



Odczytywanie rozwiązania nierówności kwadratowej z rysunku

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Aplet](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Odczytywanie rozwiązania nierówności kwadratowej z rysunku

Źródło: Artem Beliaikin, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

W tym materiale zapoznasz się z interpretacją graficzną nierówności kwadratowej oraz odczytywaniem rozwiązań nierówności kwadratowej z rysunku (jeżeli istnieją).

Aby rozwiązać nierówność kwadratową postępujemy analogicznie, jak podczas rozwiązywania równania, a następnie odczytujemy z wykresu, dla jakich argumentów funkcja kwadratowa przyjmuje wartości ujemne, dodatnie, nieujemne lub niedodatnie.

Twoje cele

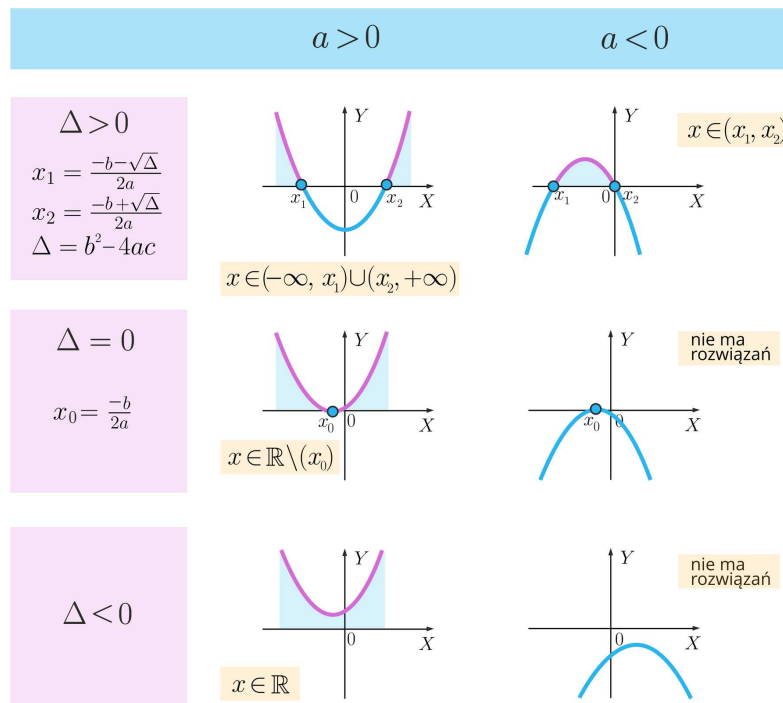
- Rozpoznasz nierówność kwadratową, której interpretacja graficzna jest przedstawiona na rysunku.
- Odczytasz z rysunku rozwiązania nierówności kwadratowej – jeśli istnieją.

Przeczytaj

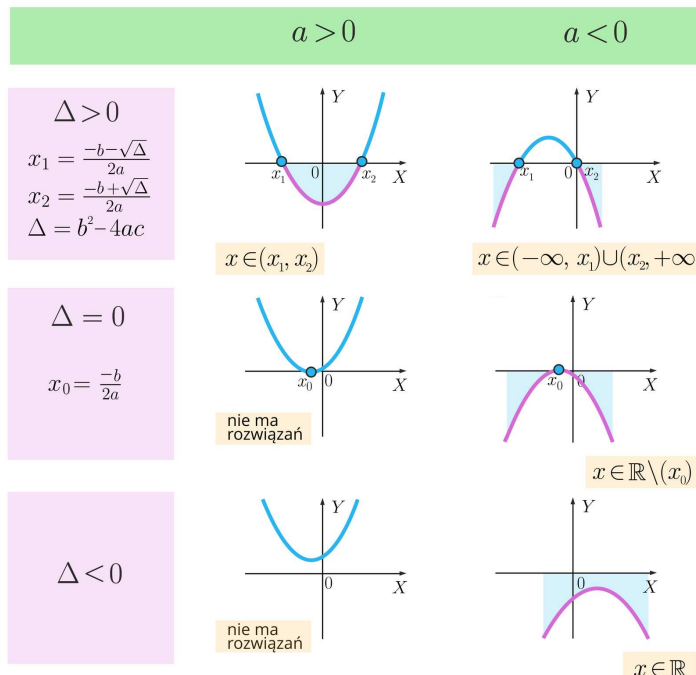
Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$, dla $a \neq 0$ jest **parabola**. Wykres funkcji kwadratowej może mieć z osią X dwa punkty wspólne, jeden punkt wspólny lub nie posiadać punktów wspólnych. Położenie paraboli w układzie współrzędnych jest uzależnione od współczynnika a oraz liczby miejsc zerowych funkcji kwadratowej.

