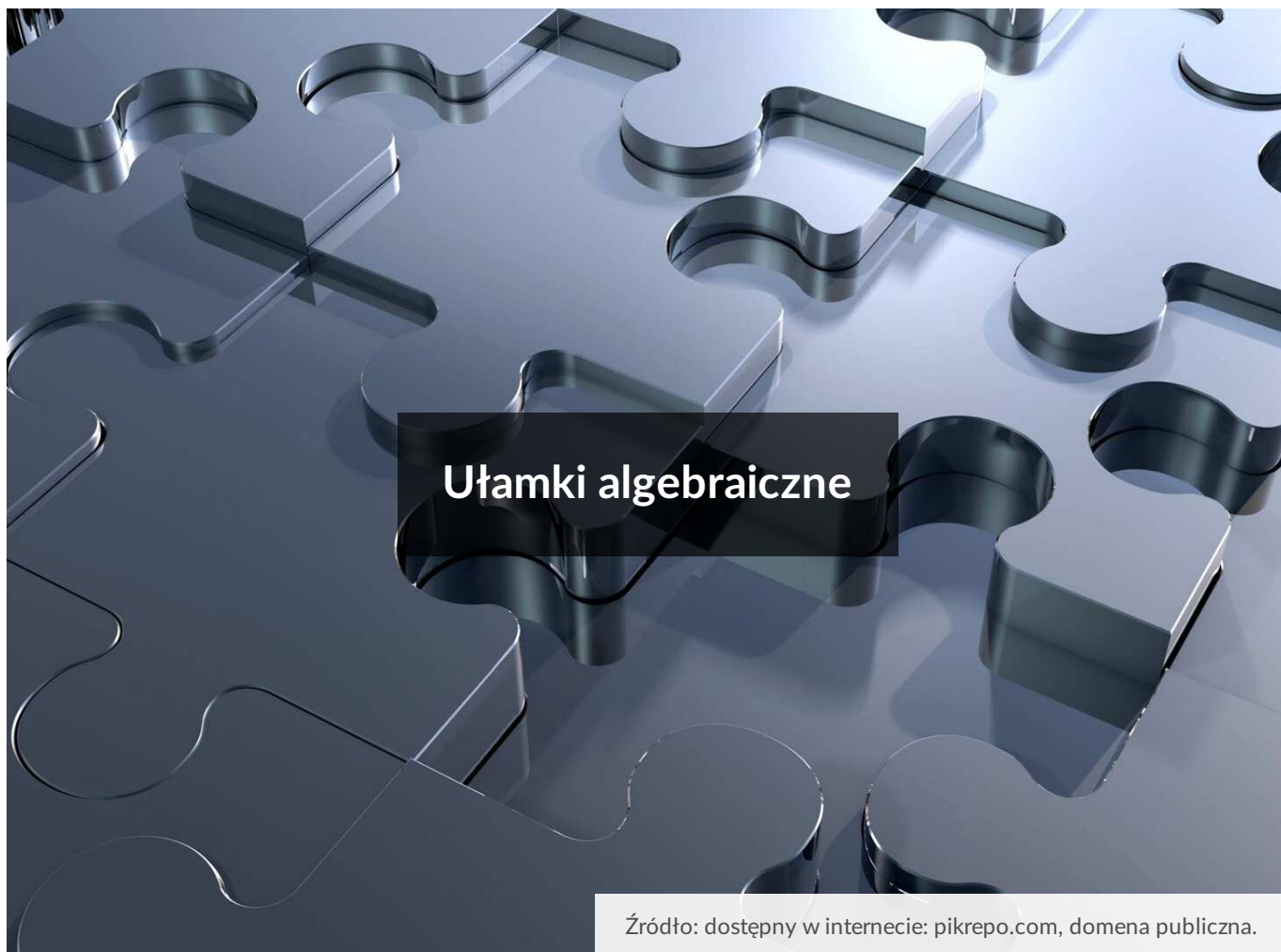




Ułamki algebraiczne

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Gra edukacyjna
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Wyrażenia algebraiczne mogą mieć różną postać.

W tej lekcji zajmiemy się omówieniem takich wyrażeń algebraicznych, które można zapisać w postaci ilorazu, z użyciem kreski ułamkowej.

