

Mnożenie pisemne przez liczby wielocyfrowe

Materiał zawiera ilustracje (fotografie, obrazy, rysunki), filmy, ćwiczenia, w tym interaktywne.

Filmy - mnożenie pisemne liczb naturalnych przez liczby dwucyfrowe, trzycyfrowe, przez liczby z zerami, przez liczby zakończone zerami.

Ćwiczenia - mnożenie pisemne liczb naturalnych przez liczby dwucyfrowe, trzycyfrowe, przez liczby z zerami, przez liczby zakończone zerami, również w sytuacjach praktycznych.

Mnożenie pisemne przez liczby wielocyfrowe

Mnożenie pisemne przez liczby wielocyfrowe to cenna umiejętność, którą stosujemy wtedy, gdy nie możemy skorzystać z kalkulatora, a chcemy szybko wykonać obliczenia.

Wykorzystamy do tych obliczeń: mnożenie pamięciowe, mnożenie pisemne przez liczby jednocyfrowe i dodawanie sposobem pisemnym.

Gdy obliczaliśmy $4 \cdot 23$, mnożyliśmy 4 przez 20 oraz 4 przez 3, a następnie dodawaliśmy otrzymane wyniki.

$$4 \cdot 23 = 4 \cdot 20 + 4 \cdot 3 = 80 + 12 = 92.$$

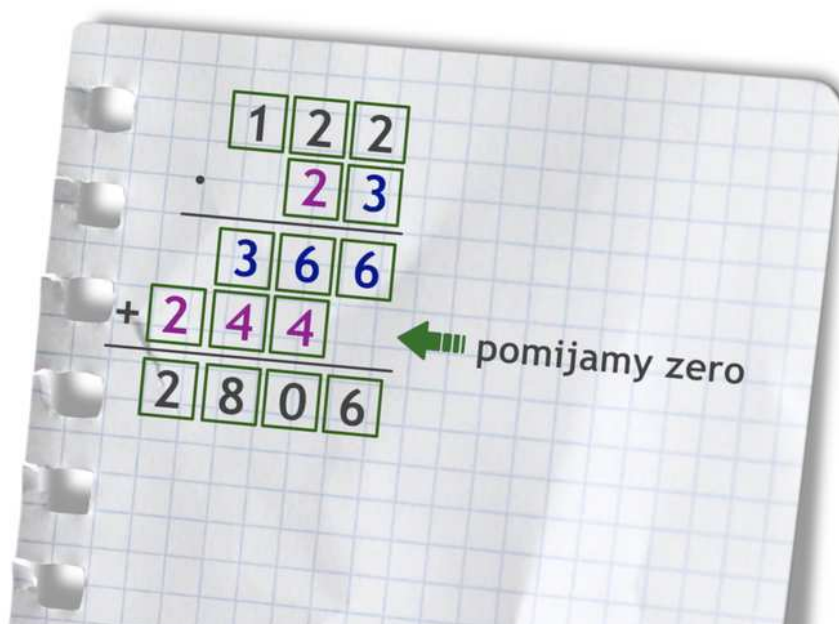
Podobnie moglibyśmy obliczyć w pamięci mnożenie większych liczb, np. 122 i 23.

$$122 \cdot 23 = 122 \cdot 20 + 122 \cdot 3 = 2440 + 366 = 2806.$$

Takie rachunki pamięciowe byłyby jednak trudne. O wiele łatwiej można wykonać działanie $122 \cdot 23$ sposobem pisemnym. Zobacz, jak to zrobić.

Przykład 1

W liczbie 2440 można pominąć końcowe zero.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RU64SCXlQMvUo>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy pomnożyć przez siebie dwie liczby sposobem pisemnym.