Podczas rozwiązywania nierówności kwadratowej pomocne jest odczytywanie z wykresu, dla jakich argumentów odpowiednia funkcja kwadratowa przyjmuje wartości ujemne, dodatnie, nieujemne lub niedodatnie.

Interpretacja graficzna rozwiązań nierówności kwadratowej $ax^2 + bx + c > 0$:

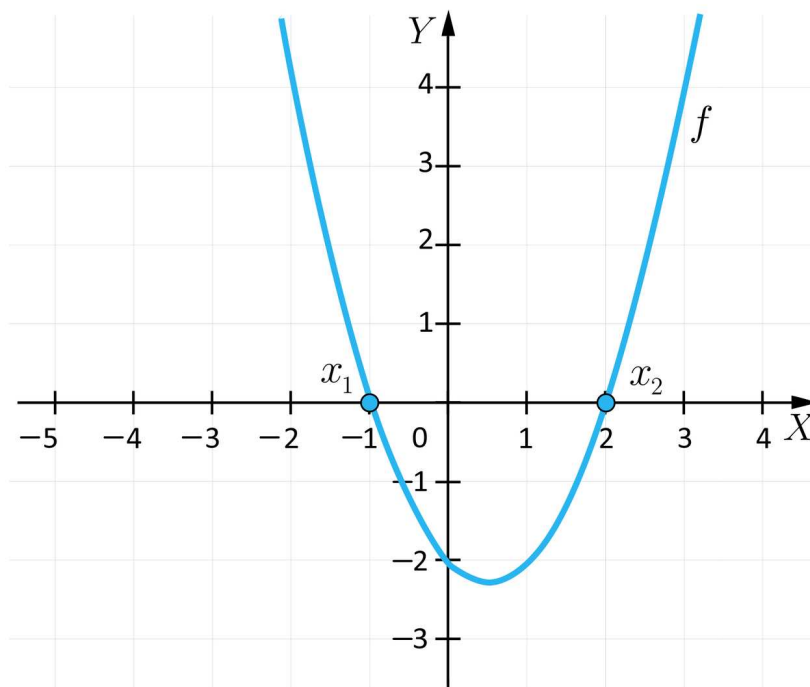


Interpretacja graficzna rozwiązań nierówności kwadratowej $ax^2 + bx + c < 0$:



Przykład 1

Korzystając z wykresu funkcji f rozwiążemy nierówność $f(x) > 0$.



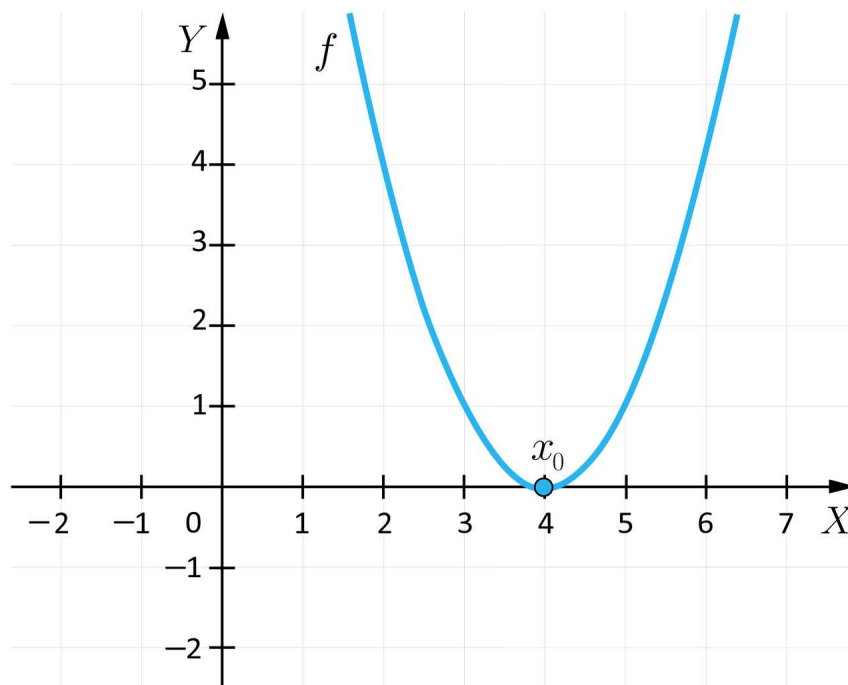
Parabola ma dwa punkty wspólne z osią odciętych - funkcja ma dwa miejsca zerowe -1 i 2 , czyli $\Delta > 0$. Uwzględniając znak nierówności interesuje nas ten fragment wykresu, który znajduje się powyżej osi X .

