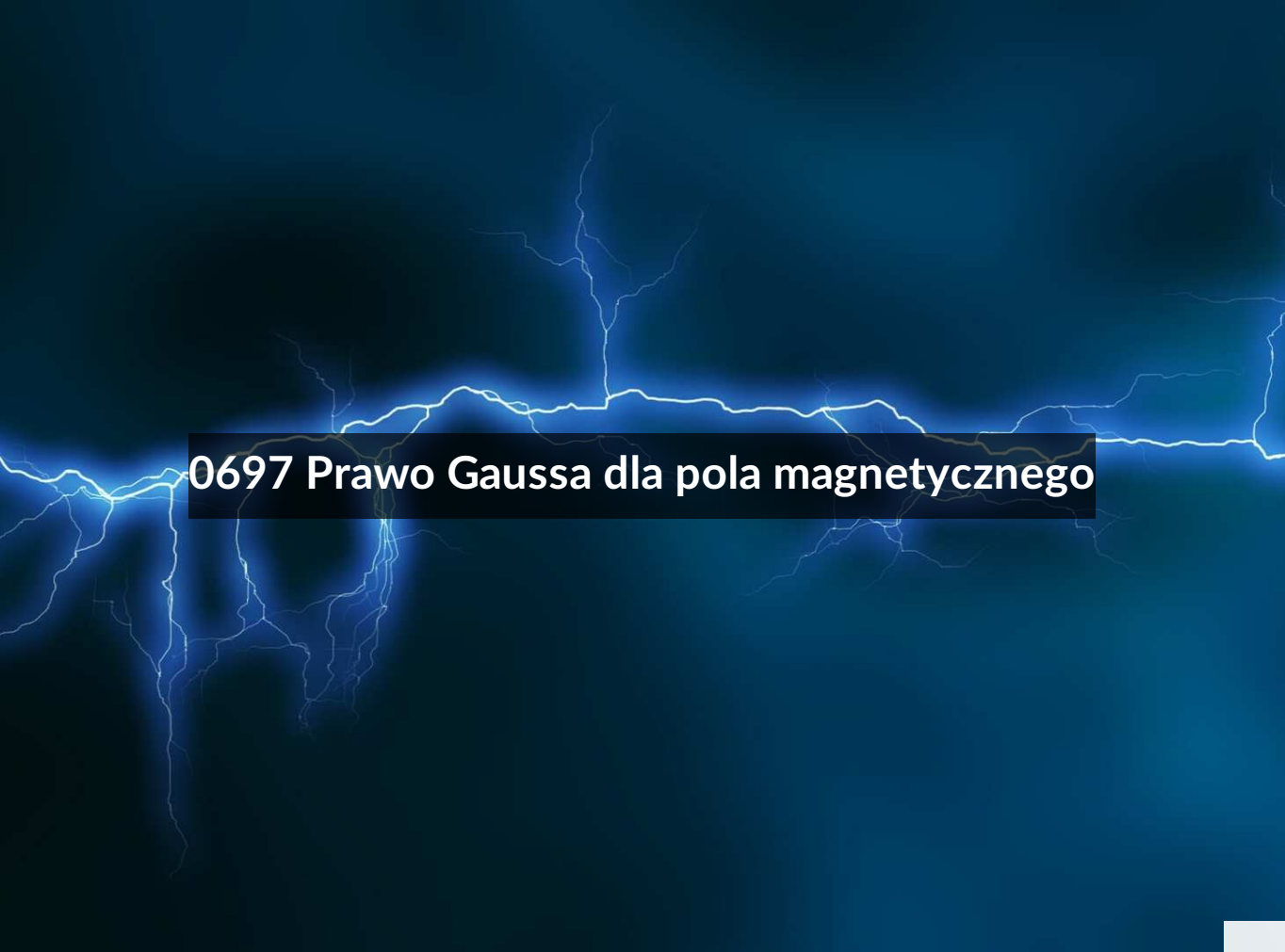




Prawo Gaussa dla pola magnetycznego

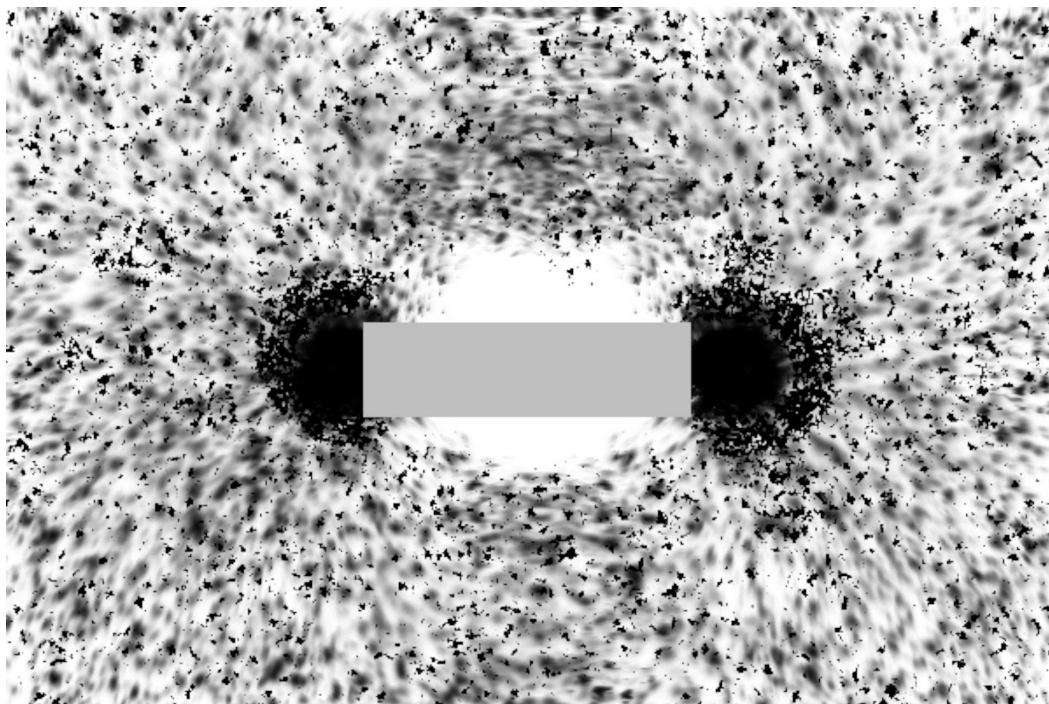
- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