Ćwiczenie 1

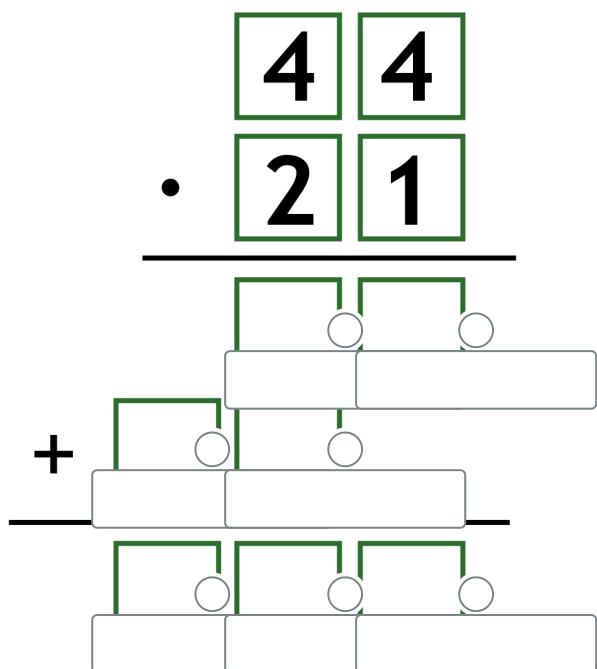
Wykonaj mnożenie sposobem pisemnym. Wpisz odpowiednie cyfry w puste kratki.

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline \end{array} \\ \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 4 \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array} \\ + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array} \end{array}$$

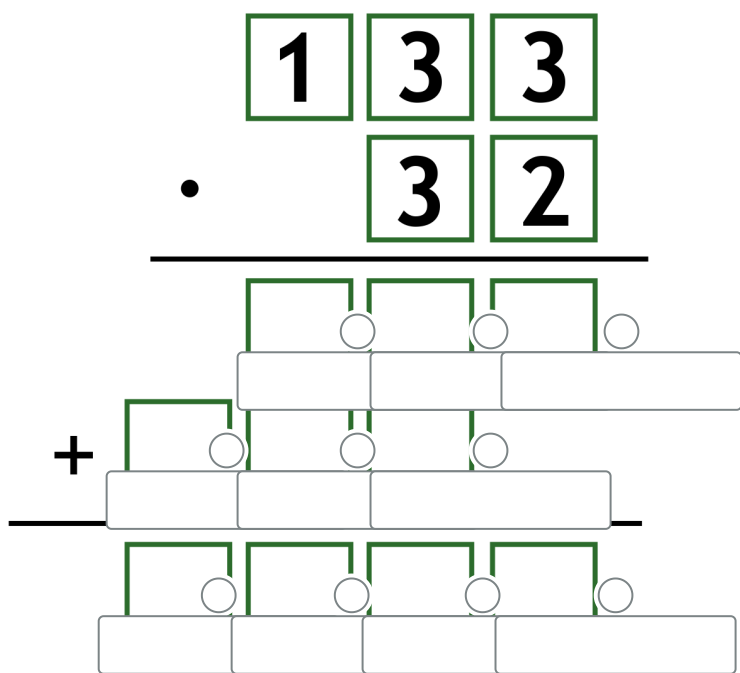
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 3 \\ \hline \end{array} \\ \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array} \\ + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array} \end{array}$$

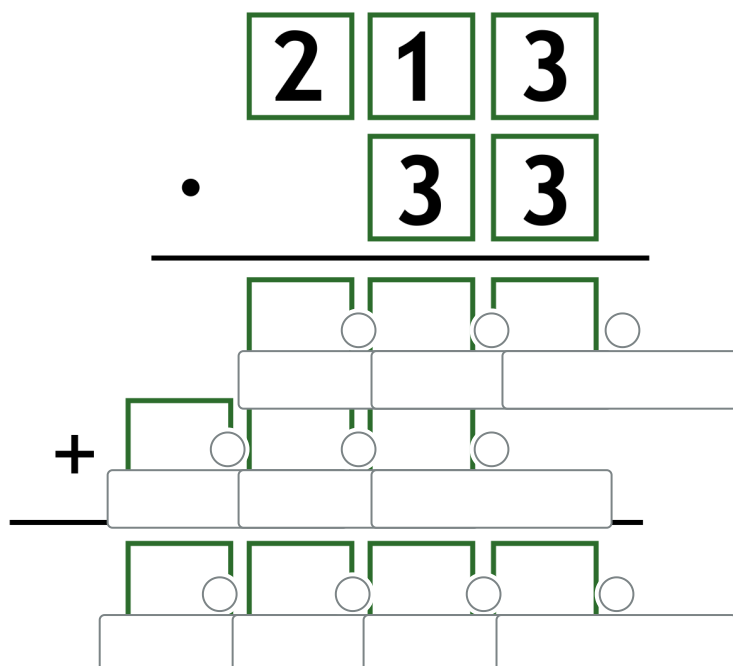
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