Zatem zbiorem rozwiązań nierówności są wszystkie liczby x takie, że

$$x \in (-\infty, -1) \cup (2, \infty).$$

Przykład 2

Korzystając z wykresu funkcji f rozwiążemy nierówność $(x - 4)^2 > 0$.



Funkcja kwadratowa ma jedno miejsce zerowe równe 4, czyli $\Delta = 0$.

Uwzględniając znak nierówności interesuje nas ten fragment wykresu, który znajduje się powyżej osi X .

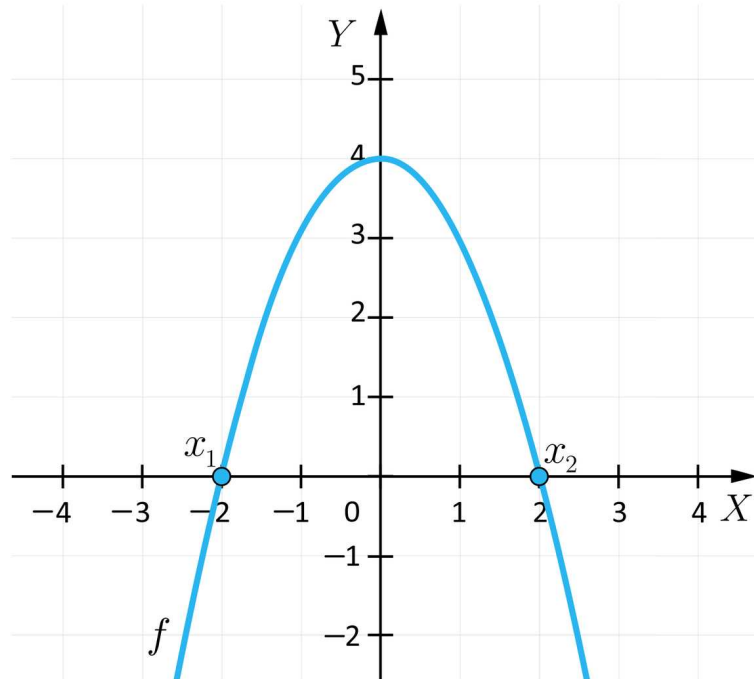
Zatem zbiorem rozwiązań nierówności są wszystkie liczby x takie, że

$$x \in (-\infty, 4) \cup (4, \infty).$$

Zbiór rozwiązań możemy zapisać również w postaci $x \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$.

Przykład 3

Rozwiążemy nierówność $-x^2 + 4 \leq 0$, korzystając z wykresu odpowiedniej funkcji.



Ramiona paraboli są skierowane do dołu, zatem $a < 0$.

Funkcja kwadratowa ma dwa miejsca zerowe -2 i 2 , czyli $\Delta > 0$.

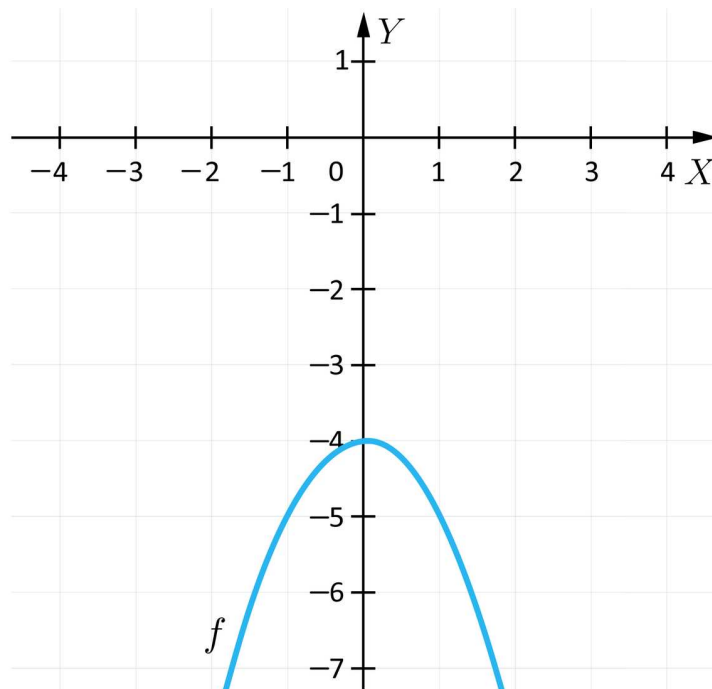
Uwzględniając znak nierówności interesuje nas ten fragment wykresu, który znajduje się poniżej osi X wraz z punktami leżącymi na osi X .