0697 Prawo Gaussa dla pola magnetycznego

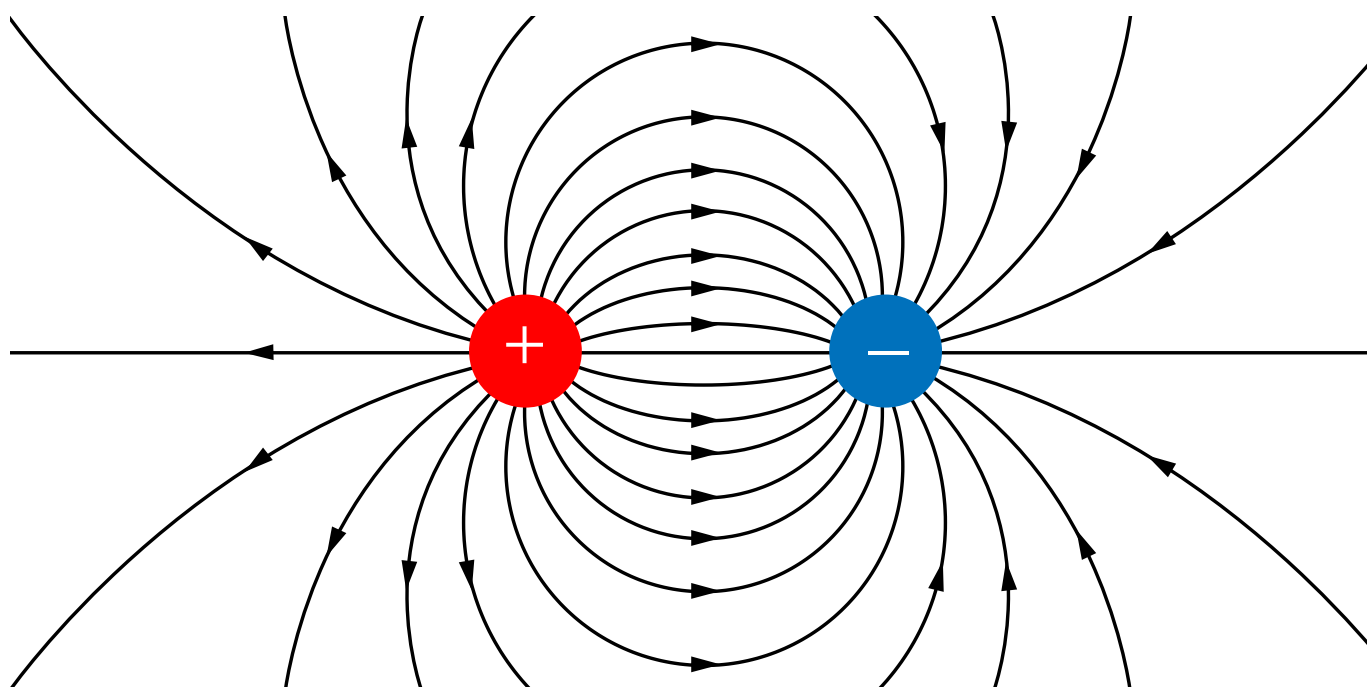
Czy to nie ciekawe?

Jeśli wokół magnesu sztabkowego rozsypimy żelazne opiłki, to ułożą się one tworząc charakterystyczny wzór (Rys. a.). Pod wpływem pola magnetycznego wytworzonego przez magnes opiłki ulegają namagnesowaniu – same stają się małymi magnesami i ustawiają się wzdłuż linii pola magnetycznego. Dostajemy w ten sposób – doświadczalnie – wizualizację pola magnetycznego.



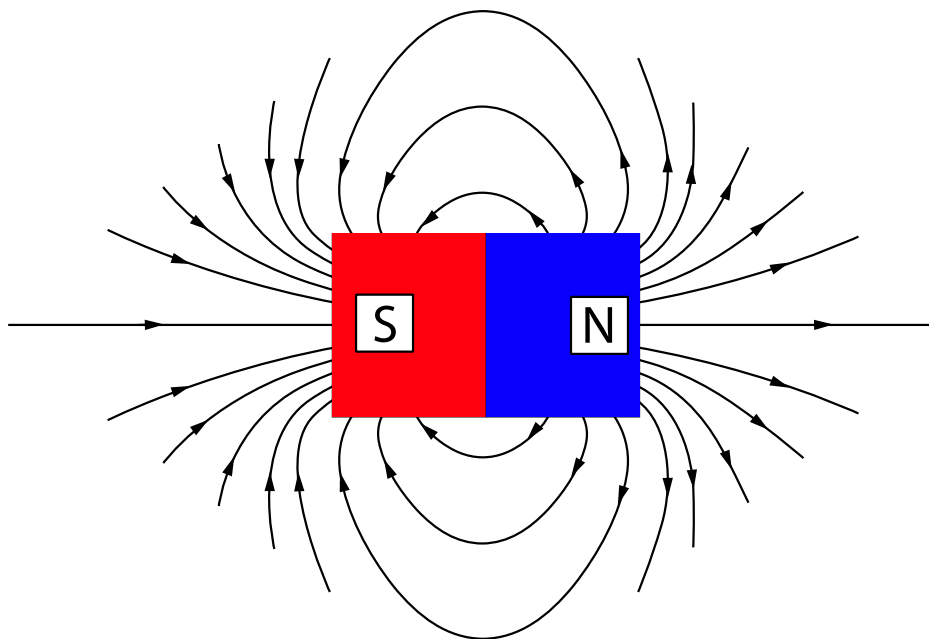
Rys. a. Opilki żelazne rozsypane wokół magnesu sztabkowego

W tym obrazie widzimy symetrię, która przypomina symetrię pola elektrycznego pochodzącego od dwóch przeciwnych ładunków, tj. od dipola elektrycznego. Wydaje się, że istnieją pewne analogie między polem elektrycznym i magnetycznym. Jeśli spojrzymy na dipol elektryczny (Rys. b.) z charakterystycznym układem linii pola i porównamy je do linii pola magnesu sztabkowego (Rys. c.), to zobaczymy podobieństwo. Dlatego magnes nazywamy dipolem magnetycznym.



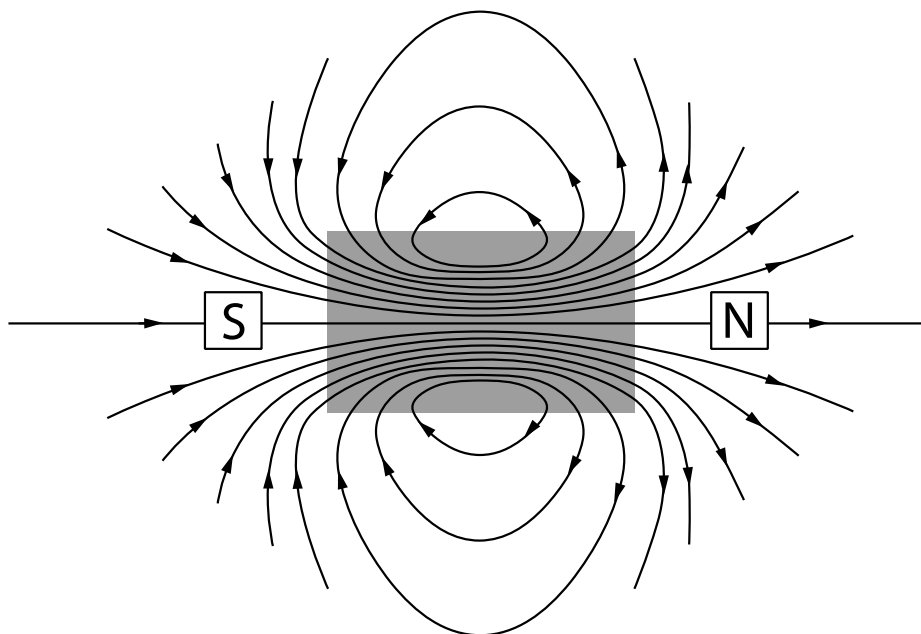
Rys. b. Linie pola elektrycznego w pobliżu dwóch przeciwnych ładunków