Twoje cele

- Wyjaśnisz analogie między uławkami zwykłymi i wyrażeniami algebraicznymi zapisanymi w formie ułamka.
- Obliczysz wartości wyrażeń algebraicznych tego typu.
- Określisz, w jakich sytuacjach obliczenie wartości ułamka nie jest możliwe.

Przeczytaj

Zajmiemy się tutaj wyrażeniami algebraicznymi zapisanymi w formie ułamka zwykłego. Ułamek, którego licznik i mianownik są wyrażeniami algebraicznymi nazywamy uławkami algebraicznymi.

Rozważmy kilka wyrażen algebraicznych zapisanych w formie ułamka.

Przykład 1

Obliczmy wartości wyrażen algebraicznych dla $a = -3$, $b = 2$, $c = -1$.

Ważne!

Wykonując operacje na uławkach algebraicznych należy pamiętać o uwzględnieniu dziedziny ułamka. Mianownik ułamka w każdej jego postaci (również przed dokonaniem ewentualnego skracania ułamka) musi być różny od 0.

Określając dziedzinę wyrażenia algebraicznego należy podać dla wszystkich zmiennych występujących w wyrażeniu warunki, przy których spełnieniu wyrażenie przyjmuje jakąś wartość; w szczególności:

- mianowniki ułamków i liczby przez które dzielimy muszą być różne od zera;
- liczby podpierwiastkowe pierwiastków parzystego stopnia nie mogą być liczbami ujemnymi;
- podstawa logarytmu i liczba logarytmowana muszą być dodatnie, ponadto podstawa logarytmu musi być różna od 1;
- zero nie może być podstawą potęgi o wykładniku 0.

Przykład 2

Rozważmy sześć wyrażen algebraicznych zapisanych w formie ułamka. Ustalmy, które z tych wyrażen są równe wyznaczając ich dziedzinę i sprowadzając

wyrażenia do najprostszej postaci.

Porównując założenia widzimy, że mamy następujące pary wyrażeń równych:

- 1 oraz 2
- 4 oraz 6

Przykład 3

Dane jest wyrażenie $\frac{1}{k + \frac{2}{m + \frac{3}{n}}}$. Jaka jest

- (a) największa,
- (b) najmniejsza wartość,

którą może przyjąć to wyrażenie, jeśli k, m, n są różnymi dodatnimi liczbami jednocyfrowymi?

(a) szukamy największej wartości wyrażenia

- Ułamek ma przyjąć wartość największą, więc jego mianownik $k + \frac{2}{m + \frac{3}{n}}$ powinien przyjąć wartość najmniejszą.
- Zatem liczba $m + \frac{3}{n}$ powinna być możliwie duża, zaś liczba n mała.
- Oznacza to, że m powinno przyjąć wartość dużą, zaś k i n – małą. Mamy więc do rozważenia dwie sytuacje:
 - $m = 9, k = 1, n = 2$,
wtedy $\frac{1}{k + \frac{2}{m + \frac{3}{n}}} = \frac{21}{25}$.
 - $m = 9, k = 2, n = 1$,
wtedy $\frac{1}{k + \frac{2}{m + \frac{3}{n}}} = \frac{6}{13}$.
- Największa wartość ułamka to $\frac{21}{25}$.

(b) analogicznie wyznaczyć możemy najmniejszą wartość wyrażenia

- Zauważmy, że m powinno przyjąć wartość małą, zaś k i n - możliwie dużą. Mamy więc do rozważenia dwie sytuacje:
- $m = 1, k = 8, n = 9$,
wtedy $\frac{1}{k + \frac{2}{m + \frac{3}{n}}} = \frac{2}{19}$.
- $m = 1, k = 9, n = 8$,
wtedy $\frac{1}{k + \frac{2}{m + \frac{3}{n}}} = \frac{11}{115}$.
- Najmniejsza wartość ułamka to $\frac{11}{115}$.

Słownik

dziedzina wyrażenia algebraicznego

zbiór liczb, dla których wyrażenie algebraiczne ma sens liczbowy.

