### **Przebieg zajęć:**

#### **Faza wprowadzająca:**

1. Uczniowie będą pracowali metodą odwróconej lekcji. Zatem kilka dni wcześniej nauczyciel prosi, aby uczniowie przypomnieli sobie podstawowe pojęcia związane z wyrażeniami algebraicznymi.
2. Uczniowie metodą burzy mózgów przypominają podstawowe pojęcia dotyczące wyrażeń arytmetycznych (aby w dalszej pracy określić analogiczne pojęcia związane z wyrażeniami algebraicznymi).
3. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć, uczniowie ustalają kryteria sukcesu.

#### **Faza realizacyjna:**

1. Uczniowie pracują w grupach metodą odwróconej lekcji. Najpierw wymieniają między sobą wiadomości na temat wyrażeń algebraicznych, które pozyskali w domu. Następnie mapują, na użytek swojej grupy, wspólnie zebrane podstawowe pojęcia dotyczące wyrażeń algebraicznych.
2. Uczniowie, pracując nadal w tych samych grupach, wykonują ćwiczenia interaktywne. W razie problemów, mogą zapoznać się z częścią teoretyczną materiałów, skorzystać z wykonanych plakatów lub prosić o pomoc kolegów z innej grupy.
3. Teraz każdy z uczniów dokonuje „samosprawdzianu”, rozwiązując testy samosprawdzające i określając procent zadań rozwiązanych poprawnie za pierwszym razem.

#### **Faza podsumowująca:**

1. Uczniowie w grupach (tych samych w których pracowali na początku lekcji) omawiają wyniki swojej pracy, wspólnie zastanawiając się nad popełnionymi błędami i ustalają jak ich w przyszłości uniknąć.
2. Liderzy grup podsumowują na forum klasy pracę swoich grup oraz przedstawiają po jednym ich zdaniem najważniejszym elemencie zajęć.
3. Nauczyciel przedstawia wyniki swoich obserwacji, ocenia pracę uczniów.
4. Plakaty z mapami pojęć uczniowie umieszczają w widocznym miejscu w klasie – będą z nich korzystać na następnych lekcjach poświęconych wyrażeniom algebraicznym,

dopisywać następne pojęcia.

### **Praca domowa:**

Zadaniem uczniów jest przypomnieć sobie w domu własności działań i prawa działań na liczbach rzeczywistych (na kilku następnych zajęciach będą wykonywali działania na wyrażeniach algebraicznych, wzorując się na analogicznych działaniach na liczbach).

### **Materiały pomocnicze:**

Roman Duda, *Historia matematyki w Polsce na tle dziejów nauki i kultury*, Oficyna Wydawnicza ASPRA-JR.

### **Wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych**

### **Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania multimedium:**

Tematyka związana z wyrażeniami algebraicznymi omawiana była już w szkole podstawowej, zatem uczniowie mogą, przygotowując się w domu do zajęć, rozwiązać test.