



Pojęcie wektora

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Animacja
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



W geometrii każda figura to zbiór punktów. Większość figur to zbiory złożone z nieskończenie wielu punktów, ale są też zbiory wyjątkowe - wyjątkowe pod różnymi względami: po pierwsze składają się z małej liczby punktów, a po drugie kolejność tych punktów ma znaczenie...

Twoje cele

- Zinterpretujesz cechy wektora (długość, kierunek i zwrot).
- Rozpoznasz wektory o tych samych długościach, kierunkach i zwrotach.
- Wyznaczysz liczbę wektorów, które można utworzyć z danego zbioru punktów.

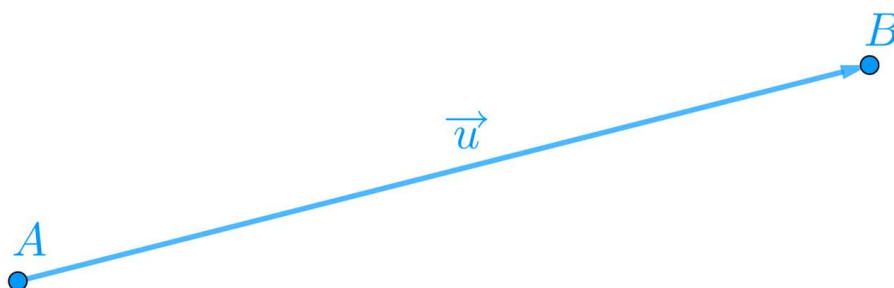
Przeczytaj

Definicja: wektor

Wektorem nazywamy uporządkowaną parę punktów. Innymi słowy każde dwa punkty, o ile wiadomo, który jest pierwszy (początek wektora), a który drugi (koniec wektora), nazywać będziemy wektorem. Początek wektora nazywamy punktem zaczepienia wektora.



Graficznie **wektor** przedstawiany jest jako “strzałka” - odcinek zakończony grotem. Dzięki grotowi wiemy, który punkt jest początkiem, a który końcem wektora.



Wektor o początku w punkcie A i końcu w punkcie B oznaczamy \overrightarrow{AB} , ale będziemy też używać jednej małej litery ze strzałką, np.: \vec{u} , \vec{v} , \vec{a} , \vec{b} , ...

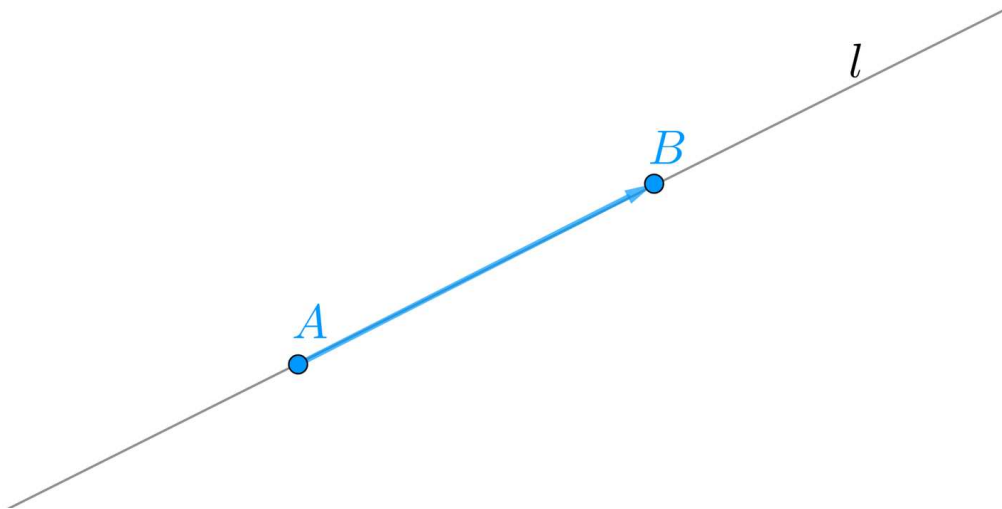
Definicja: długość wektora

Odległość między początkiem a końcem wektora nazywamy długością (modułem lub wartością) wektora. **Długość wektora** o początku w punkcie A i końcu w punkcie B