Linie pola wychodzą z pewnego miejsca dipola (ładunek dodatni, biegun N) i schodzą się w drugim miejscu (ładunek ujemny, biegun S).



Rys. c. Linie pola magnetycznego na zewnątrz magnesu sztabkowego

Jest to jednak podobieństwo pozorne: wewnątrz magnesu linie pola przebiegają od bieguna S do bieguna N (Rys. d.), inaczej niż w przypadku pola elektrycznego – tam linie pola przebiegają od ładunku dodatniego do ujemnego.



Rys. d. Sytuacja z Rys. c. z "ujawnionym" przebiegiem linii pola indukcji magnetycznej w środku namagnesowanej sztabki

Więcej o liniach pola magnetycznego wytwarzanego przez magnes przeczytasz w e-materiale „Badamy doświadczalnie przebieg linii pola magnetycznego różnych źródeł”.

Wygląda na to, że **linie pola elektrycznego zaczynają się albo kończą na ładunkach, natomiast linie pola magnetycznego tworzą zamknięte pętle.**

Zapoznając się dalej z tym e-materiałem, przekonasz się, że rzeczywiście tak jest, a przebieg linii pola magnetycznego związany jest ściśle z pewnym prawem.

Twoje cele

- objaśniesz, czym jest strumień indukcji magnetycznej,
- zaargumentujesz, że strumień indukcji magnetycznej przez powierzchnię zamkniętą wynosi zero,
- sformułujesz prawo Gaussa dla pola magnetycznego,
- objaśnisz, co oznacza stwierdzenie, że pole magnetyczne jest bezźródłowe,

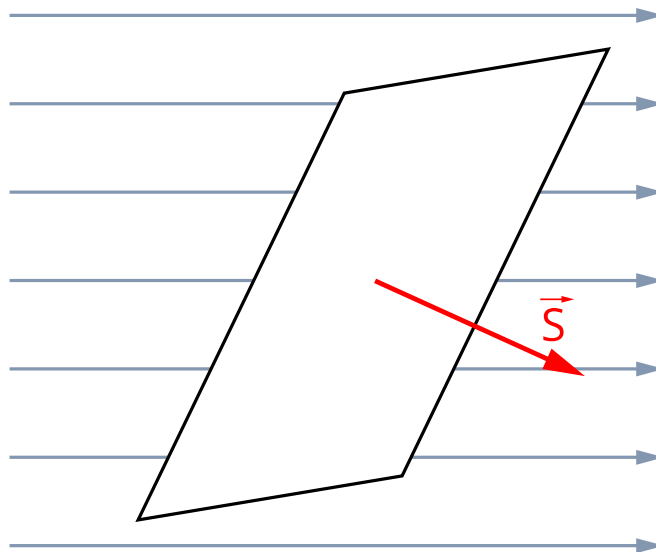
- zastosujesz prawo Gaussa dla pola magnetycznego w pewnych szczególnych przypadkach.

Przeczytaj

Warto przeczytać

O strumieniu indukcji magnetycznej możesz przeczytać więcej w e-materiale „Czym jest strumień indukcji magnetycznej?”. Tutaj tylko przypomnimy tę wielkość fizyczną.

Wyobraź sobie jednorodne pole magnetyczne opisane wektorem indukcji magnetycznej $\vec{B}$. Umieszczamy w tym polu płaską powierzchnię o polu powierzchni o wartości S w zupełnie dowolny sposób tzn. pod dowolnym kątem w stosunku do wektora $\vec{B}$. Zdefiniujmy teraz wektor $\vec{S}$, prostopadły do płaszczyzny powierzchni. Długość tego wektora niech będzie równa wartości powierzchni.



Rys. 1a. Powierzchnia oraz jej wektor normalny. Jego długość równa jest polu prostokąta. Szare strzałki obrazują jednorodne pole magnetyczne

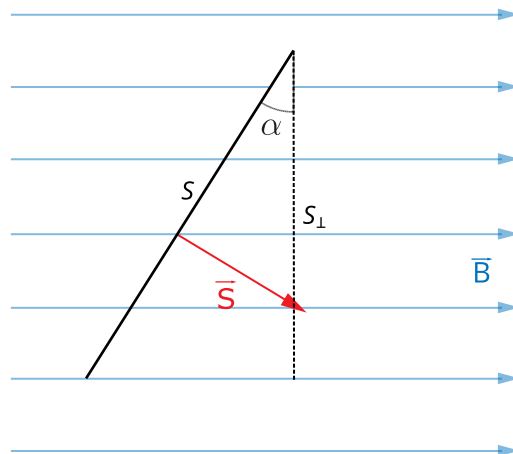
Strumieniem indukcji magnetycznej przez powierzchnię S nazywamy iloczyn skalarny wektorów $\vec{B}$ i $\vec{S}$,

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha,$$

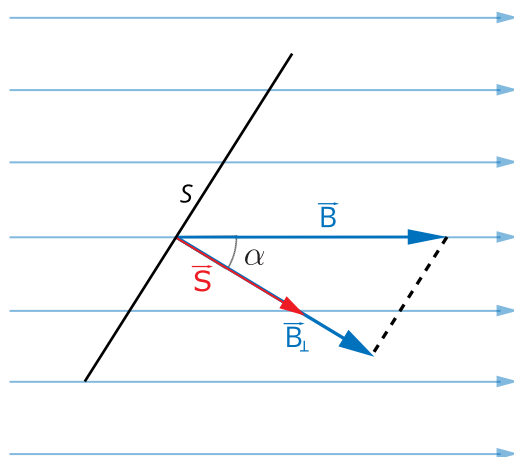
gdzie $\alpha = \angle(\vec{B}, \vec{S})$.