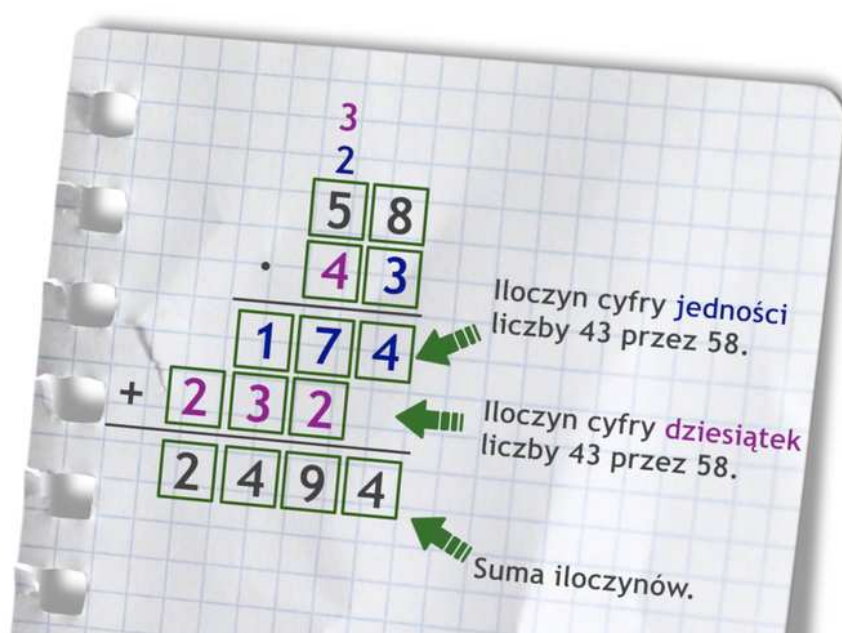


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RflCYFv5XyjGn>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy pomnożyć przez siebie dwie liczby sposobem pisemnym.

Ćwiczenie 2



Wykonaj mnożenie sposobem pisemnym. Wpisz odpowiednie cyfry w puste kratki.

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 9 \\ \hline \end{array} \\ \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array} \\ + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 8 \\ \hline \end{array} \\ \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} \\ + \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} \end{array}$$

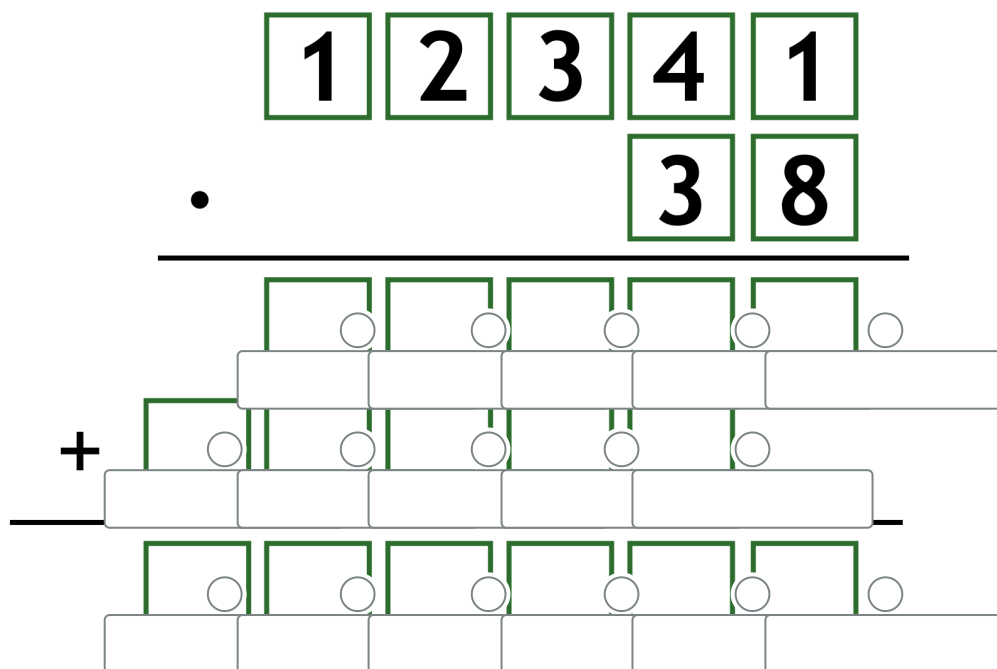
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} \boxed{6} & \boxed{5} & \boxed{3} \\ & \boxed{4} & \boxed{2} \end{array} \\
 \cdot \\
 \hline
 \begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{array} \\
 + \\
 \hline
 \begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{array}
 \end{array}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc} \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{8} & \boxed{5} \\ & & \boxed{6} & \boxed{4} \end{array} \\
 \cdot \\
 \hline
 \begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{array} \\
 + \\
 \hline
 \begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{array}
 \end{array}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Wykonaj mnożenie sposobem pisemnym, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub klikając w lukę i wybierając odpowiedź z listy rozwijalnej.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