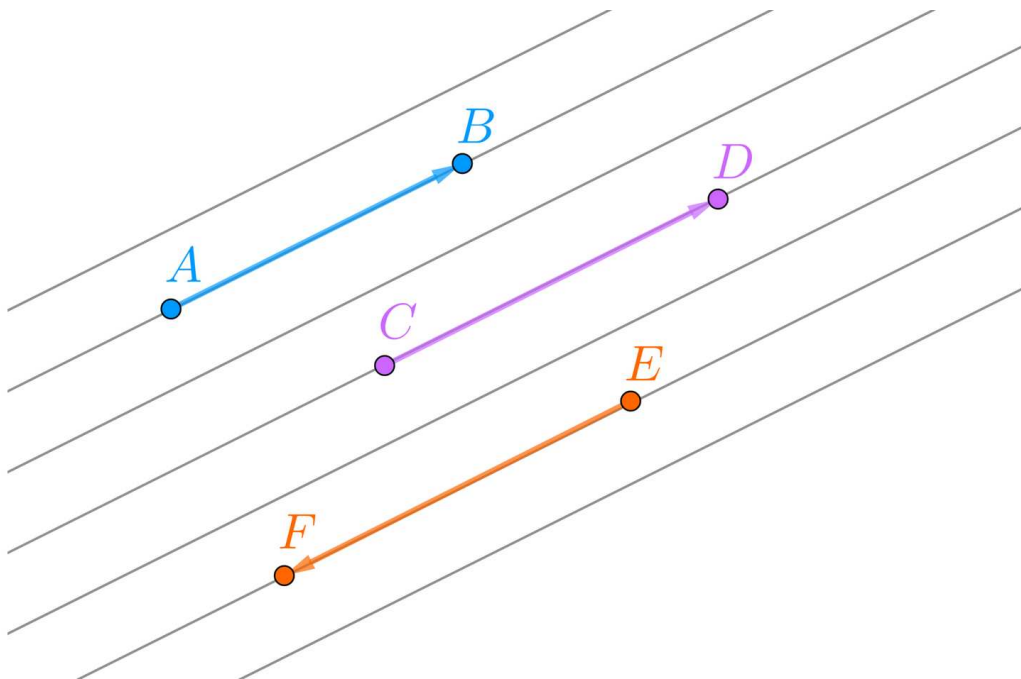
oznaczamy $|\vec{AB}|$.

Definicja: kierunek wektora

Gdy początek i koniec wektora \vec{AB} nie pokrywają się, punkty A i B wyznaczają dokładnie jedną prostą l . Mówimy wtedy, że wektor \vec{AB} jest równoległy do prostej l . Wektor \vec{AB} jest także równoległy do każdej prostej równoległej do prostej l .



Dwa niezerowe wektory nazywamy równoległymi, gdy proste wyznaczone przez te wektory są równoległe. O takich wektorach mówimy, że mają ten sam kierunek.



Definicja: wektor zerowy

Wektor, którego początek i koniec pokrywają się, nazywamy wektorem zerowym i oznaczamy symbolem $\vec{0}$. Długość wektora zerowego jest równa 0. **Wektor zerowy** nie ma kierunku.

$$\vec{0}$$

●

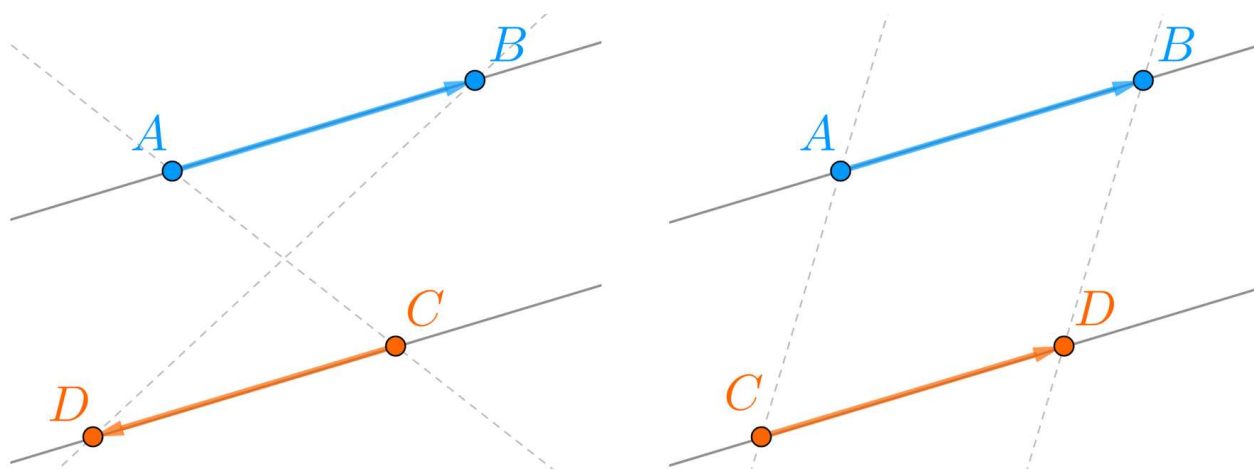
$$A = B$$

Ważne!

