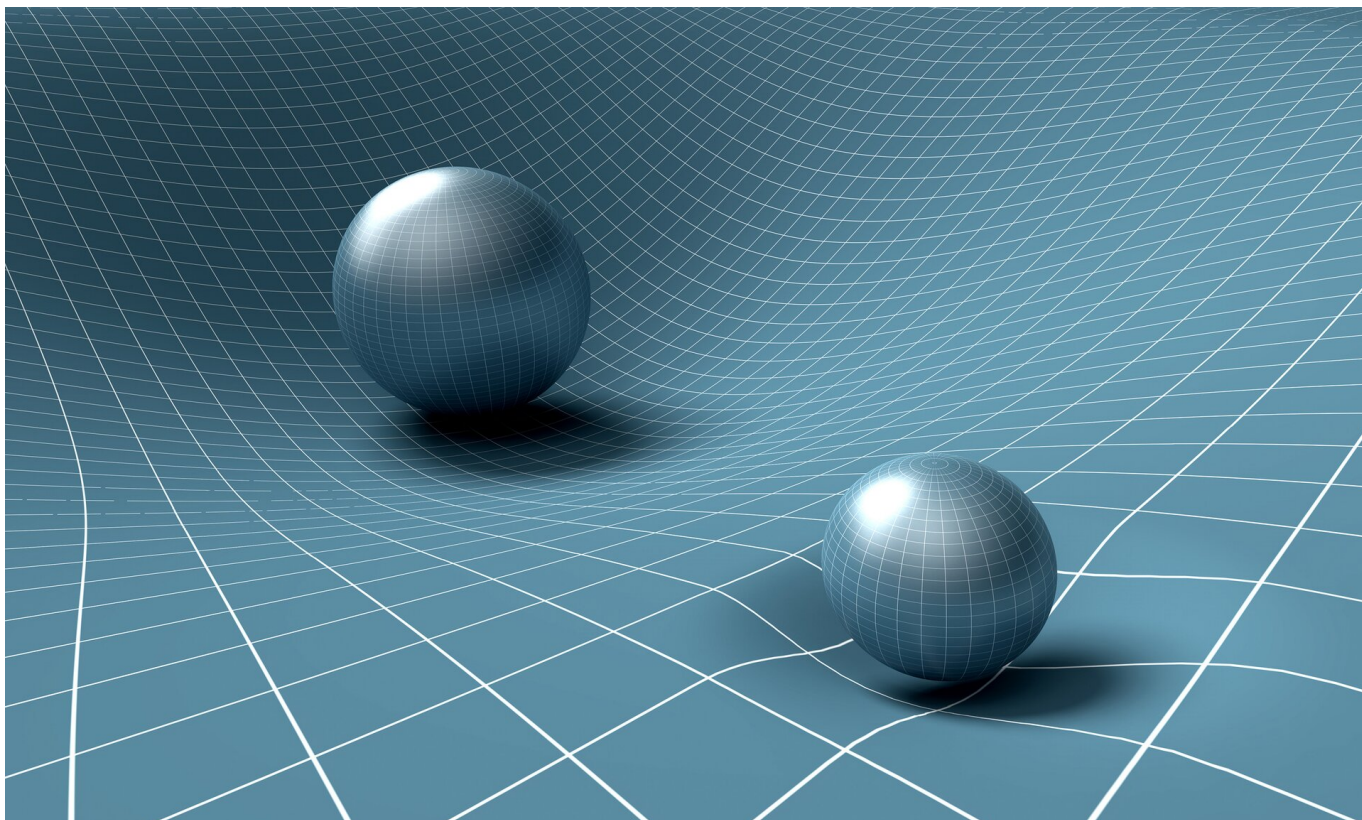




Pole grawitacyjne wewnątrz Ziemi

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Symulacja interaktywna](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