Zbiór rozwiązań nierówności tworzą wszystkie liczby x takie, że

$$x \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty).$$

Przykład 4

Rozwiążemy nierówność $-x^2 - 4 < 0$, korzystając z wykresu odpowiedniej funkcji.



Ramiona **paraboli** są skierowane do dołu, zatem $a < 0$.

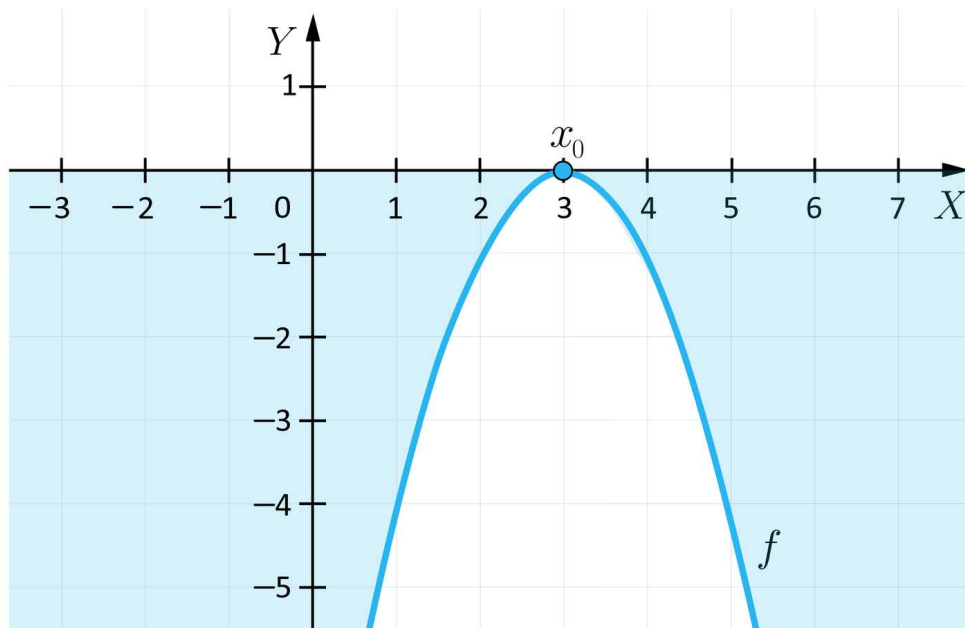
Funkcja kwadratowa nie posiada miejsc zerowych, czyli $\Delta < 0$.

Uwzględniając znak nierówności interesuje nas ten fragment wykresu, który znajduje się poniżej osi X .

Zatem zbiór rozwiązań nierówności tworzą wszystkie liczby x takie, że $x \in \mathbb{R}$.

Przykład 5

Korzystając z wykresu funkcji f , obliczymy wartość parametru m i rozwiążemy nierówność $-x^2 + mx - 9 < 0$.



Z wykresu odczytujemy, że miejscem zerowym funkcji kwadratowej $f(x) = -x^2 + mx - 9$ jest liczba 3, natomiast współczynnik $a = -1$.

Zatem funkcja kwadratowa ma postać $f(x) = -(x - 3)^2$.

Czyli nierówność kwadratowa to $-(x - 3)^2 < 0$.

Przekształcając równoważnie wzór funkcji otrzymujemy:

$$f(x) = -(x - 3)^2 = -(x^2 - 6x + 9) = -x^2 + 6x - 9$$

Z treści zadania wiemy, że nierówność ma postać

$$-x^2 + mx - 9 < 0.$$

Czyli $m = 6$.