- $23 \cdot 35 =$
- $54 \cdot 19 =$
- $48 \cdot 76 =$
- $72 \cdot 25 =$
- $129 \cdot 27 =$
- $285 \cdot 34 =$
- $42 \cdot 316 =$
- $1528 \cdot 23 =$
- $63 \cdot 4115 =$
- $11254 \cdot 33 =$



- 35145

3648

805

9690

259246

9691

371387

13272

13273
- 35144

1026

371382

259245

1800

3483

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Mnożenie pisemne przez liczby trzycyfrowe i większe odbywa się według takiego samego schematu, jak mnożenie przez liczby dwucyfrowe. Trzeba tylko trzykrotnie (lub więcej razy) pomnożyć pierwszy czynnik przez liczby jednocyfrowe.

Przykład 3

Aby pomnożyć sposobem pisemnym $1465 \cdot 237$, należy prawidłowo podpisać liczby (odpowiednie rzędy dolnej liczby pod odpowiednimi rzędami liczby górnej), pomnożyć górną liczbę kolejno przez wszystkie cyfry dolnej liczby (zaczynając od rzędu najniższego), a następnie dodać otrzymane wyniki

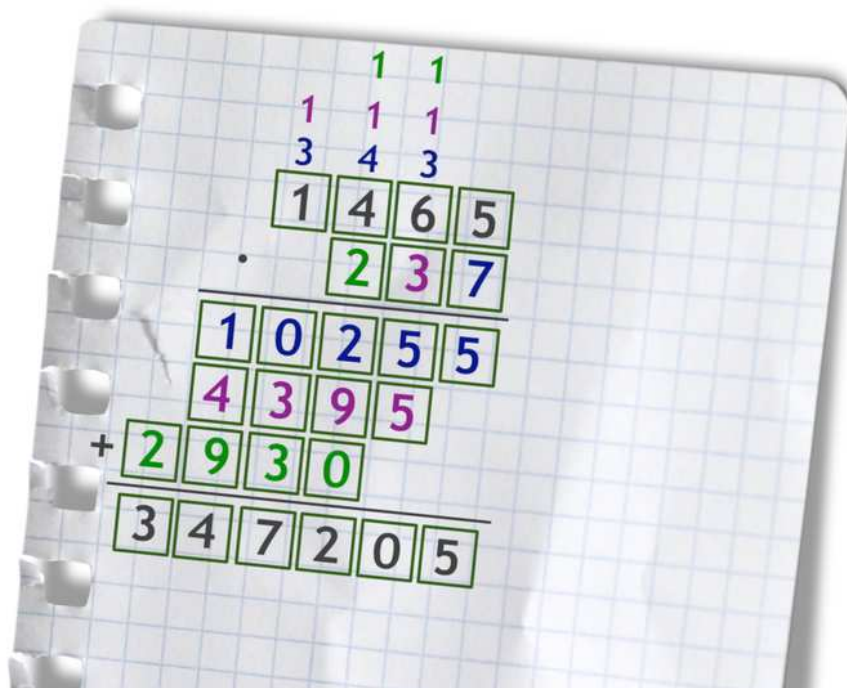
$$1465 \cdot 237 = 347205.$$

Mnożymy przez 7
kolejne cyfry
liczby 1465.

Mnożymy przez 3
kolejne cyfry
liczby 1465.

Mnożymy przez 2
kolejne cyfry
liczby 1465.

Dodajemy otrzymane
iloczynny.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1DJym0IPfAf>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy pomnożyć przez siebie dwie duże liczby sposobem pisemnym.

Ćwiczenie 4

Wykonaj mnożenie sposobem pisemnym. Wpisz odpowiednie cyfry w puste kratki.