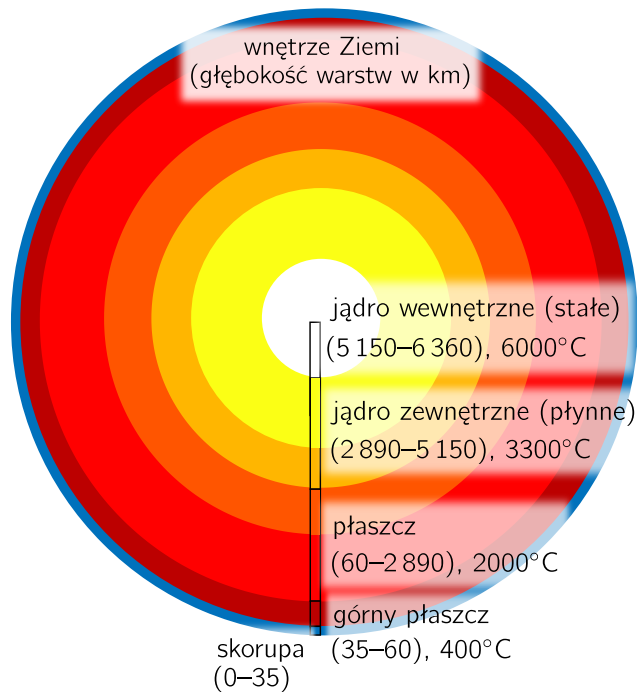


Pole grawitacyjne wewnątrz Ziemi

Źródło: dostępny w internecie: <https://www.istockphoto.com/pl/zdj%C4%99cie/kula-jest-wp%C5%82yw-na-przestrzeni-wok%C3%B3%C5%82-czas-gm508460520-85277025> [dostęp 9.01.2020], iStockphoto, tylko do użytku edukacyjnego na zpe.gov.pl.

Czy to nie ciekawe?

Wiemy, jak wygląda pole grawitacyjne w pobliżu naszej planety. Czy zastanawialiśmy się jednak nad tym, jak to jest w jej wnętrzu (Rys. a.)? Jak zmienia się natężenie pola grawitacyjnego w zależności od odległości od środka Ziemi? Więcej o tym w niniejszym materiale.



Rys. a. Schematyczny rysunek przedstawiający wnętrze naszej planety. Skala w kilometrach nie została w pełni zachowana ze względu na przejrzystość rysunku (płaszcz powinien być w zasadzie niewidoczny w stosunku do jądra). Proszę ten przekrój traktować poglądowo.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Twoje cele

Zapoznanie się z treścią materiału sprawi, że:

- przypomnisz sobie, jak definiuje się i od czego zależy natężenie pola grawitacyjnego,
- zrozumiesz, jak zmienia się natężenie pola grawitacyjnego we wnętrzu planety,
- sporządzisz samodzielnie wykres zależności natężenia pola grawitacyjnego γ w zależności od odległości r od środka Ziemi dla $r < R_Z$ (R_Z – promień Ziemi).

Przeczytaj

Warto przeczytać

Natężenie pola grawitacyjnego wyraża się następującym wzorem:

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{F}_g}{m} = -G \frac{M}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

gdzie: γ – natężenie pola grawitacyjnego, $[\gamma] = \text{N/kg} = \text{m/s}^2$,