Słownik

parabola

wykres funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$, dla $a \neq 0$

Aplet

Polecenie 1

Obejrzyj aplet pokazujący sposoby odczytywania z rysunku wartości dodatnich lub ujemnych funkcji kwadratowej.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DccjN8B0B>

Polecenie 2

Korzystając z apletu, rozwiąż nierówność.

a) $x^2 - 5x + 6 < 0$,

b) $-x^2 + 5x > 0$,

c) $2x^2 - 8 > 0$,

d) $3x^2 + 1 > 0$.

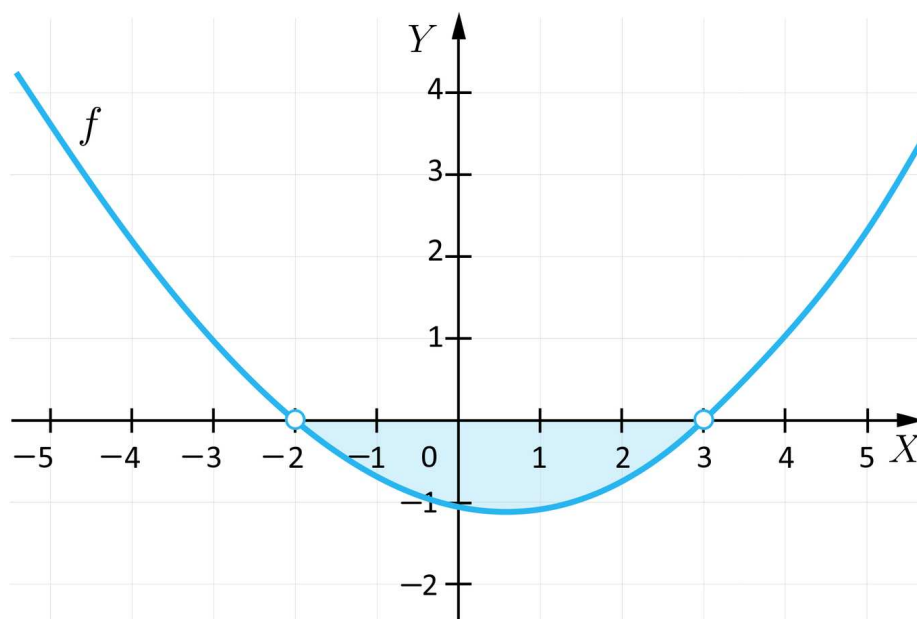
Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Na rysunku przedstawione jest rozwiązanie nierówności:



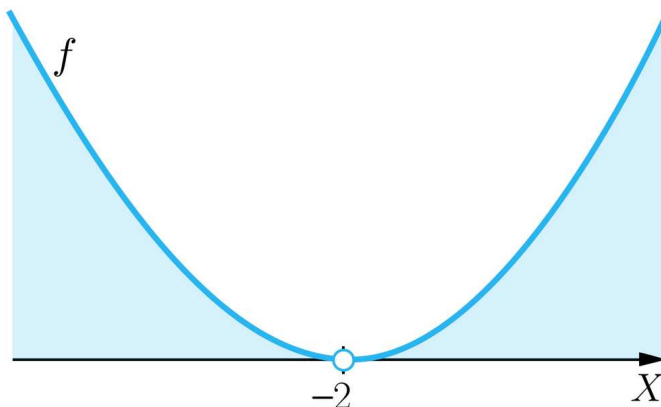
Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Interpretacja graficzna której nierówności jest przedstawiona na rysunku?