The diagram illustrates a neural network layer with 4 input nodes and 4 output nodes. The input nodes are represented by a 2x4 grid of boxes containing the numbers 3, 4, 5, and 6 in the top row, and 1, 1, and 1 in the bottom row. A horizontal line separates the input from the output. The output nodes are represented by a 2x4 grid of boxes. The top row of output boxes is empty, and the bottom row contains the numbers 1, 1, 1, and 1. A horizontal line separates the output from the next layer. The weights between the input and output nodes are represented by a 2x4 grid of boxes. The top row of weight boxes is empty, and the bottom row contains the numbers 1, 1, 1, and 1. A horizontal line separates the weights from the next layer. The bias vector is represented by a 2x1 grid of boxes, with the top row containing the number 1 and the bottom row containing the number 1. A horizontal line separates the bias vector from the next layer.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Diagram illustrating a 4-bit ripple-carry adder circuit. The inputs are 2, 1, 1, 3 (top row) and 1, 4, 5 (bottom row). The circuit consists of four full adders. The first adder takes inputs 2 and 1, producing a sum of 3 and a carry of 1. The second adder takes inputs 1 and 4, producing a sum of 5 and a carry of 1. The third adder takes inputs 1 and 5, producing a sum of 6 and a carry of 1. The fourth adder takes inputs 3 and 5, producing a sum of 8 and a carry of 1. The final carry is 1. The output is 108.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Mnożymy przez 4
kolejne cyfry liczby 1238.

Mnożymy przez 0
kolejne cyfry liczby 1238.

Mnożymy przez 2
kolejne cyfry liczby 1238.

Dodajemy otrzymane
iloczynny.

Handwritten multiplication of 1238 by 402 on grid paper. The numbers are written in boxes. The multiplier 402 is written above the multiplicand 1238. The partial products are calculated and written below the multiplicand. The final result is 500552.

$$\begin{array}{r} 1238 \\ \times 402 \\ \hline 2476 \\ 0000 \\ 4952 \\ \hline 500552 \end{array}$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RnMeYXe74Uoje>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy pomnożyć przez siebie dwie duże liczby sposobem pisemnym.

Przykład 5

Mnożymy 137 przez 24.

Mnożymy 137 przez 4.

Mnożymy 137 przez 2.

Dodajemy otrzymane
iloczynny.

Do otrzymanego
wyniku dopisujemy
trzy zera.

Handwritten multiplication of 137 by 24 on grid paper. The numbers are written in boxes. The multiplier 24 is written above the multiplicand 137. The partial products are calculated and written below the multiplicand. The final result is 3288, followed by three zeros. A green arrow points down to the final result.

$$\begin{array}{r} 1370 \\ \times 24 \\ \hline 548 \\ 2740 \\ \hline 3288000 \end{array}$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RPMfRzy7vtD9h>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy pomnożyć przez siebie dwie liczby zakończone zerami sposobem pisemnym.

Ćwiczenie 5

Wykonaj mnożenie sposobem pisemnym, a następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub klikając w lukę i wybierając odpowiedź z listy rozwijalnej.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

- $253 \cdot 216 =$
- $1245 \cdot 162 =$
- $812 \cdot 109 =$
- $1242 \cdot 205 =$
- $2135 \cdot 1004 =$
- $4120 \cdot 3060 =$
- $1520 \cdot 2100 =$
- $12300 \cdot 1500 =$



54649

184500000

254610

154611

3192000

2143540

201691

201690

2143541

54648

12607200

1260720000

18450000

88509

88508

319200000

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Obliczono, że każdy statystyczny Polak wyrzuca rocznie około: 82 kg odpadów produktów spożywczych, 47 kg papieru, 21 kg szkła, 9 kg metalu.

Uzupełnij poniższe zdania właściwymi liczbami. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę, i wybierz poprawną wartość.

- Statystycznie mieszkańcy jednego wieżowca (115 osób) wyrzucają rocznie kg odpadów produktów spożywczych.
- Statystycznie mieszkańcy jednej wioski (160 osób) wyrzucają rocznie kg szkła.
- Statystycznie mieszkańcy jednego małego miasteczka (2500 osób) wyrzucają rocznie kg papieru.
- Statystycznie mieszkańcy dużego miasta (120000 osób) wyrzucają rocznie kg metalu.
- Statystycznie wszyscy mieszkańcy (około 40 milionów) naszego kraju wyrzucają rocznie: ton odpadów produktów spożywczych, ton papieru, ton szkła oraz ton metalu.

33600

9430

360000

117500

360000000

10800000

3280000

1880000

18800000

8400000000

1080000

840000

3360

1175000

94300

32800000

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.