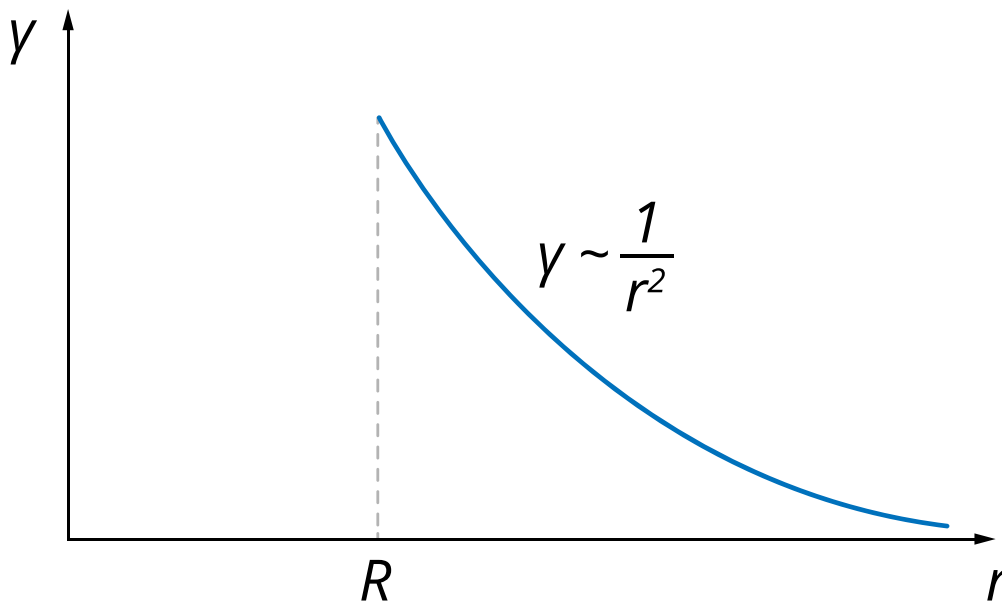
G – stała grawitacji ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$),

M – masa ciała centralnego,

m – masa ciała próbnego,

$\vec{r}$ – wektor położenia masy próbnej, gdy masa centralna znajduje się w środku układu współrzędnych.

Narysujmy wykres zależności natężenia pola grawitacyjnego Ziemi od odległości od środka Ziemi. Zaczniemy od sytuacji, gdy $r > R_Z$ (Rys. 1.). Widać, że natężenie maleje wraz z kwadratem odległości i dąży do zera w nieskończoności.



Rys. 1. Wykres zależności natężenia pola grawitacyjnego w zależności od odległości.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Jak wygląda sytuacja dla $r < R_Z$, czyli dla wnętrza kuli ziemskiej? Zanim zaczniemy nasze rozważania, przyjmijmy pewne założenia:

1. Ziemia ma kształt kuli, a jej gęstość ρ_z jest taka sama w każdym miejscu (zatem materia rozmieszczona jest jednorodnie w jej wnętrzu);
2. Ciało znajdujące się wewnątrz jednorodnie naładowanej planety, w odległości r mniejszej od jej promienia R , jest przyciągane tylko przez część kuli o promieniu mniejszym niż r .

Dlaczego tak się dzieje? Aby to wyjaśnić, przypomnijmy sobie, o czym mówi prawo Gaussa. Wcześniej jednak kilka słów przypomnienia o polu elektrycznym, które ma pewne elementy analogiczne do pola grawitacyjnego. Otóż zarówno jedno, jak i drugie pole ma swoje źródło: w przypadku pierwszego jest to **ładunek elektryczny** Q , zaś w przypadku drugiego – **masa grawitacyjna** M . Zarówno prawo Coulomba, jak i prawo powszechnego ciążenia Newtona mówią, że siła zależy od iloczynu – odpowiednio – ładunków / mas oraz kwadratu odległości r między nimi.

źródło pola	pole elektryczne	pole grawitacyjne
rodzaj źródła	ładunek elektryczny Q	masa grawitacyjna M
siła oddziaływania	prawo Coulomba: $F_{el} = k \frac{Qq}{r^2}$	Prawo powszechnego ciążenia: $F_g = G \frac{Mm}{r^2}$
współczynnik proporcjonalności	k	G
natężenie pola	$\gamma = \frac{F_{el}}{q} = k \frac{Q}{r^2}$	$\gamma = \frac{F_g}{m} = G \frac{M}{r^2}$

Tab. 1. Porównanie wybranych cech pola elektrycznego i grawitacyjnego.