Strumień jest wielkością skalarną, a jego jednostką jest weber (Wb). $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$

Zauważ, że możemy sobie wyobrazić Φ_B jako iloczyn wartości B i $S_{\perp}$, gdzie $S_{\perp} = S \cos \alpha$. Wielkość ta ma prostą interpretację: patrząc na powierzchnię wzdłuż kierunku pola magnetycznego widzimy jej rzut. Jego pole ma zawsze mniejszą wartość niż pole oryginalnej powierzchni, właśnie o czynnik równy cosinusowi kąta między kierunkiem patrzenia i kierunkiem prostopadłym do powierzchni. Analogicznie, zawsze możesz obliczyć wartość strumienia pola magnetycznego mnożąc składową indukcji magnetycznej prostopadłą do powierzchni $B_{\perp}$ ($B_{\perp} = B \cos \alpha$) przez wartość powierzchni (zobacz Rys. 1b. i 1c.; dla wygody powierzchnia została narysowana z boku, tj. prostokąt zastępujemy odcinkiem).



Rys. 1b. Rzutujemy powierzchnię na płaszczyznę prostopadłą do indukcji magnetycznej. Jej pole powierzchni zyskuje czynnik $\cos \alpha$



Rys. 1c. Znajdujemy składową indukcji normalną (prostopadłą) do S (tj. równoległą do wektora normalnego do powierzchni, czyli $\vec{S}$)

A jak obliczyć strumień pola magnetycznego, jeśli pole nie jest jednorodne, a powierzchnia jest zakrzywiona? W rozważanych dalej przypadkach warto mieć o tym intuicyjne pojęcie, ponieważ będziemy rozpatrywać strumień przez powierzchnię zamkniętą, a taka powierzchnia nie może być (wszędzie) płaska!

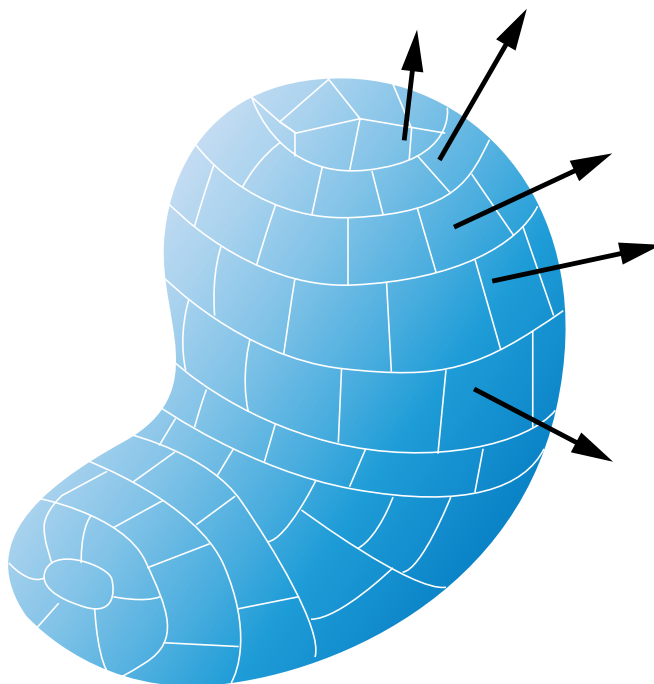
Dzielimy powierzchnię, przez którą mamy obliczyć strumień na tak małe fragmenty dS , żeby móc uznać, że są one płaskie i pole jest „na nich” jednorodne. Wszystko po to, żeby móc zastosować definicję strumienia. Obliczamy wobec tego małe „strumyczki” i je sumujemy. Opisana procedura nosi nazwę całkowania po powierzchni, co zapisuje się jako

$$\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Wcale nie musisz obliczać takich całek, ale warto rozumieć sens takiej procedury.

Szczególną powierzchnią, dla której obliczanie strumienia przynosi ciekawe wyniki, jest powierzchnia *zamknięta*, zwana powierzchnią Gaussa. Należy sobie ją wyobrażać jako powierzchnię (brzeg) bryły. Wtedy można określić wektory powierzchni $d\vec{S}$ –

umówiono się, że zwrócone są na zewnątrz bryły (na Rys. 2. zaznaczone są czarnymi strzałkami).



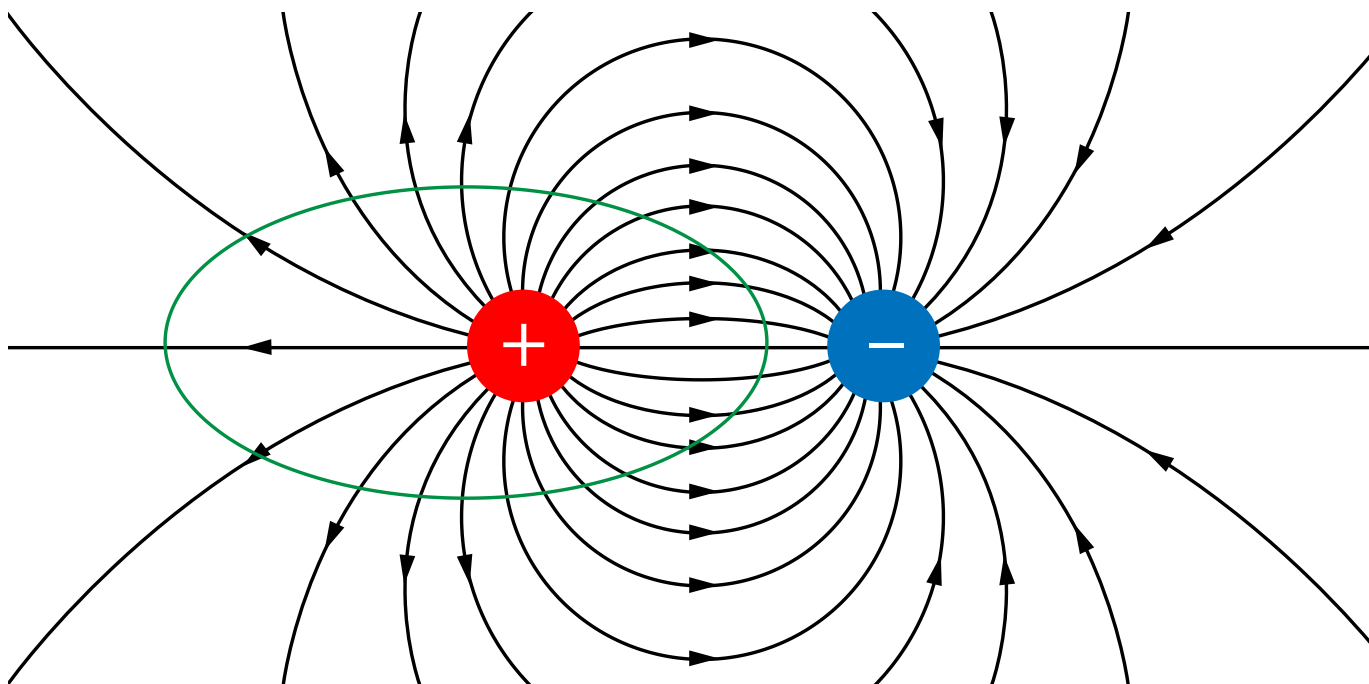
Rys. 2. Powierzchnia zamknięta w kształcie balonika z zaznaczonymi (niektórymi) wektorami $\overrightarrow{\Delta S}$ – powierzchnia Gaussa