Zwrot wektora

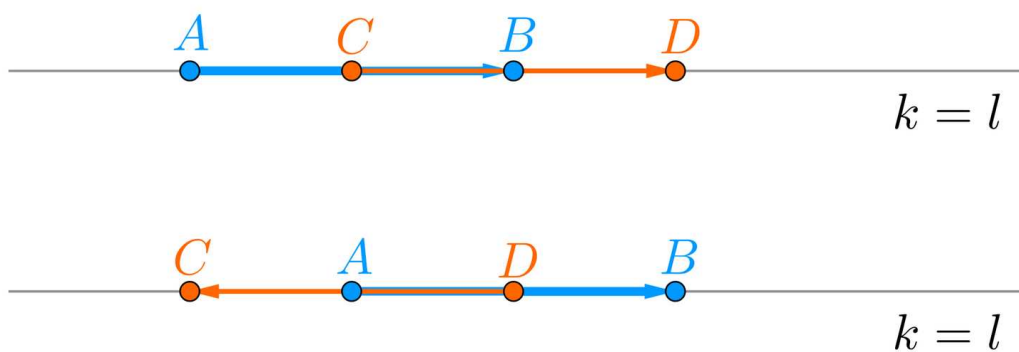
Dwa równoległe wektory mogą być skierowane zgodnie albo przeciwnie.

Rozważmy dwa niezerowe równoległe wektory \vec{AB} i \vec{CD} takie, że proste AB i CD są rozłączne. Łącząc początki tych dwóch wektorów, czyli punkt A z punktem C , otrzymamy odcinek AC . Dalej, gdy połączymy końce wektorów, czyli punkt B z punktem D , otrzymamy odcinek BD . Powiemy, że wektory \vec{AB} i \vec{CD} mają zgodne zwroty (są zgodnie skierowane), gdy naniesione przez nas odcinki AC i BD się nie przecinają. Jeśli natomiast się przecinają, oznacza to, że wektory \vec{AB} i \vec{CD} mają przeciwne zwroty (są przeciwnie skierowane).



Rozważmy dwa niezerowe równoległe wektory \vec{AB} i \vec{CD} takie, że wektor \vec{AB} leży na prostej k , a wektor \vec{CD} leży na prostej l . Teraz, jeśli proste te pokrywają się, to możemy napisać, że są one sobie równe: $k = l$ (rysunek poniżej). Jeżeli wektory leżą na dwóch

prostych, które są równoległe (lub w szczególności się pokrywają), to wiemy od razu, że wektory te mają ten sam kierunek, ponieważ kierunek określa prosta, na której się znajdują. Chcąc porównywać te wektory, musimy ustalić jeszcze ich zwroty, czyli ustalić ich początki i końce. Jeśli obierzemy punkt A na prostej i punkt B wyznaczmy po jego prawej stronie, to widzimy, że zwrot wektora \overrightarrow{AB} jest od lewej do prawej. Jeśli analogicznie oznaczymy punkty C i po jego prawej stronie punkt D , to wektory będą mieć ten sam zwrot. Jeśli natomiast drugi wektor oznaczymy odwrotnie, tzn. punkt D ustalimy po lewej stronie od punktu C , to wektor będzie miał zwrot z prawej do lewej strony, czyli będziemy mieć do czynienia z wektorami o przeciwnym zwrocie (drugi wariant na rysunku).



Zwróćmy jeszcze uwagę, że niezerowe wektory \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{BA} mają przeciwne zwroty (są przeciwnie skierowane).

Zwróćmy jeszcze uwagę, że niezerowe wektory \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{DC} mają przeciwne zwroty (są przeciwnie skierowane).

Ważne!

Cechy wektorów

Podsumujmy, każdy wektor ma następujące cechy:

- długość,
- kierunek,
- zwrot,

Zastosowanie wektorów

Wektory stosuje się między innymi w geometrii elementarnej, geometrii analitycznej, fizyce i inżynierii. Przy pomocy wektorów można opisać niektóre przekształcenia płaszczyzny. Poza tym można je wykorzystać jako pomoc przy szkicowaniu wykresów funkcji oraz innych krzywych. Niektóre wielkości fizyczne (zwane wektorowymi), takie jak prędkość, siła, przemieszczenie, przyspieszenie i pęd, można reprezentować wektorem. Do ich opisu potrzebne są wartość, **kierunek** i **zwrot**, w odróżnieniu od wielkości skalarnych, do scharakteryzowania których wystarczy liczba (skalar). Przykładami wielkości skalarnych są: pole powierzchni, objętość, gęstość, temperatura i wiele innych.

Słownik

wektor

uporządkowana para punktów

długość wektora

odległość między początkiem a końcem wektora

kierunek wektora

prosta poprowadzona przez początek i koniec wektora

wektor zerowy

wektor, którego początek i koniec pokrywają się

zwrot wektora

określa nam, które zakończenie odcinka symbolizującego wektor jest jego początkiem, a które końcem

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z informacjami na temat wektora przedstawionymi w animacji.