Dla pola elektrycznego obowiązuje prawo Gaussa mówiące, że strumień wektora natężenia pola przez zamkniętą powierzchnię jest proporcjonalny do ładunku zawartego wewnątrz tej powierzchni, nie zależy on zaś od jego rozmieszczenia. Czy zatem, jeśli te pola mają podobny charakter (Tab. 1.), można sformułować analogiczne prawo dla grawitacji? Okazuje się, że tak. Jeśli zamiast ładunku będziemy rozważali masę grawitacyjną zauważymy, że natężenie nie będzie zależne od rozmieszczenia tej masy wewnątrz kulistej powierzchni. Możemy zatem zapisać, że natężenie pola grawitacyjnego zmienia się wraz z odległością r w następujący sposób:

$$\gamma = G \frac{M}{r^2}$$

dla $r < R$ mamy $M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_z$

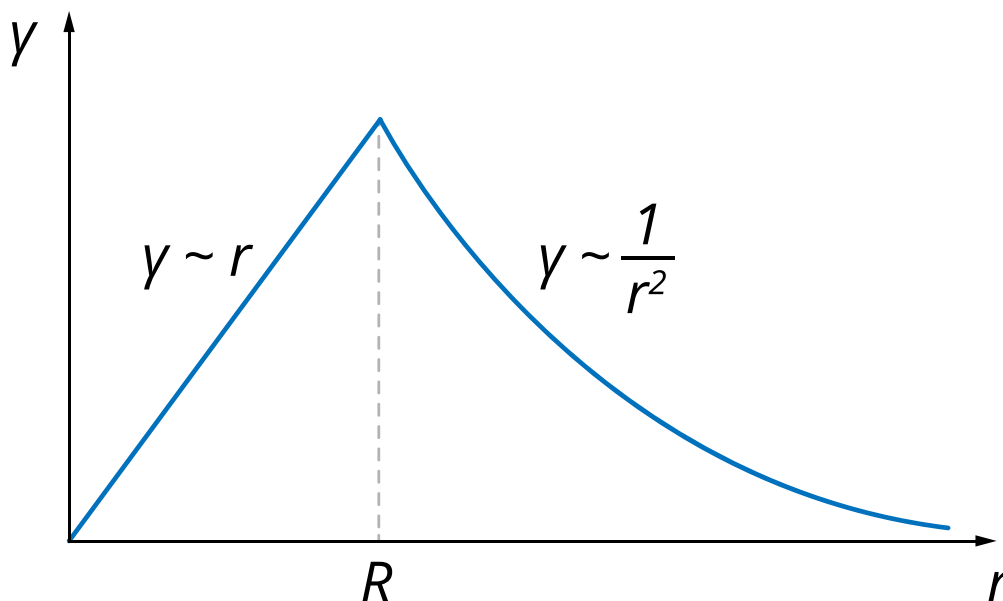
Wewnątrz Ziemi mamy zatem:

$$\gamma = G \frac{4\pi r \rho_z}{3}$$

Wiedząc, że $G \frac{4\pi \rho_z}{3} = \text{const.}$ możemy oznaczyć to stałe wyrażenie, np. literą A . Mamy więc:

$$\gamma = A \cdot r$$

Możemy zatem zauważyć, że natężenie pola grawitacyjnego we wnętrzu naszej planety rośnie liniowo wraz z odległością r od jej środka. Pamiętając, że $r < R$, możemy uzupełnić wykres z Rys. 1.



Rys. 2. Wykres zależności natężenia pola grawitacyjnego w zależności od odległości od środka Ziemi.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Słowniczek

natężenie pola grawitacyjnego

(ang. *gravitational field intensity*) wielkość wektorowa będąca ilorazem siły grawitacyjnej działającej na ciało o masie m i masy tego ciała; jego kierunek i zwrot są zgodne z kierunkiem i zwrotem działającej siły;

ładunek elektryczny

(*ang. electric charge*) fundamentalna właściwość materii przejawiająca się w oddziaływaniu elektromagnetycznym ciał; ciała obdarzone ładunkiem mają zdolność wytwarzania pola elektromagnetycznego oraz oddziaływania z tym polem;