W elektrostatyce można udowodnić, że **strumień natężenia pola elektrycznego przez dowolną powierzchnię zamkniętą jest równy całkowitemu ładunkowi w obszarze ograniczonym tą powierzchnią, podzielonemu przez stałą przenikalności elektrycznej próżni ϵ_0** ,

$$\Phi_E = \frac{Q_{\text{całk}}}{\epsilon_0}.$$

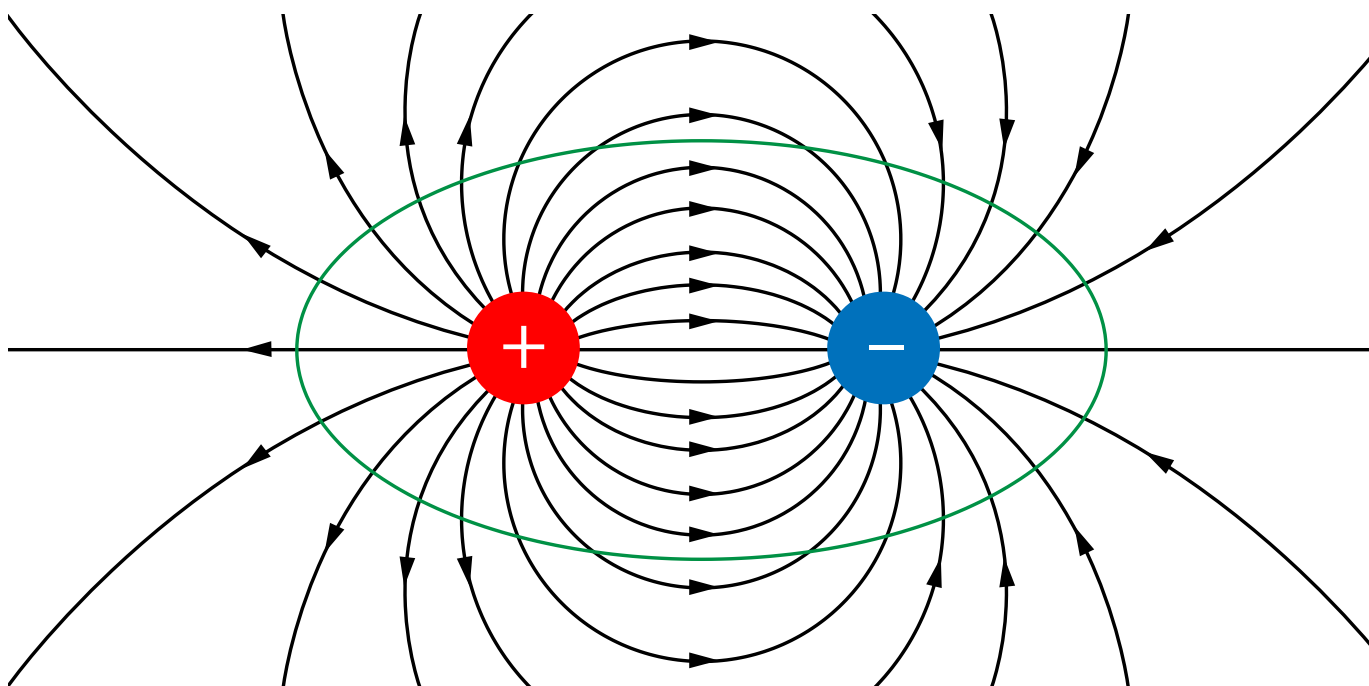
Jeśli wobec tego otoczymy powierzchnią Gaussa jeden z ładunków dipola elektrycznego (Rys. 3.), to otrzymamy niezerowy strumień – dodatni dla ładunku dodatniego, ujemny dla ujemnego. Wielkość strumienia nie będzie zależeć od kształtu tej powierzchni ani jej umiejscowienia – byle obejmowała sobą niezerowy ładunek.

Uwaga: strumień pola wektorowego przez powierzchnię jest znaną w geometrii wielkością i w ogólności – dla dowolnych powierzchni i pól – nie ma powyższych własności, wyjątkowych dla elektromagnetyzmu.



Rys. 3. Powierzchnia Gaussa (zdeformowana sfera) otaczająca jeden z ładunków dipola

Jeśli jednak zwiększymy tę powierzchnię i otoczmy *cały* dipol powierzchnią Gaussa, to całkowity ładunek wewnątrz powierzchni będzie równy zero i wobec tego także strumień pola elektrycznego przez tę powierzchnię. Rzeczywiście, jeśli przyjrzymy się Rys. 4., to zobaczymy, że tyle samo linii pola wychodzi z powierzchni na zewnątrz, co wchodzi przez nią do obszaru objętego powierzchnią.



Rys. 4.

Z taką samą sytuacją będziemy mieli do czynienia, gdy powierzchnię Gaussa umieścimy tak, że nie będzie obejmowała dipola. Więcej na ten temat dowiesz się z e-materiału „Prawo Gaussa dla pola elektrycznego”.

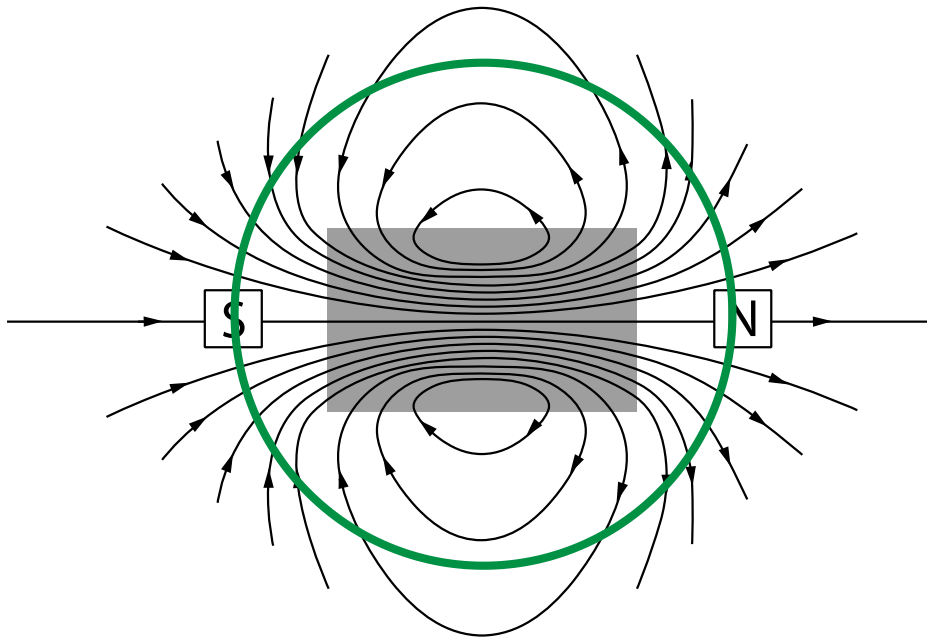
Ciekawe, że zupełnie inaczej jest z polem magnetycznym. Tutaj, **gdziekolwiek umieścimy dowolną powierzchnię zamkniętą, zawsze otrzymamy strumień indukcji przez tę powierzchnię równy zeru:**

$$\Phi_B = 0.$$

I to jest właśnie treść prawa Gaussa dla pola magnetycznego.