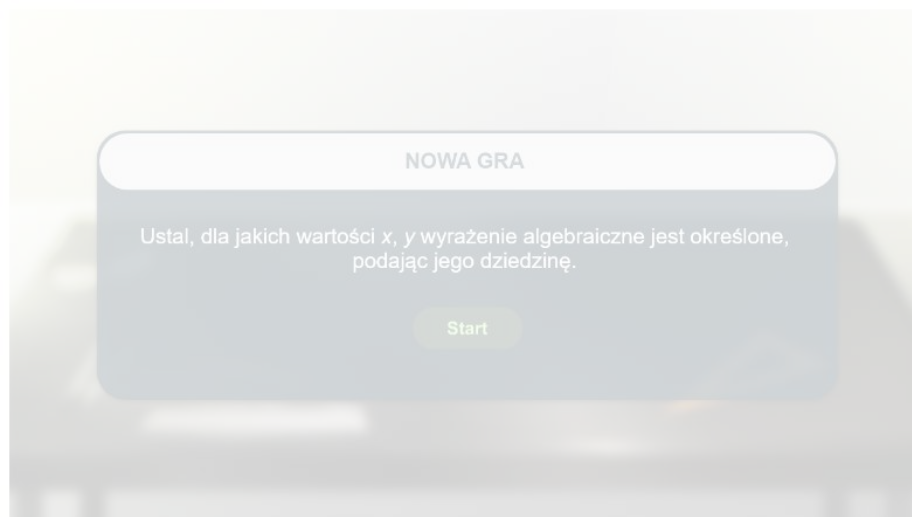
ułamek algebraiczny

ułamek, którego licznik i mianownik są wyrażeniami algebraicznymi.

Gra edukacyjna

Polecenie 1

Rozwiąż zadania w grze edukacyjnej.






Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DVvVwmMJM>

Polecenie 2

Ustal, dla jakich wartości zmiennych x , y zachodzi równość wyrażeń:

- $\frac{5x}{7y} = \frac{10xy}{14y^2}$
- $\frac{x+2}{5xy+10y} = \frac{x-4}{5xy-20y}$
- $\frac{6xy}{9x^2+3x} = \frac{8y^2}{12xy+4y}$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Ćwiczenie 9



Dla nauczyciela

Autor: Michał Niedźwiedź

Przedmiot: Matematyka

Temat: Ułamki algebraiczne

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

II. Wyrażenia algebraiczne. Zakres podstawowy. Uczeń:

7) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii;
- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:

Uczeń:

- zauważa analogie między ułamkami zwykłymi i wyrażeniami algebraicznymi zapisanymi w formie ułamka;
- oblicza wartości wyrażeń algebraicznych tego typu;
- opisuje sytuacje, w jakich obliczenie wartości ułamka nie jest możliwe.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- odwrócona klasa;
- dyskusja;
- metoda kota i myszy;

- grywalizacja.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

- Nauczyciel prosi uczniów o zapoznanie się z zagadnieniami, które będą poruszane podczas lekcji.

Faza wstępna:

- Nauczyciel inicjuje rozmowę wprowadzającą w temat: „Ułamki algebraiczne”.
- Nauczyciel przedstawia uczniom celów lekcji, a następnie określenie kryteriów sukcesu.

Faza realizacyjna:

- Uczniowie w parach zapoznają się z treścią sekcji „Przeczytaj”, a następnie metodą kot i mysz rozwiązują ćwiczenia interaktywne w sekcji „Sprawdź się”. Mysz stara się jak najlepiej rozwiązać zadania, a kot sprawdza ich poprawność. Po 2 nieudanych próbach kot „łapie mysz”, która odpada z gry. Aby gra toczyła się dalej – role uczniów odwracają się i mysz staje się kotem – procedura się powtarza.
- Uczniowie w parach grają w grę edukacyjną, następnie na forum klasy omawiają ewentualne problemy związane z przykładami w niej. Osoby, które zdobyły najwięcej punktów mogą otrzymać oceny.

Faza podsumowująca:

- Nauczyciel omawia ewentualne problemy z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.
- Wybrany uczeń podsumowuje zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności.

Praca domowa:

- Zadanie dla kolegi/koleżanki. Uczniowie dobierają się w pary i opracowują zadania analogiczne do ćwiczeń 6 i 9 z sekcji „Sprawdź się”. Następnie przesyłają je do siebie mailem, rozwiązują i na następnej lekcji porównują wyniki.

Materiały pomocnicze:

[Wyrażenia algebraiczne](#)

Wskazówki metodyczne:

Gra edukacyjna może zostać wykorzystana na lekcji jako podsumowanie i utrwalenie wiedzy z tematu „Ułamki algebraiczne”.