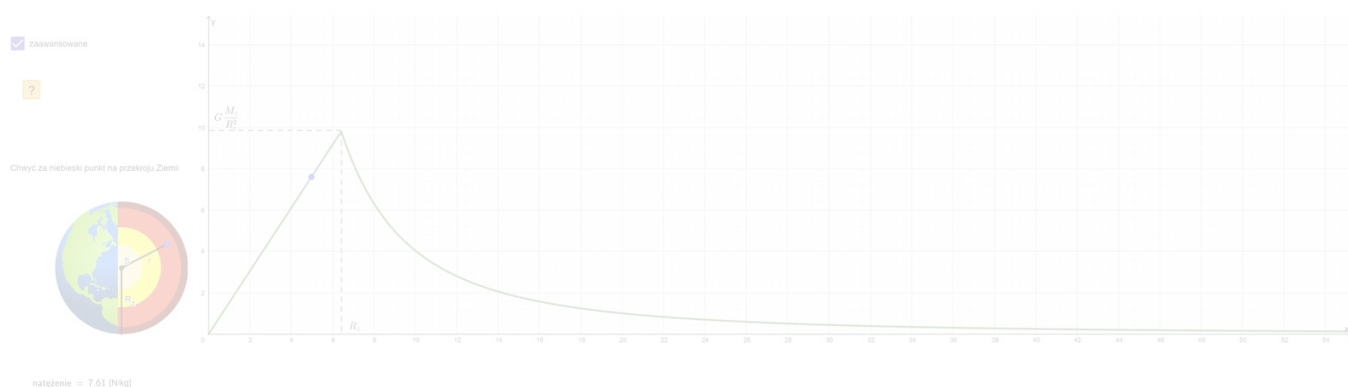
masa grawitacyjna

(*ang. gravitational mass*) jest to wielkość opisująca oddziaływania grawitacyjne dwóch punktowych ciał, występująca w prawie powszechnego ciążenia;

Symulacja interaktywna

Pole grawitacyjne wewnątrz Ziemi

Zamieszczona poniżej symulacja pozwoli Ci zrozumieć, jak zmienia się natężenie pola grawitacyjnego wewnątrz planety. Zaleca się korzystanie w trybie pełnoekranowym.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DTjBard3q>

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Polecenie 1

Zastanów się i określ, ile razy zmieni się natężenie przy zmianie promienia z $r = 0,25R$ na $r' = 0,75R$?

Polecenie 2

Napisz, jaki charakter mają zachodzące tutaj zmiany.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Zaznacz od czego zależy natężenie pola grawitacyjnego we wnętrzu Ziemi. Od:

☐ ciśnienia atmosferycznego

☐ masy Ziemi

☐ odległości od środka Ziemi

☐ gęstości Ziemi

☐ temperatury panującej we wnętrzu Ziemi

Ćwiczenie 2



Określ, w jaki sposób zmienia się natężenie pola grawitacyjnego we wnętrzu naszej planety:

☐ odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości

☐ odwrotnie proporcjonalnie do odległości

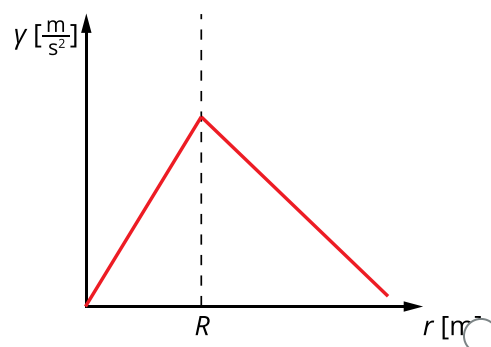
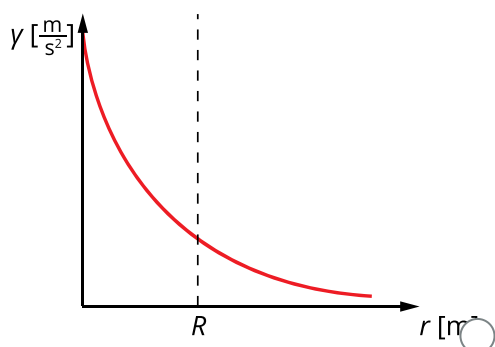
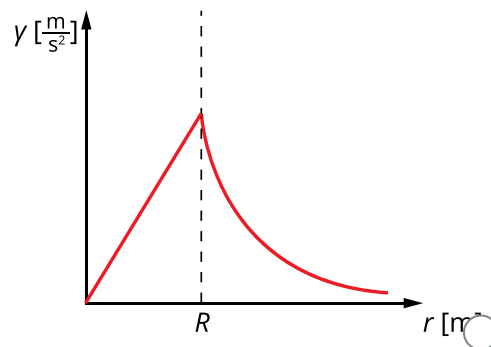
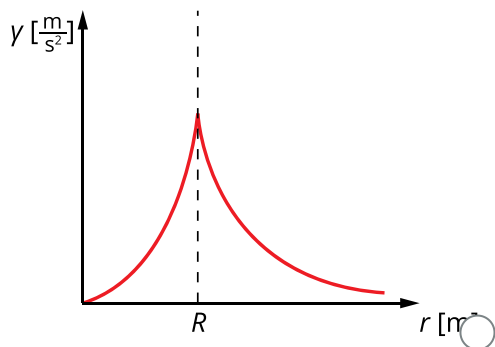
☐ liniowo wraz z odległością