Poglądowo rzecz ujmując: jeśli rozważamy dowolną powierzchnię zamkniętą umieszczoną w polu magnetycznym, to tyle samo linii pola do niej wchodzi, co wychodzi.

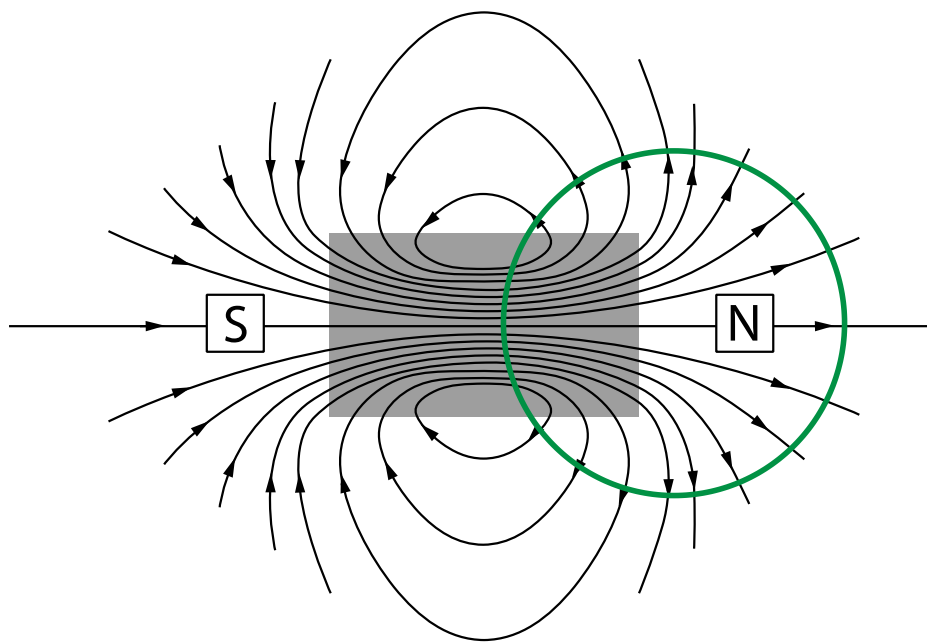
Spójrzmy na pole wytworzone przez magnes. Jasne, że gdy otoczymy cały magnes powierzchnią Gaussa (Rys. 5.), to otrzymamy - podobnie jak w przypadku dipola elektrycznego - zerowy strumień indukcji.



Rys. 5. Magnes sztabkowy otoczony sferyczną powierzchnią Gaussa. Linie ze strzałkami obrazują linie pola magnetycznego, tj. takie, do których w dowolnym punkcie styczny jest wektor indukcji magnetycznej

A co by było, gdyby powierzchnią Gaussa objąć tylko jeden biegun magnesu?

Powierzchnię można zmniejszyć, ew. przemieścić, ale tu okazuje się, że pojęcie „jeden biegun” jest w tym sensie puste, że nie da się uzyskać w ten sposób niezerowego strumienia. Dodatni wkład do strumienia (od bieguna N) jest dokładnie taki sam, jak ujemny pochodzący od bieguna S (Rys. 6.). Zauważ, że wprowadzisz powierzchnię, przez którą linie pola magnetycznego wchodzi jest mniejsza (przekrój magnesu), ale za to wartość indukcji magnetycznej jest większa, co poglądowo obrazuje się przez większe zagęszczenie linii pola.



Rys. 6. Powierzchnia Gaussa otaczająca biegun magnesu. Linie ze strzałkami obrazują linie pola magnetycznego, tj. takie, do których w dowolnym punkcie styczny jest wektor indukcji magnetycznej

Opisany został tu jedynie jakościowo pewien przypadek szczególny. Fizycy jednak dokonali dokładnych pomiarów i obliczeń i za każdym razem uzyskali ten sam wynik – prawo Gaussa jest faktem doświadczalnym i jednym z podstawowych praw teorii elektromagnetyzmu.

Zerowanie się strumienia indukcji magnetycznej przez dowolną zamkniętą powierzchnię ma swoją interpretację. Mówimy, że pole magnetyczne jest **beźródłowe**, w tym sensie, że **nie ma punktowych źródeł**, jak np. elektrostatyczne.

Linie pola magnetycznego są krzywymi zamkniętymi, ewentualnie zamykają się w nieskończoności. Nie zaczynają się wobec tego od punktowych „ładunków” ani na nich nie kończą.

Słowniczek

Linie pola magnetycznego

(*ang.: magnetic line of induction*) - układ linii, do których styczne są wektory indukcji.

Dipol magnetyczny

(*ang.: magnetic dipole*) - układ wytwarzający pole magnetyczne, które cechuje magnetyczny moment dipolowy, na przykład magnes trwały, solenoid lub pojedyncza pętla z prądem. Wszystkie skończone źródła pola magnetycznego są dipolami. Nie istnieją punktowe, spoczywające w danym układzie odniesienia źródła pola magnetycznego.

Nadprzewodnik

(*ang.: superconductor*) - materiał, zazwyczaj w bardzo niskiej temperaturze, o zerowej rezystancji (opór elektryczny nadprzewodnika wynosi 0).