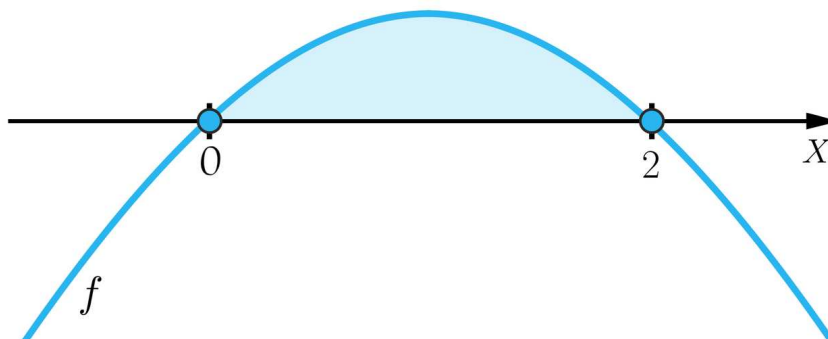


Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5

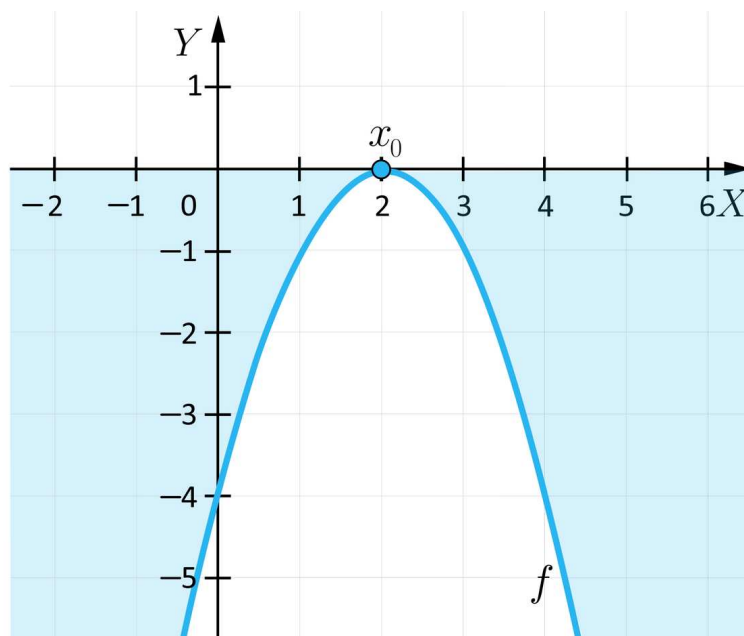
Poniższy rysunek jest interpretacją geometryczną nierówności:



Ćwiczenie 6

Ćwiczenie 7

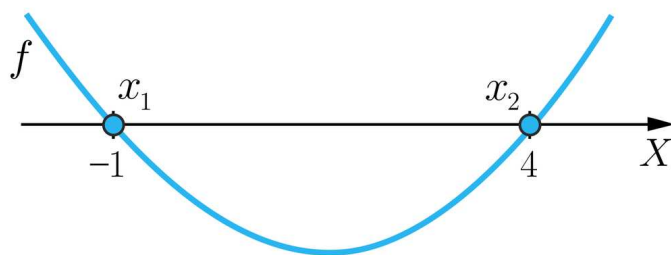
Przeciągnij w wyznaczone miejsce odpowiednią liczbę.



Ćwiczenie 8



Korzystając z rysunku, na którym przedstawiony jest wykres funkcji f , wybierz rozwiązanie nierówności $f(x) \geq 0$.



Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Odczytywanie rozwiązania nierówności kwadratowej z rysunku

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozpoznaje nierówność kwadratową, której interpretacja graficzna jest przedstawiona na rysunku
- odczytuje z rysunku zbiór rozwiązań nierówności kwadratowej

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku
- burza mózgów
- dyskusja

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Uczniowie metodą burzy mózgów przypominają podstawowe pojęcia związane z równaniami kwadratowymi: pierwiastek równania, wyróżnik trójmianu kwadratowego, miejsce zerowe funkcji kwadratowej, wykres funkcji kwadratowej.
2. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w grupach metodą odwróconej klasy. Najpierw wymieniają się między sobą wiadomościami dotyczącymi miejsc zerowych i wykresu funkcji kwadratowej, które przypomnieli w domu.
2. Każdy uczeń otrzymuje od nauczyciela 10 rysunków przedstawiających rozwiązania nierówności kwadratowej. Następnie dzieli je na grupy, według własnych kryteriów.
3. Uczniowie podzieleni na grupy 6 osobowe omawiają rezultaty swojej pracy i porównują dokonane podziały. Tworzą wspólny plakat przedstawiający interpretację graficzną nierówności kwadratowej.
4. Uczniowie oglądają aplet geogebry i wykonują polecenia przedstawione w aplecie.
5. Uczniowie w parach wykonują ćwiczenia interaktywne wskazane przez nauczyciela. Wspólnie omawiają odpowiedzi.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące interpretacji graficznej nierówności kwadratowej.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Zadaniem uczniów jest rozwiązanie Przykładu 2 umieszczonego pod apletem.

Materiały pomocnicze:

[Nierówność kwadratowa](#)

Wskazówki metodyczne:

Aplet może być wykorzystany przez uczniów jako inspiracja do stworzenia prezentacji multimedialnej.