☐ proporcjonalnie do kwadratu odległości

Ćwiczenie 3



Wybierz wykres, na którym prawidłowo zilustrowano zależność natężenia pola grawitacyjnego od odległości.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Ćwiczenie 4



W jakiej odległości od środka planety o promieniu R wartość natężenia pola grawitacyjnego jest równa połowie wartości natężenia na powierzchni tej planety?

☐ $0,75 R$

☐ natężenie wewnątrz planety jest większe niż na jej powierzchni

☐ $0,25 R$

☐ $0,5 R$

Ćwiczenie 5



Traktując Ziemię jako jednorodną kulę o gęstości $5,51 \text{ g/cm}^3$, oblicz natężenie pola grawitacyjnego w odległości równej połowie jej promienia ($R_Z = 6370 \text{ km}$). Wynik podaj w m/s^2 w zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących.

Odp.: m/s^2

Ćwiczenie 6



Oceń prawdziwość poniższych zdań, zaznacz tylko te które niosą prawdziwą informację:

☐ Natężenie pola grawitacyjnego wewnątrz Ziemi jest liniowo zależne od odległości.

☐ Prawo Gaussa ma swój odpowiednik dla pola grawitacyjnego.

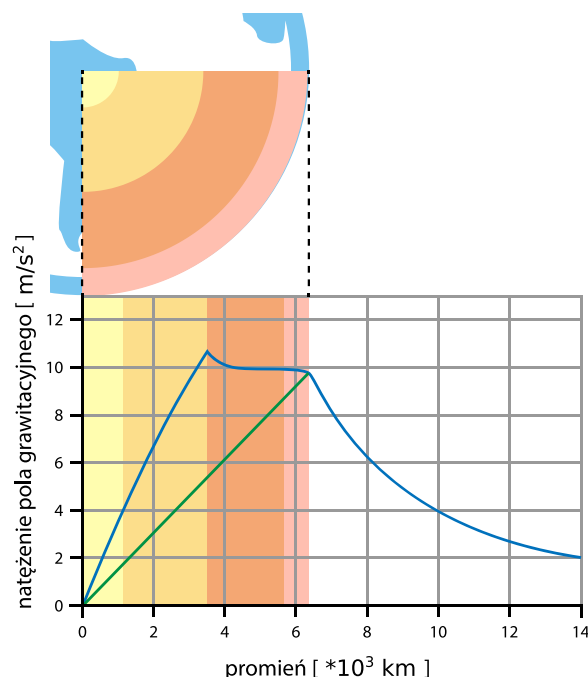
☐ Natężenie pola grawitacyjnego jest wielkością skalarną.

☐ Strumień natężenia pola grawitacyjnego nie zależy od rozmieszczenia masy, ale od jej wartości.