Diamagnetyk

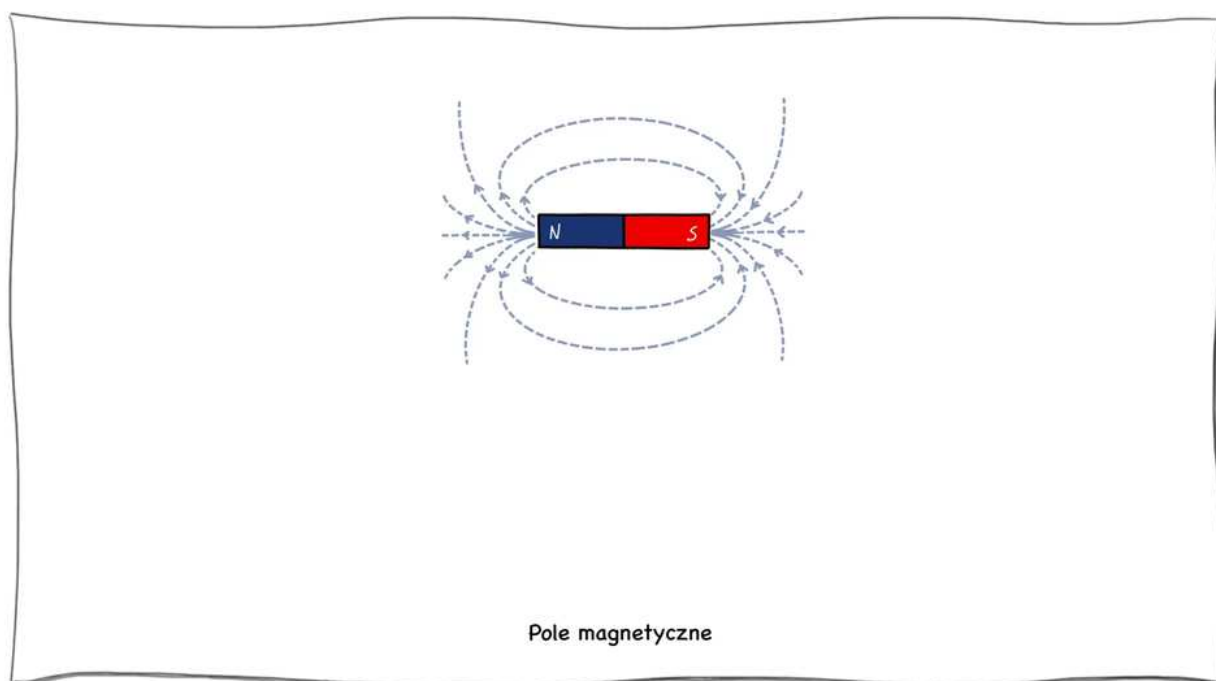
(*ang.: diamagnetic material*) - substancja w bardzo małym stopniu zmniejszająca indukcję pola magnetycznego, do którego została wprowadzona.

Film samouczek

Prawo Gaussa dla pola magnetycznego

Polecenie 1

Obejrzyj samouczek, w którym opowiemy o dzieleniu magnesu w poszukiwaniu monopolu – hipotetycznego źródła pola magnetycznego, analogicznego do ładunku elektrycznego – źródła pola elektrycznego. Czy istnieje monopol magnetyczny?



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RToCnCiAgjmWJ>

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Zapoznaj się z audiodeskrypcją samouczka.

Polecenie 2

Uzupełnij tekst wstawiając odpowiednie elementy.

Najmniejsza struktura magnetyczna jest . Linie pola magnetycznego tworzą krzywe

. Strumień indukcji magnetycznej przez dowolną powierzchnię zamkniętą jest .

różny od zera

równy zero

dipolem

zamknięte

monopolem

otwarte

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1

Czy możliwe jest oddzielenie od siebie biegunów magnetycznych N i S magnesu?

☐ nie

☐ tak

Ćwiczenie 2



Uzupełnij zdania, wstawiając w okienka (przez przeciągnięcie) odpowiednie stwierdzenia z podanych poniżej.

Odp.:

Pole elektryczne jest polem . Pole magnetyczne jest polem .

Strumień indukcji magnetycznej przez dowolną powierzchnię zamkniętą równy jest

.

Strumień natężenia pola elektrycznego przez dowolną powierzchnię zamkniętą równy jest

.

Kafelki do wyboru:

bezzródłowym

0

$\frac{Q_{\text{całk}}}{\epsilon_0}$

źródłowym

Ćwiczenie 3



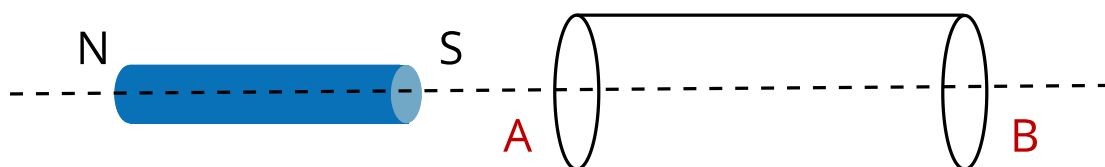
Czy istnieją ładunki magnetyczne, na których zaczynają się lub kończą linie pola magnetycznego?

Odp.: Tak ☐ / Nie ☐

Ćwiczenie 4



Naprzeciwko bieguna S magnesu trwałego o kształcie walca (Rys.) umieszczono papierową rurkę (powierzchnię cylindryczną) tak, że ich osie symetrii się pokrywają.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

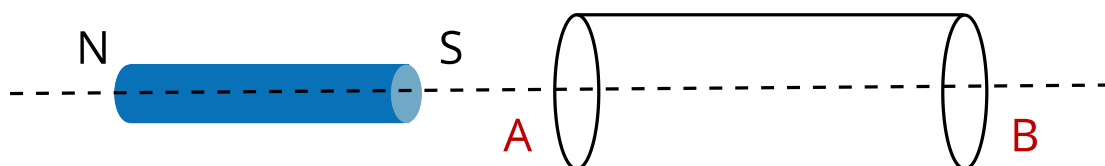
W tabelce poniżej określ znak strumienia indukcji magnetycznej przez poszczególne części powierzchni walca (wstaw „+” albo „-”).

Powierzchnia	Znak
Denko A	
Denko B	
Powierzchnia boczna	

Ćwiczenie 5



Naprzeciwko bieguna S magnesu trwałego o kształcie walca umieszczono papierową rurkę (powierzchnię cylindryczną) tak, że ich osie symetrii pokrywają się (Rys.)



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

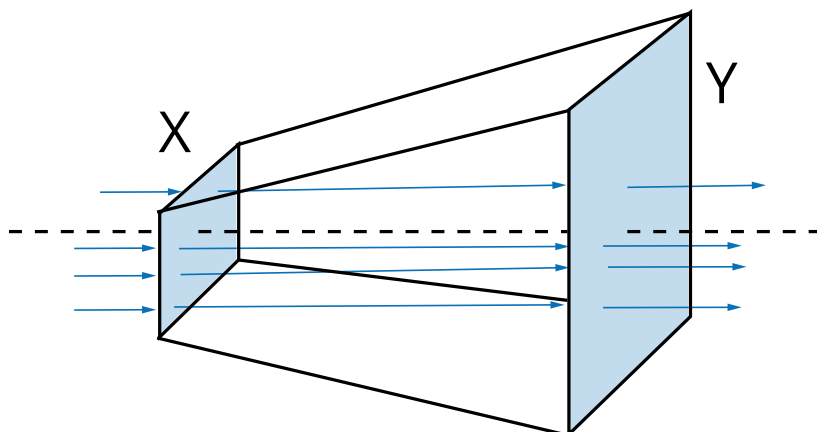
Wywnioskuj, stosując prawo Gaussa, w którym miejscu średnia wartość indukcji magnetycznej jest większa: na przekroju A czy B.