Trwa wczytywanie danych..




Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DJ508zZWi>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego pojęcia wektora.

Polecenie 2

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1

Co to jest wektor i jakie ma cechy? Zaznacz odpowiednie pojęcia.



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4

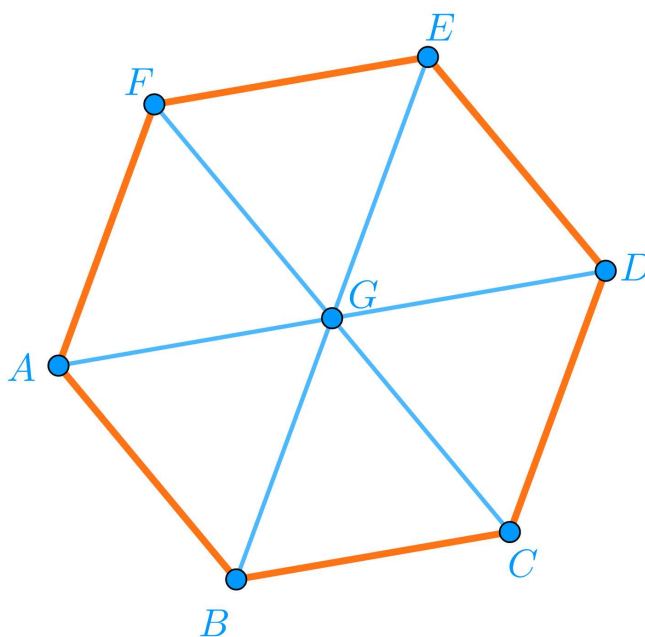


Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6

Na rysunku poniżej przedstawiony jest sześciokąt foremny.



Ćwiczenie 7





Dla nauczyciela

Autor: Sebastian Guz

Przedmiot: Matematyka

Temat: Pojęcie wektora

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Zakres podstawowy. Uczeń:
Zakres rozszerzony 3) zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość, dodaje wektory i mnoży wektor przez liczbę, oba te działania wykonuje zarówno analitycznie, jak i geometrycznie.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

- Zinterpretujesz cechy wektora (długość, kierunek i zwrot).
- Rozpoznasz wektory o tych samych długościach, kierunkach i zwrotach.
- Wyznaczysz liczbę wektorów, które można utworzyć z danego zbioru punktów.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- odwrócona klasa;
- rozmowa nauczająca w oparciu o treści zawarte w sekcji „Animacja” i ćwiczenia interaktywne;
- dyskusja.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. Nauczyciel prosi uczniów o zapoznanie się z treściami zapisanymi w sekcji „Przeczytaj”.

Faza wstępna:

1. Nauczyciel określa temat lekcji: „Pojęcie wektora” oraz cele, wybrana osoba formułuje kryteria sukcesu.
2. Rozpoznawanie wiedzy uczniów. Uczniowie tworzą pytania dotyczące tematu zajęć, na które odpowiedzą w trakcie lekcji.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel prosi, aby wybrany uczeń przeczytał polecenie numer 1 z sekcji „Animacja” - „Połącz w pary nazwy z ich ilustracjami” Następnie prosi uczniów, aby zapoznali się z materiałem. Po ustalonym wcześniej czasie pyta czy były wątpliwości z jego zrozumieniem i tłumaczy je.
2. Uczniowie wykonują wspólnie na forum klasy ćwiczenia nr 1-2.
3. Nauczyciel dzieli klasę na 4-osobowe grupy. Uczniowie rozwiązują ćwiczenia 3-5 na czas (od łatwiejszego do trudniejszych). Grupa, która poprawnie rozwiąże ćwiczenia jako pierwsza, wygrywa, a nauczyciel może nagrodzić uczniów ocenami za aktywność. Rozwiązania są prezentowane na forum klasy i omawiane krok po kroku.
4. Uczniowie wykonują indywidualnie ćwiczenia numer 6, 7 i 8 po wykonaniu każdego z nich następuje omówienie rozwiązania przez nauczyciela.

Faza podsumowująca:

1. Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.

Praca domowa:

1. Uczniowie opracowują FAQ (minimum 3 pytania i odpowiedzi prezentujące przykład i rozwiązanie) do tematu lekcji („Pojęcie wektora”).

Materiały pomocnicze:

[Prawa działań na wektorach](#)

Wskazówki metodyczne:

- Medium w sekcji „Animacja” można wykorzystać na lekcji jako podsumowanie i utrwalenie wiedzy w temacie „Pojęcie wektora”.