Ćwiczenie 7



Na podstawie wykresu obrazującego natężenie pola grawitacyjnego teoretyczne i rzeczywiste, oszacuj, ile wynosi błąd względny dla $r = 2000$ km. Linia zielona przedstawia zależność teoretyczną.



☐ około 55%

☐ około 100%

☐ około 75%

☐ około 20%

☐ około 10%

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 8



Wyznacz średnią gęstość planety, wiedząc, że natężenie pola grawitacyjnego w odległości $3/4 R$ od jej środka wynosi $5,2 \text{ m/s}^2$. Przyjmij, że $R = 2675$ km. Wynik podaj w g/cm^3 w zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących.

Odp.: g/cm^3

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Ewelina Kędzierska
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Pole grawitacyjne wewnątrz Ziemi
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzający zapis podstawy programowej dla kształcenia rozszerzonego
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem; 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. IV. Grawitacja i elementy astronomii. temat rozszerza zapis podstawy programowej dla kształcenia rozszerzonego.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r. • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. tłumaczy i definiuje od czego zależy natężenie pola grawitacyjnego oraz jak zmienia się natężenie pola grawitacyjnego we wnętrzu planety, 2. interpretuje warunki, przy których można przyjąć takie założenia, 3. rysuje wykres zależności natężenia pola grawitacyjnego γ w zależności od odległości r od środka Ziemi dla $r < R_z$.
Strategie nauczania:	IBSE
Metody nauczania:	merytoryczna dyskusja wprowadzająca, obserwacja, doświadczenie, podsumowująca rozmowa kierowana
Formy zajęć:	praca indywidualna, praca w parach (małych grupach)
Środki dydaktyczne:	tablica multimedialna / rzutnik
Materiały pomocnicze:	-
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Nauczyciel rozpoczyna lekcję poprzez zaciekawienie uczniów tematem. Następnie, zadaniem nauczyciela jest rozpoznanie wiedzy wyjściowej uczniów w kontekście realizowanego tematu oraz nawiązanie do tej wiedzy w merytorycznej dyskusji wprowadzającej. W tej części uczniowie powinni przedstawić posiadane informacje na temat pola grawitacyjnego, które poznali na poprzednich lekcjach.	
Faza realizacyjna:	

- Konstruowanie wiedzy z zakresu nowego tematu:
 - nauczyciel przypomina uczniom informacje na temat pola grawitacyjnego, zapisuje także na tablicy wzór na natężenie pola grawitacyjnego,
 - uczniowie słuchają nauczyciela i zadają pytania dotyczące kwestii problemowych lub niezrozumiałych,
 - nauczyciel pyta uczniów, jak według nich wygląda natężenie pola grawitacyjnego we wnętrzu planety,
 - uczniowie próbują wymyślić zależność natężenia pola grawitacyjnego we wnętrzu Ziemi od odległości,
 - nauczyciel (w odniesieniu do odpowiedzi uczniów) opisuje im omawianą zależność, a następnie wykonuje na tablicy wykres $\gamma(r)$,
 - uczniowie zadają pytania odnośnie niezrozumiałych aspektów lekcji.
- Kolejny etap lekcji obejmuje rekonstruowanie wiedzy uczniów:
 - uczniowie na podstawie informacji uzyskanych od nauczyciela rozwiązują samodzielnie zadania (mogą być to zadania zawarte w niniejszym materiale),
 - nauczyciel rozwiązywania uczniów korygując ewentualne błędy.

Faza podsumowująca:

Nauczyciel przeprowadza z uczniami rozmowę, podczas której omawiają rozwiązywane w trakcie lekcji zadania. Dodatkowo powinien sprowokować uczniów do wskazania problemów napotkanych w czasie samodzielnej pracy.

Praca domowa:

Zadaniem uczniów jest zapoznanie się z animacją dołączoną do niniejszego e-materiału w celu utrwalenia omawianych zagadnień. Dodatkowo uczniowie powinni wykonać zadania: 1, 2, 3, 4, 8 z zestawu ćwiczeń.

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium:**

Animacja może być wykorzystana w pracy samodzielnej ucznia po lekcji.