Odp.: Na przekroju A ☐ / B ☐

Ćwiczenie 6



W jednorodnym polu magnetycznym o indukcji $B = 1 \text{ T}$ umieszczona została powierzchnia ostrosłupa prostego, prawidłowego, ściętego, czworokątnego. Obie podstawy - kwadraty znaczone na Rys. przez X i Y - są prostopadłe do linii pola i do osi ostrosłupa. Krawędzie kwadratów mają wymiary: $x = 6 \text{ cm}$, $y = 10 \text{ cm}$.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

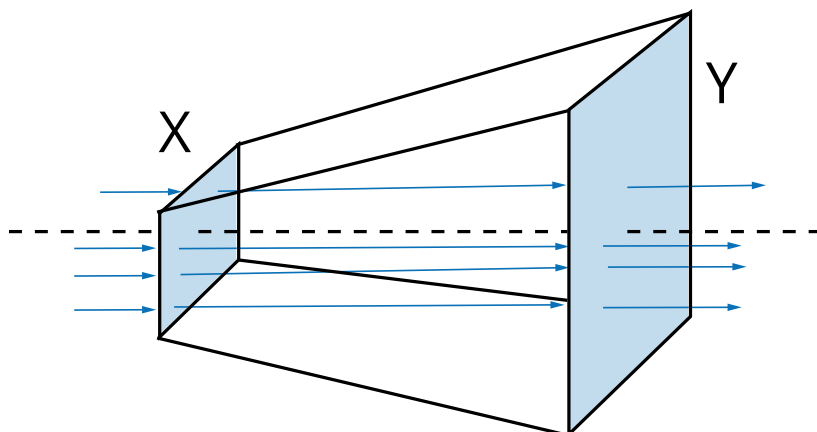
Korzystając z prawa Gaussa oblicz strumień indukcji magnetycznej przez powierzchnię boczną ostrosłupa.

Odp.: $\Phi_{\text{bocz}} =$ Wb

Ćwiczenie 7



W jednorodnym polu magnetycznym o indukcji o wartości 1 T umieszczona została powierzchnia ostrosłupa prostego, prawidłowego, ściętego, czworokątnego. Obie podstawy - kwadraty znaczone na Rys. przez X i Y - są prostopadłe do linii pola i do osi ostrosłupa. Krawędzie kwadratów mają wymiary: $x = 6\text{ cm}$, $y = 10\text{ cm}$.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

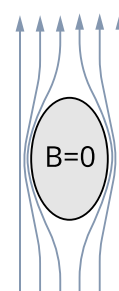
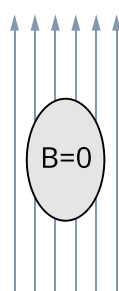
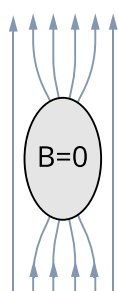
Udowodnij, odnosząc się do definicji strumienia indukcji magnetycznej, że wartość strumienia przenikającego powierzchnię boczną ostrosłupa nie zależy od jego wysokości.

Ćwiczenie 8



Opisowo rzecz ujmując, "nadprzewodnik nie wpuszcza do siebie pola magnetycznego". Można powiedzieć, że w tym względzie zachowuje się jak idealny diamagnetyk: gdy umieszczamy nadprzewodnik w polu magnetycznym, wytwarzany jest w nim, dzięki zjawisku indukcji elektromagnetycznej, prąd wirowy, którego pole magnetyczne znosi całkowicie pole zewnętrzne.

Który z poniższych rysunków poprawnie oddaje przebieg linii pierwotnie jednorodnego pola magnetycznego, do którego wprowadzono nadprzewodnik?



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Nina Tomaszewska
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Prawo Gaussa dla magnetyzmu
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzający zapis podstawy programowej dla kształcenia rozszerzonego
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 19) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu; IX. Magnetyzm. Uczeń: 8) oblicza strumień pola magnetycznego przez powierzchnię, stosuje jednostkę strumienia;

Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	Uczeń: 1. objaśnia, czym jest strumień indukcji magnetycznej, 2. objaśnia, dlaczego strumień indukcji magnetycznej przez powierzchnię zamkniętą wynosi zero, 3. formułuje prawo Gaussa dla pola magnetycznego, 4. objaśnia, dlaczego mówimy, że pole magnetyczne jest bezźródłowe, 5. stosuje prawo Gaussa dla pola magnetycznego w pewnych szczególnych, prostych przypadkach.
Strategie nauczania:	blended learning
Metody nauczania:	wykład informacyjny wspomagany pokazem multimedialnym
Formy zajęć:	Praca w zespole klasowym
Środki dydaktyczne:	Niniejszy e-materiał + komputer z rzutnikiem lub tablety do dyspozycji każdego ucznia
Materiały pomocnicze:	brak
PRZEBIEG LEKCJI	

Faza wprowadzająca:

Nauczyciel zaciekawia uczniów pokazując podobieństwo kształtu linii pola elektrycznego dipola do linii pola magnetycznego wytwarzanego przez magnes sztabkowy. Przy bliższej analizie okazuje się, że podobieństwo jest złudne. Linie pola elektrycznego zaczynają się albo kończą na ładunkach, natomiast linie pola magnetycznego tworzą zamknięte pętle. Ta cecha linii pola magnetycznego ma swoje odzwierciedlenie w pewnym prawie.

Faza realizacyjna:

Nauczyciel wraz z uczniami przypomina definicję strumienia pola elektrycznego i magnetycznego. Mówi (przypomina) o strumieniu natężenia pola elektrycznego przez powierzchnię zamkniętą i o prawie Gaussa dla pola elektrycznego.

Uczniowie analizują pole dipola elektrycznego i jego strumień przez różnie położone powierzchnie Gaussa. Następnie próbują ocenić wielkość całkowitego strumienia dla pola magnetycznego przy różnie położonych powierzchniach Gaussa. Nauczyciel formułuje prawo Gaussa dla pola magnetycznego. Uczniowie oglądają film „samouczek” dotyczący poszukiwania monopola magnetycznego, który jest pewnym ciekawym uzupełnieniem tematu.

Faza podsumowująca:

W fazie podsumowującej uczniowie, z pomocą nauczyciela, rozwiązują zadania: 4., 5., 6. i 8. z zestawu ćwiczeń.

Praca domowa:

Jako pracę domową można zadać zadania: 1., 2., 3., 7. z zestawu ćwiczeń.

**Wskazówki
metodyczne opisujące
różne zastosowania
danego multimedium:**

Film samouczek niekoniecznie musi być wykorzystany na lekcji; uczeń może zapoznać się z nim samodzielnie w domu. Będzie to stanowiło ciekawe uzupełnienie i utrwalenie lekcji.